Решение тригонометрических уравнений

Что называется arcsin a?

$$\mathbf{a} \in [-1,1] \qquad \arcsin \mathbf{a} = \mathbf{x} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \mathbf{x} = \mathbf{a}, \\ \mathbf{x} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Что называется arccos a?

$$\mathbf{a} \in [-1,1] \qquad \arccos \mathbf{a} = \mathbf{x} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \mathbf{x} = \mathbf{a}, \\ \mathbf{x} \in [0, \pi] \end{cases}$$

Что называется arctg *a*

Арктангенс а – это такое число из интервала (- π/2; π/2), тангенс которого равен а.

Назовите формулу нахождения корней уравнения вида sinx = a?

$$\sin x = a$$

$$\begin{cases} x=(-1)^k \arcsin a + \pi k,\ k \in Z \\ \mathbf{a} \in [-1;1],\ \mathbf{x} \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Что называется arcctg *a*?

Арккотангенс а – это такое число из интервала (0; π), котангенс которого равен а.

Назовите формулу нахождения корней уравнения вида cos x = a

$$\cos \mathbf{x} = \mathbf{a}$$

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \pm \arccos \mathbf{a} + 2\pi \mathbf{k}, \mathbf{k} \in \mathbf{Z} \\ \mathbf{a} \in [-1;1], \mathbf{x} \in [0;\pi] \end{cases}$$

Устная работа:

$$\arccos\frac{1}{2} = \boxed{}$$

$$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{}$$

$$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{}$$

$$\arcsin\frac{1}{2} = \boxed{}$$

Найди пару.

1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $tq\ x = -1$;

4) $ctq\ x = -\sqrt{3}$

5) $\sin t = -2$;

6) $\cos t = 1$;

7) $tq\ t = \frac{1}{2}$;

8) $ctq\ t = 5$;

9) $\cos a = 1{,}3$;

10) $\sin y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

11) $\sin a = 1$;

12) $\cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. $-\frac{п}{4} + пn,\ n \in N$.

2. $2пn,\ n \in N$.

3. $(-1)^к \frac{п}{3} + пк,\ к \in N$.

4. $arctq\ \frac{1}{2} + пn,\ n \in N$

5. $\pm\frac{п}{4} + 2пn,\ n \in N$.

6. $\frac{5п}{6} + пn,\ n \in N$.

7. нет корней.

8. $(-1)^{к+1} \frac{п}{4} + пк,\ к \in N$.

9. $\pm\frac{5п}{6} + 2пn,\ n \in N$.

10. $arcctq\ 5 + пn,\ n \in N$

11. $\frac{п}{2} + 2пn,\ n \in N$.

Швейцарец по происхождению,

Леонард Эйлер прославил Петербургскую и Берлинскую академию наук, но наследие его принадлежит всему человечеству.

Родился Эйлер 15 апреля 1707 года в Базеле в семье пастора. Начальное обучение прошел дома под руководством отца, закончил Базельский университет, затем был приглашен работать в создаваемую тогда Академию наук в Петербурге.

Именно в России Эйлер становится первым математиком мира, 886 работ - таков итог научной деятельности Эйлера. Долгую и плодотворную жизнь прожил Эйлер. Россия стала для него второй родиной, более 30 лет проработал он в Петербурге. В России выросли пять его детей, 38 внуков. Потомки великого ученого и сейчас живут в нашей стране.

Основы тригонометрии и ее символику изложил в своих трудах Эйлер, теперь этот раздел математики изучают школьники всего мира.

Вариант I	Вариант II	Вариант III
$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$	$8\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$	$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$$\cos(4x - 2) = \frac{1}{2}$$

$$(\mathrm{tg}\,x - \sqrt{3})(2\sin x/2 + 1) = 0$$

$$\cos^2 x - 2\cos x = 0$$

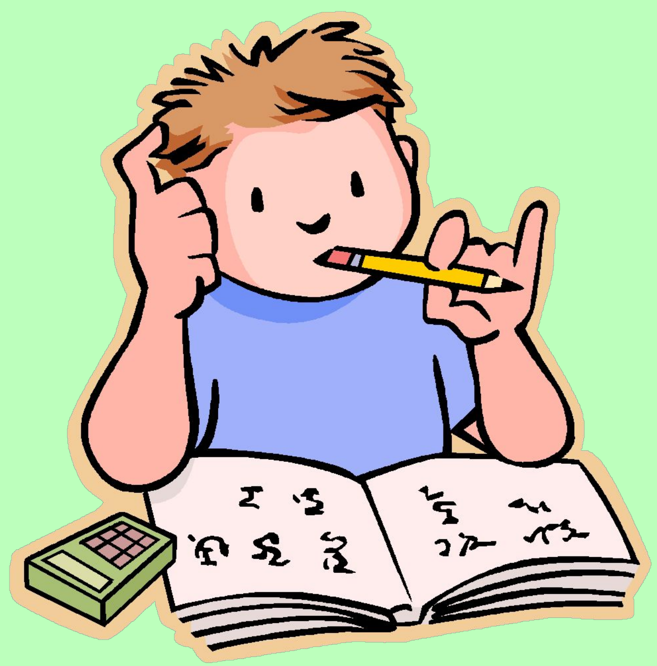
$$3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

$$3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$$

$$2\sin x - 3\cos x = 0$$

Однородные тригонометрические уравнения



$a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$.

При делении уравнения $a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$ на $\cos x \neq 0$ корни этого уравнения не теряются.

$a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x = 0$ где $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$.

если в этом уравнении есть одночлен $a\sin^2 x$, то делим уравнение на $\cos^2 x \neq 0$ (так как $\sin x$ и $\cos x$ одновременно не могут равняться 0).

$b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$, где $b \neq 0$, $c \neq 0$.

(т.е. в уравнении нет одночлена $a \sin^2 x$), то уравнение решается путем разложения на множители.

<u>$2\sin x - 3\cos x = 0$</u>,

Разделив обе части уравнения почленно на $\cos x$, получим:

$2\operatorname{tg} x - 3 = 0$;

$\operatorname{tg} x =$;

$x = \operatorname{arctg} + \pi n$, n€Z.

Ответ: $x = \operatorname{arctg} + \pi n$, n€Z.

$$\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$$

делим уравнение на $\cos^2 x \neq 0$

Получим: $tg^2 x - 3 tg\, x + 2 = 0$

Введем новую переменную $z = tg\, x$,

$$z^2 - 3z + 2 = 0$$

$$z_1 = 1,\ z_2 = 2$$

значит, либо $tg\, x = 1$, либо $tg\, x = 2$

$tg\, x = 1$, $x = arctg\, 1 + \pi n$, $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, n€Z

$tg\, x = 2$, $x = arctg\, 2 + \pi n$, n€Z

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, $x = arctg\, 2 + \pi n$, n€Z

$\sqrt{3}\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$

Решение. Здесь отсутствует член вида $a \sin^2 x$, значит, делить обе части уравнения на $\cos^2 x$ нельзя. Решим уравнение методом разложения на множители:

$$\cos x\,(\sqrt{3}\sin x + \cos x) = 0$$

$\cos x = 0$ *или* **$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$***(однородное уравнение первой степени)*

$x = \pi/2 + \pi n$ **$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\, x + 1 = 0$;**

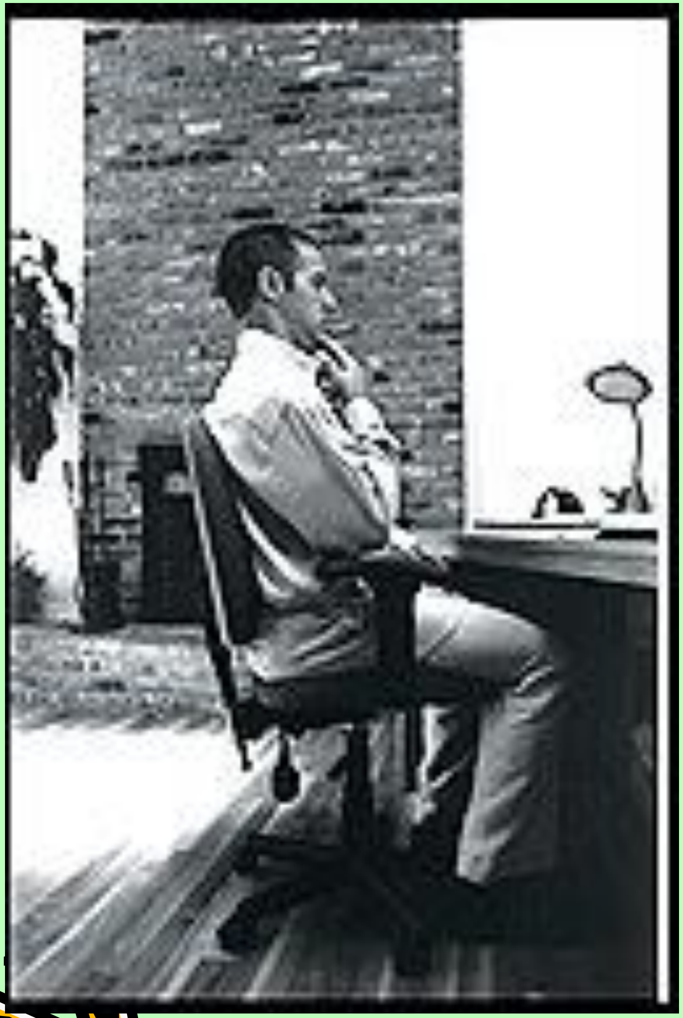
$\mathrm{tg}\, x = -1/\sqrt{3}$;

$x = \mathrm{arctg}\,(-1/\sqrt{3}) + \pi n$, $n \in Z$;

$x = -\pi/6 + \pi n$, где $n \in Z$

Ответ: **$x = \pi/2 + \pi n$, $x = -\pi/6 + \pi n$, где nZ**

Физкультминутка
Упражнение «Египтянин»



Цель - укрепление мышц задней стороны шеи для улучшения осанки и предотвращения болей в области шеи.

Поза: сидя или стоя

Смотрите прямо перед собой, а не вверх и не вниз.

Надавите указательным пальцем на подбородок.

Сделайте движение шеей назад.

Совет: совершая это движение, продолжайте смотреть прямо перед собой, не смотрите вверх или вниз.

Для этого представьте, что кто-то, стоящий позади вас, тянет за нить, проходящую через ваш подбородок.

Оставайтесь в этом положении в течение 5 секунд.

Повторите 10 раз.

Физкультминутка
Упражнение «Глядя в небо»

Цель этого упражнения - устранение вредных эффектов от неподвижного сидения в течение длительного периода времени и профилактика грыжи межпозвоночных дисков поясничного отдела.

Поза: стоя

- В положении стоя положите руки на бедра.
- Медленно отклоняйтесь назад, глядя на небо или в потолок.
- Вернитесь в исходное положение.

Повторите 10 раз.

Литература

1. Учебник А.Г.Мордкович Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы в 2 ч (базовый уровень)М.: Мнемозина, 2009
2. Газета «Математика» издательский дом «Первое сентября»
3. http://www.zavuch.info
4. http://pedsovet.su
5. http://eqworid.ipmnet.ru
6. Социальная сеть работников образования nsportal.ru