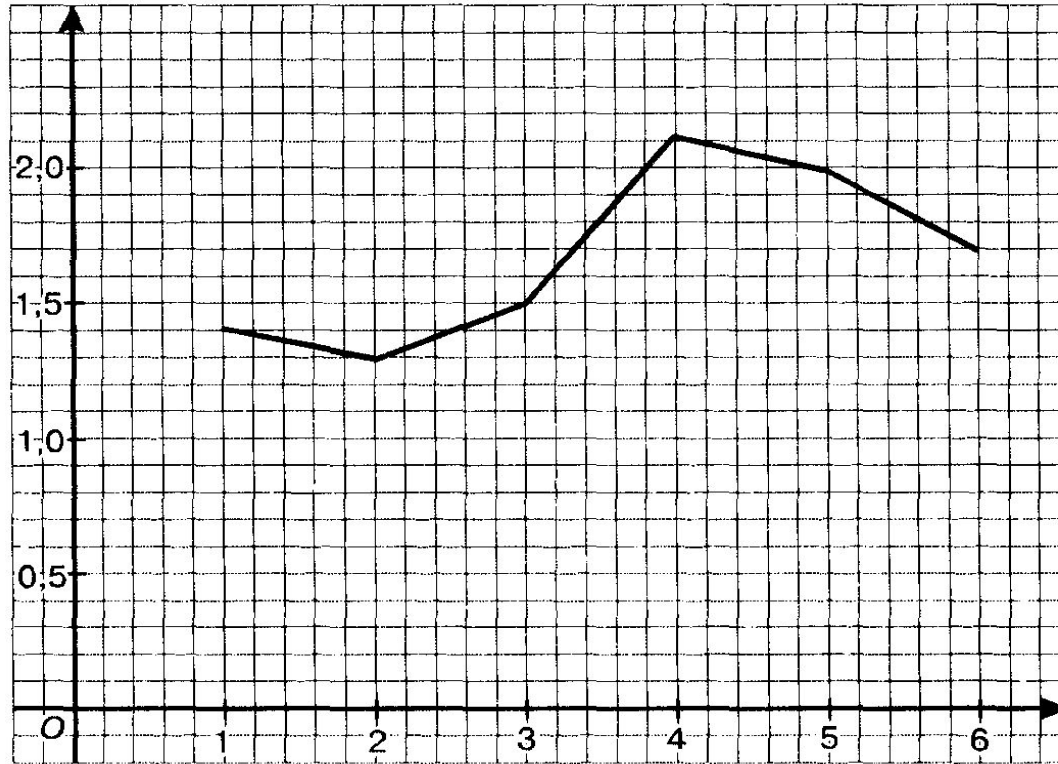


# ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ.



СЛОВО « СТАТИСТИКА» ПРОИСХОДИТ ОТ  
ЛАТИНСКОГО STATUS ( СОСТОЯНИЕ,  
ПОЛОЖЕНИЕ ВЕЩЕЙ).

- 1. Статистика – это *научное направление* (комплекс наук), объединяющее принципы и методы работы с числовыми данными, характеризующими массовые явления.

- 2. Статистика – это ***отрасль практической деятельности***, направленной на сбор, обработку, анализ статистических данных.
- 3. Статистика –это ***совокупность статистических данных***, характеризующих какое –нибудь явление или процесс (например, статистика рождаемости и смертности в России, статистика успеваемости учащихся и т.п.).

# СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА.

- Одно из самых важных понятий в теории вероятностей – случайная величина.
- *Случайной величиной называется переменная величина, значения которой зависят от случайного исхода некоторого испытания.*

- Статистическая информация о результатах наблюдений или экспериментов может быть представлена в различных формах.
- Простейшей из них является запись в порядке их появления – запись в ряд:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

называемый простым статистическим рядом или выборкой.

- Отдельные значения  $X_i$ , составляющие этот ряд, называют *вариантами* или просто данными.
- Количество вариантов в ряду  $n$  называют *объемом ряда*, или *объемом выборки*.
- Варианты в ряду могут иметь как различные, так и одинаковые значения.

ИГРАЛЬНЫЙ КУБИК БРОСИЛИ 12 РАЗ И ЗАПИСАЛИ  
ВЫПАВШИЕ ЧИСЛА В ПОРЯДКЕ ИХ ПОЯВЛЕНИЯ

3,4,5,6,6,6,5,1,4,6,1,4 (  $n = 12$  ).

- Вариантами в ряду являются

$$x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 5 \text{ и т.д.}$$

- Варианты  $x_4, x_5, x_6, x_{10}$  имеют  
одинаковые значения.

- Представим ряд данных  
3,4,5,6,6,6,5,1,4,6,1,4 в виде таблицы

| X | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| M | 2 | 1 | 3 | 2 | 4 |

- В первой строке – значение случайной величины  $X$ , во второй – частота значений варианты  $M$ .



# ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА.

- **Относительной частотой** события  $A$  в данной серии испытаний называют отношение **частоты  $M$**  события  $A$  к числу всех проведенных испытаний  $N$ .

$$W(A) = \frac{M}{N}$$

## РОСТ КАЖДОЙ ИЗ 50 ГИМНАСТОК ОДНОГО КЛУБА ЗАНЕСЕН В ТАБЛИЦУ

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 148 | 148 | 148 | 149 | 149 | 149 | 149 | 149 | 149 | 149 |
| 149 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 |
| 150 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 152 |
| 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 153 | 153 |
| 153 | 153 | 153 | 153 | 153 | 154 | 154 | 154 | 154 | 154 |

По имеющимся данным составить таблицу распределения значений роста гимнасток  
1) по частотам  $M$ ; 2) по относительным частотам  $W$ .

| X | 148                  | 149                   | 150                  | 151                   | 152                   | 153                   | 154                   |
|---|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| M | 3                    | 8                     | 10                   | 8                     | 9                     | 7                     | 5                     |
| W | $\frac{3}{50}$<br>6% | $\frac{4}{25}$<br>16% | $\frac{1}{5}$<br>20% | $\frac{4}{25}$<br>16% | $\frac{9}{50}$<br>18% | $\frac{7}{50}$<br>14% | $\frac{1}{10}$<br>10% |

# *Полигоны частот*

Распределение случайных величин можно задавать и демонстрировать графически.

Рассмотрим пример.

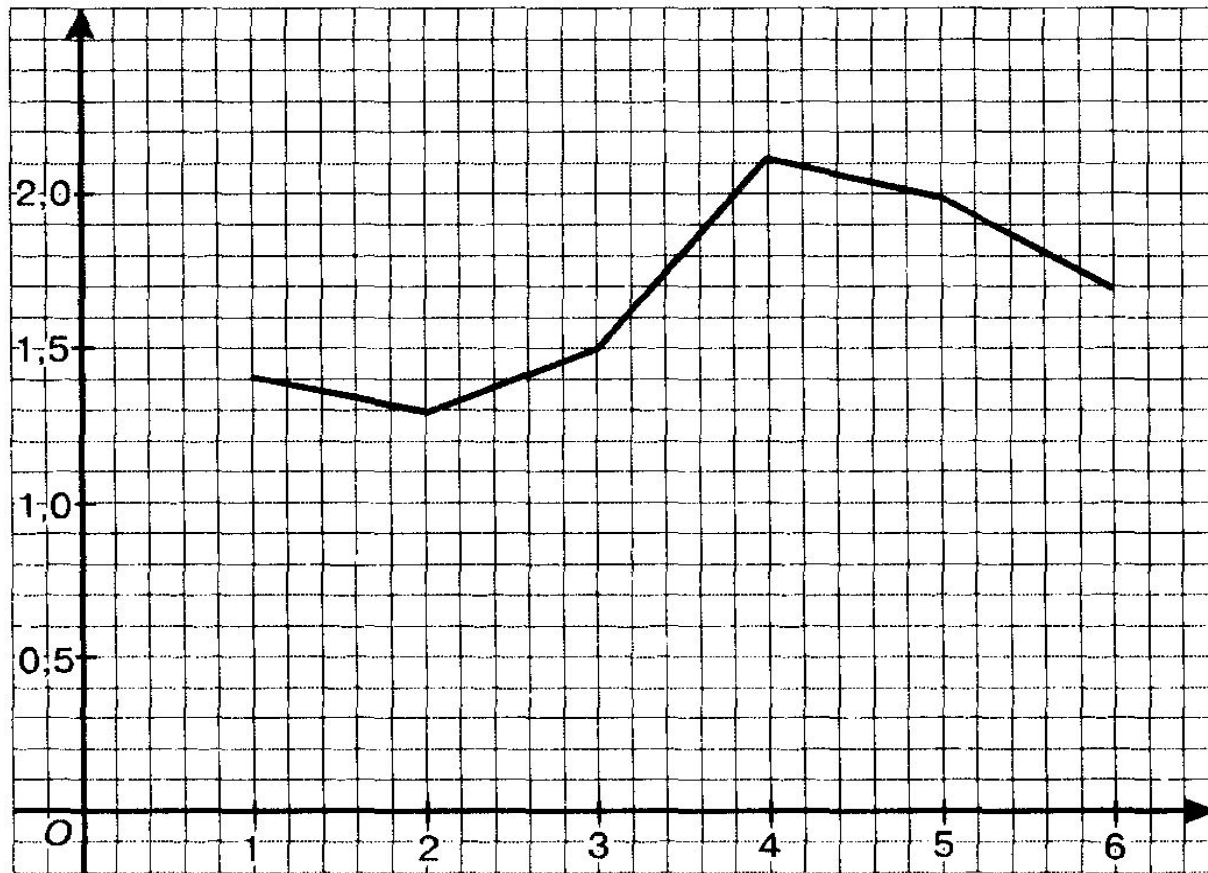
В первом полугодии 2011 года завод получил прибыль в 10 млн. рублей.

Распределение прибыли по месяцам показано в таблице

| Месяц               | Январь | Февраль | Март | Апрель | Май | Июнь |
|---------------------|--------|---------|------|--------|-----|------|
| Прибыль<br>(млн р.) | 1,4    | 1,3     | 1,5  | 2,1    | 2,0 | 1,7  |

- В координатной плоскости на оси абсцисс будем отмечать номер месяца (январ. – 1, февр. – 2 и т.д.). На оси ординат будем отмечать прибыль завода (в млн. руб.).
- Отметим точки  $(1;1,4)$ ,  $(2;1,3)$ ,  $(3;1,5)$ ,  $(4;2,1)$ ,  $(5;2)$ ,  $(6;1,7)$  и соединим их последовательно отрезками

Полученную ломаную линию  
называют **полигоном частот**



# РАЗМАХ, МОДА, МЕДИАНА.

- **Размах (R)** – разность между наибольшим и наименьшим значениями варианты.
- **Мода (Mo)** – наиболее часто встречающееся значение варианты в ряду.
- **Медиана (Me)** – это срединное значение упорядоченного ряда значений случайной величины.

Даны таблицы:

- 1) распределения случайной величины  $X$  – числа прочитанных за каникулы книг 10 девочками по частотам  $M$ ,
- 2) распределения по частотам случайной величины  $Y$  – числа прочитанных книг 9 мальчиками.



| X | 3 | 4 | 5 | 8 | 12 |
|---|---|---|---|---|----|
| M | 3 | 2 | 3 | 1 | 1  |

| y | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| M | 2 | 4 | 1 | 1 | 1 |

- Заданные таблицами распределения величин  $X$  и  $Y$  могут быть записаны в виде следующих рядов:

3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 8, 12; (1)

3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7 . (2)

- Для совокупности (1)  $R = 12 - 3 = 9$ ,
- Для совокупности (2)  $R = 7 - 3 = 4$ .
- В ряду (1) две моды:  $Mo_1 = 3$ ,  $Mo_2 = 5$ .
- В ряду (2) :  $Mo = 4$ .

Рассмотрим ряд (1) 3,3,3,4,4,5,5,5,8,12.

- В ряду (1) 10 членов – четное число. Для него медиана равна среднему арифметическому двух центральных значений пятого и шестого:

$$\frac{N}{2} = \frac{10}{2} = 5; \quad \frac{N}{2} + 1 = 6.$$

$$Me = (4+5):2=4,5.$$

Рассмотрим ряд (2) 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7.

- В ряду (2) – нечетное число элементов.

Его медиана равна значению  
центрального пятого члена ряда:

$$\frac{N+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$Me=4.$$

# НАЙТИ РАЗМАХ, МОДУ И МЕДИАНУ

совокупности: -2, 3, 4, -3, 0, 1, 3, -2, -1, 2, -2, 1.

Решение:

Запишем данные в виде упорядоченного ряда: -3, -2, -2, -2, -1, 0, 1, 1, 2, 3, 3, 4.

$$R = 4 - (-3) = 7.$$

$$M_0 = -2.$$

$$M_e = (0+1):2=0,5.$$

# СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

***Средним значением*** случайной величины  $X$  (  $X$  ) называют *среднее арифметическое всех ее значений.*

# Задача

- На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки:

5,2 5,4 5,5 5,4 5,1 5,1 5,4 5,5 5,3

Для полученного ряда чисел найдите среднее арифметическое, размах, медиану и моду.

Что характеризует каждый из этих показателей?

# Решение:

- Среднее арифметическое  $\bar{X} \sim 5,32$  характеризует средний уровень оценок.
- Размах  $A = x_{\max} - x_{\min} = 5,5 - 5,1 = 0,4$  характеризует разброс оценок.
- Мода  $M_o = 5,4$  показывает оценку, которая встречается чаще других.
- Медиана  $M_e = 5,4$  показывает, что половина членов ряда не превосходит по величине 5,4.



# Выборочная дисперсия $D(X)$

есть среднее значение квадратов отклонений всех вариантов от среднего значения ряда.

$$D(X) = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

# Сравнить дисперсии выборок 4,6,8,9,8 и 6,8,10,12,9

- 1)  $n=5$ ;  $\bar{X} = \frac{4+6+8+9+8}{5} = 7$        $D(X) = \frac{3^2+1^2+1^2+2^2+1^2}{5} = 3,2$
- 2)  $n=5$ ;  $\bar{X} = \frac{6+8+10+12+9}{5} = 9$        $D(X) = \frac{3^2+1^2+1^2+3^2+0}{5} = 4$
- Дисперсия второй выборки больше.

# Задача

- Двух футболистов, один из которых участвовал в пяти игровых сезонах, а другой – в шести, сравнить по результативности и стабильности в забивании голов, если количество мячей, забитых первым футболистом по сезонам образует ряд: 17,21,20,16,15,19, а вторым: 17,20,18,21,14.

# Решение:

- Находим числовые характеристики двух выборок:

Первый футболист:

$$n_1 = 6; \bar{X} = 18; D(X) \approx 4,67$$

Второй футболист:

$$n_2 = 5; \bar{X} = 18; D(X) = 6$$

Таким образом, оба футболиста показывают одинаковую результативность (среднее число голов за сезон), но первый футболист более стабилен, так как дисперсия первой выборки меньше.

# Самостоятельная работа

## «Наибольшее и наименьшее значение. Размах».

- 1. Укажите наибольшее и наименьшее значение и размах набора чисел :  $0; -2; 19$ .
- 2. Даны два набора чисел:  $5; 12; 25$  и  $3; 6; 12; 26$ . В каком из наборов размах больше?
- 3. Дан набор чисел:  $3; 5; 7$ . Какое число надо к нему добавить, чтобы размах нового набора стал равен 95.
- 4. К набору  $3; 4; 5$  добавьте ещё одно число, чтобы его наибольшее значение не изменилось.
  - а) выполните требование задачи так, чтобы размах остался прежним.
  - б) выполните требование задачи так, чтобы размах стал больше.

# Самостоятельная работа

## «Среднее арифметическое».

- 1. На координатной прямой отметьте точки 2;3;7 и их среднее арифметическое.
- 2. Добавьте к набору чисел 2;3;7 такое число, чтобы среднее арифметическое осталось прежним.
- 3. Добавьте к набору чисел 2;3;7 такое число, чтобы среднее арифметическое стало равным 5.
- 4. Среднее арифметическое чисел 85;25;68;78 равно 64. Найдите:
  - а) среднее арифметическое - 85; - 25; - 68; - 78;
  - б) среднее арифметическое 170;50;136;156;
  - в) среднее арифметическое 80;20;63;73.
- 5. В первенстве школы по футболу команда 7А класса провела 17 матчей и забила 32 гола, пропустив при этом 15 мячей. Сколько мячей в среднем попадало в ворота противников этой команды за каждую игру в школьном первенстве?

## Самостоятельная работа «Медиана. Мода».

- 1. Найдите медианы наборов чисел:  
686;478;834;706;843;698;549  
686;478;834;706;843;698;549;112.
- 2. Дан набор, в котором число 3 встречается 1 раз, число 4 – десять раз, а число 5 – сто раз. Других чисел в наборе нет. Укажите медиану данного набора.
- 3. Измеряя вес семи пришедших на урок учеников, учитель физкультуры получил ряд чисел: 51,53,59,52,55,54,51. Найдите разность между модой и медианой данного ряда.
- 4. В трёх баскетбольных командах измерили рост игроков. В первой команде средний рост составил 195 см, во второй команде медиана ростов равна 197 см, а в третьей команде самый низкий спортсмен имеет рост 192 см. В каждой команде 7 игроков. Из этих команд решено набрать новую команду, рост игроков в которой не меньше 193 см. Сколько человек наверняка попадут в эту команду?