

«Задачи на доказательство»

Внеурочная деятельность по математике.

Выполнила: учитель МБОУ Бурмакинской СОШ № 1

Короткова О. М.

Задача №1

- ▶ AM - биссектриса треугольника ABC .
- ▶ Сторона AB больше стороны AC .
- ▶ Докажите, что BM больше CM и угол BMA больше угла CMA .

Решение задачи №1

- ▶ AB/AC больше 1 .
- ▶ По свойству биссектрисы $AB : AC = BM : MC$;
- ▶ Тогда MB/MC больше 1 и MB больше MC .
- ▶ Продлим сторону AC так, чтобы $AB_1 = AB$.
- ▶ В равнобедренном треугольнике AB_1B биссектриса AN является высотой, угол BMN - острый, тогда угол AMB - тупой и он больше смежного угла AMC .

Задача №2

- ▶ Через вершину A треугольника ABC проведена прямая, перпендикулярная биссектрисе угла A , а из вершины C проведён перпендикуляр CH к этой прямой.
- ▶ Докажите, что периметр треугольника BCH больше периметра треугольника ABC .

Решение задачи №2

- ▶ Построим точку C_1 , симметричную C относительно прямой AN
- ▶ $NC_1 = NC$, $AC_1 = AC$.
- ▶ AM - биссектриса, поэтому угол BAC_1 - развёрнутый.
- ▶ $BA + AC_1 < BN + NC_1$ (длина отрезка меньше длины ломаной, соединяющей его концы).
- ▶ $BA + AC_1 + BC < BN + NC_1 + BC$.

Задача №3

- ▶ Две стороны треугольника не равны друг другу.
- ▶ Докажите, что медиана, проведённая из их общей вершины, составляет с меньшей из сторон больший угол.

Решение задачи № 3

- ▶ Достройте треугольник до параллелограмма, продлив медиану.
- ▶ Рассмотрите треугольник, образованный медианой, её продолжением и двумя смежными сторонами треугольника.
- ▶ Против большей стороны будет лежать больший угол.

Задача №4

- ▶ Внутри треугольника ABC взята такая точка K , что точка A равноудалена от точки K и точки B .
- ▶ Докажите, что AC больше AB .

Решение задачи №4

- ▶ Продолжим BK до пересечения с AC . Пусть это будет точка K_1 .
- ▶ В треугольнике ABK угол BKA равен углу KBA , значит угол BKA меньше 90 градусов и угол AKK_1 больше 90 градусов.
- ▶ В треугольнике AKK_1 $AK_1 > AK$, т. к. $AC > AK_1$;
- ▶ Получаем: $AC > AK_1 > AK = AB$.