ГБПОУ Навашинский политехнический
техникум

Неопределенный интеграл.
Способы вычисления

Мудренко Г.А.

Цель урока:

Повторение, систематизация и применение знаний по теме «Неопределённый интеграл».

Задачи урока

Обучающие:

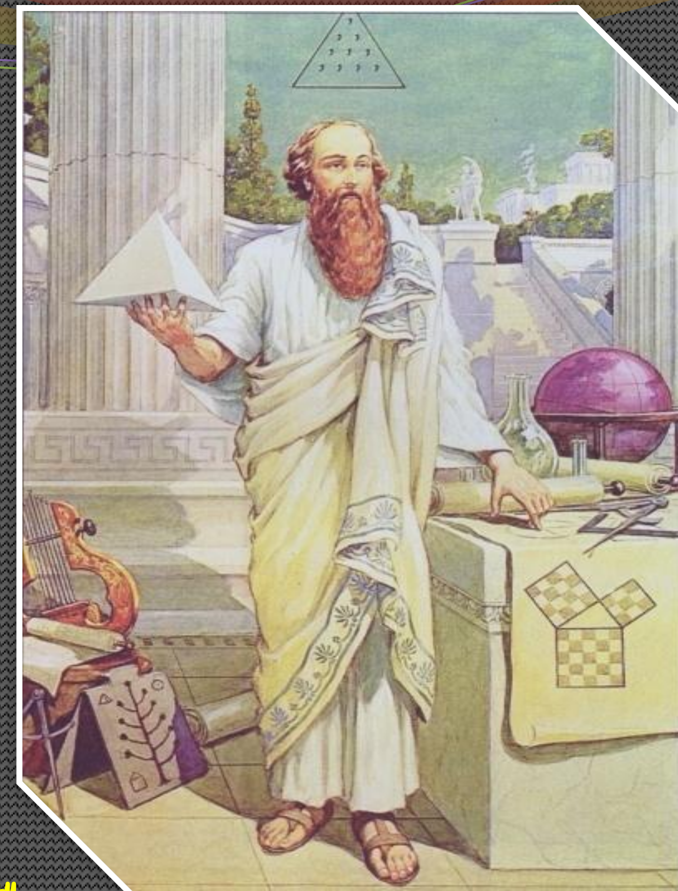
Повторить, углубить и систематизировать знания, полученные ранее на занятиях по данной теме.

Развивающие:

Развивать умения и навыки решать задачи.

Воспитательные:

Стремиться к воспитанию навыков вычислительной культуры при решении задач, внимательности, аккуратности и трудолюбия.



Евдокс Книдский

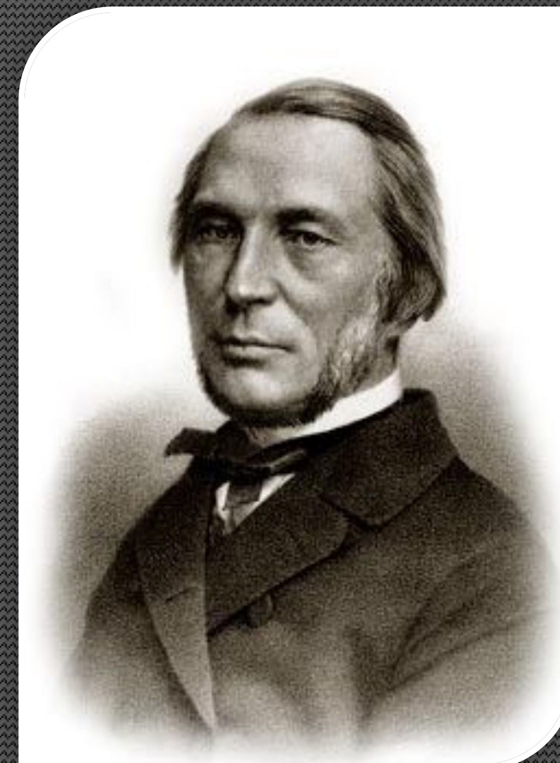
Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)

Символ $\int$ введен Лейбницем (1675 г.). Этот знак является изменением латинской буквы S (первой буквы слова summa).

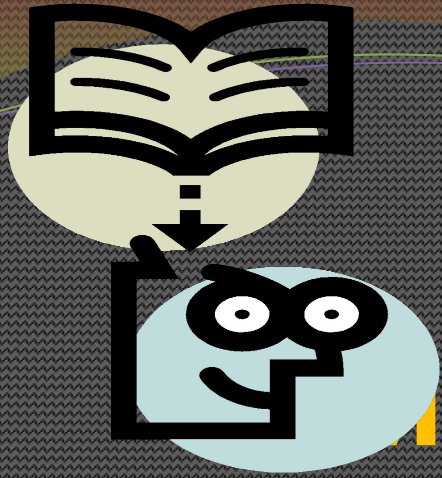
В развитии интегрального исчисления приняли участие русские математики:

В.Я. Буняковский
(1804 – 1889)

М.В. Остроградский
(1801 – 1862)



П.Л. Чебышев
(1821 – 1894)



нный трудится не уставая...

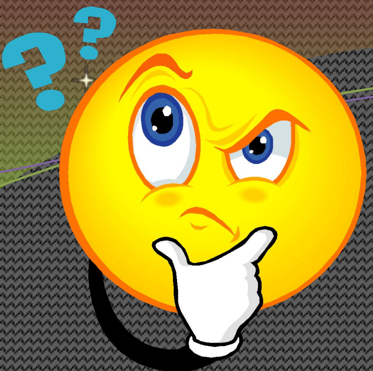
Какая функция называется первообразной для функции f(x) ?

$$F'(x) = f(x)$$

Неопределенным интегралом от непрерывной на интервале (a; b) функции f(x) называют любую ее первообразную функцию.

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

Где С – произвольная постоянная (const).



Установить соответствие. Найти такой общий вид первообразной, которая соответствует заданной функции.

1. $f(x) = x^n$

2. $f(x) = C$

3. $f(x)=\sin x$

4. $f(x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

5. $f(x) =\cos x$

6. $f(x)= \dfrac{1}{\cos^2 x}$

1. $F(x) =Cx+C$

2. $F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C$

3. $F(x) =\mathrm{tg}\, x+C$

4. $F(x) = \sin x+C$

5. $F(x) = \mathrm{ctg}\, x+C$

6. $F(x) = - \cos x+C$

Свойства интеграла

$$\int (f(x) + g(x))dx =$$

$$\int f(x)dx + \int g(x)dx$$

$$\int Cf(x)dx = C\int f(x)dx$$

Найти первообразные для функций:

1) $f(x) = 10x$

2) $f(x) = 3x^2$

3) $f(x) = \sin x + 5$

4) $f(x) = 5\cos x$

5) $f(x) = 6x^2$

6) $f(x) = 3 - 2x$

$F(x) = 5x^2 + C$

$F(x) = x^3 + C$

$F(x) = -\cos x + 5x + C$

$F(x) = 5\sin x + C$

$F(x) = 2x^3 + C$

$F(x) = 3x - x^2 + C$

Пример 1. $\int (3x^5 + 4\cos x - 2x + 1)dx =$

Интеграл суммы выражений равен сумме интегралов этих выражений

Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла

$$\int 3x^5 dx + \int 4cosxdx - \int 2xdx + \int 1dx =$$

$$3\int x^5 dx + 4\int cosxdx - 2\int xdx + 1\int dx =$$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} +$

$\int cosxdx = sinx +$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} +$

$\int dx = x + c$

$$\frac{3x^{5+1}}{5+1} + 4sinx - \frac{2x^2}{2} + x + C \Rightarrow \frac{1}{2}x^6 + 4sinx - x^2 + x + C$$

Пример 2.

$$\int\left(\frac{3}{x^5}-x^4+7e^x-\frac{2}{x}\right)dx$$

Проверить решение

$$\frac{1}{a^n}=a^{-n}$$

Записать решение:

$$\int\left(3x^{-5}-x^4+7e^x-\frac{2}{x}\right)dx$$

$$3\int x^{-5}dx-\int x^4dx+7\int e^x dx-2\int\frac{dx}{x}$$

$$\frac{3x^{-4}}{-4}-\frac{x^5}{5}+7e^x-2lnx+c$$

$$-\frac{3}{4x^4}-\frac{1}{5}x^5+7e^x-2lnx+c$$

Пример 3. $\int (\frac{4}{\cos^2 x} + x^3 - 3\sqrt{x})dx$

Проверить решение

! $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

Записать решение:

$$\int (\frac{4}{\cos^2 x} + x^3 - 3x^{\frac{1}{2}})dx$$

$$\Downarrow$$

$$4\int \frac{1}{\cos^2 x}dx + \int x^3 dx - 3\int x^{\frac{1}{2}}dx$$

$$\Downarrow$$

$$4tgx + \frac{x^4}{4} - 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$\Downarrow$$

$$4tgx + \frac{1}{4}x^4 - 2x\sqrt{x} + C$$

Пример 4.

$$\int \sin(6x+2)dx$$

Проверить решение

Записать решение:

Введем новую переменную и выразим дифференциалы:

$$6x+2=u$$

$$du=6dx, \qquad dx=\frac{1}{6}du$$

$$\int \sin(6x+2)dx=\int \sin u\cdot\frac{1}{6}du$$

$$=\frac{1}{6}\int \sin u\,du=-\frac{1}{6}\cos u+c$$

$$-\frac{1}{6}\cos u+c=$$

$$-\frac{1}{6}\cos(6x+2)+C$$

Пример **5.** $\int \sqrt{3-6x}dx$

Проверить решение

$u = 3 - 6x$

Записать решение:

Выполняем замену:

$u = 3 - 6x$

Выражаем дифференциалы:

$du = -6dx \quad dx = -\frac{1}{6}du$

$$-\frac{1}{6}\int \sqrt{u}du = -\frac{1}{6}\int u^{\frac{1}{2}}du$$

$$-\frac{1}{6}\cdot\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$-\frac{1}{9}(3-6x)^{\frac{3}{2}} + \mathrm{C} = -\frac{1}{9}\sqrt[2]{(3-6x)^3} + \mathrm{C}$$

$$-\frac{1}{9}(3-6x)\sqrt{3-6x} + \mathrm{C}$$

Проверим знания, которые вы усвоили!

Самостоятельная работа
Найти неопределенный интеграл

Проверить решение

Уровень «А» (на «3»)

$$1)\ \frac{1}{6}x^6+\frac{3}{2}x^2-4x+C$$

$$2)5x^5+3e^x-4\ln x+C$$

Уровень «В» (на «4»)

$$3)\ \frac{1}{20}(3+4x)^5+C$$

$$4)\ \frac{1}{6}e^{6x-3}+C$$

Уровень «С» (на «5»)

$$5)\ \frac{1}{5}\sin(5x-4)+C$$

$$6)2ctgx+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5x^5}+C$$

ЗАДАЧА

*Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. За какое время количество бактерий увеличится в **m** раз по сравнению с начальным?*

Решение:

Пусть $x(t)$ – количество бактерий в момент времени t. $x(0) = x_0$. Изменение количества бактерий со временем описывается уравнением

$$x'(t) = kx(t),\ \ k>0,,$$

$$\frac{dx}{dt} = kx$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int k\,dt$$

$$\ln|x| = kt+\ln|C|,$$

$$x=e^{kt}e^{\ln|C|},\ \mathbf{x=Ce^{kt}}$$

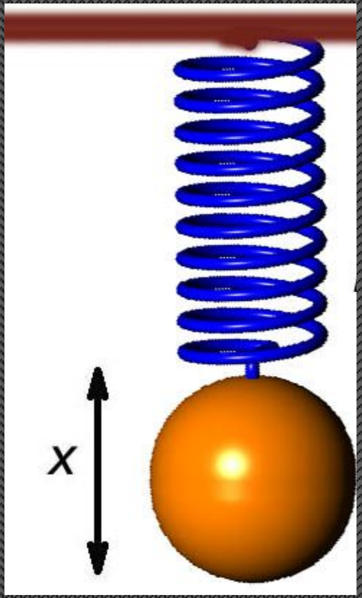
- общее решение уравнения.

С помощью интеграла можно вычислить:

путь, пройденный точкой

работу переменной силы

силу давления жидкости и газа



координаты центра тяжести

массу стержня

Рассмотрим зависимости между физическими величинами

1. Механическая работа
2. Масса тела
3. Электрический заряд
4. Количество теплоты
5. Перемещение

1. $A = F \cdot S$
2. $m = \rho \cdot V$
3. $q = I \cdot t$
4. $Q = cm\Delta t$
5. $S = v \cdot t$

Решите задачи:

Какую **работу** надо произвести при перемещении материальной точки на промежутке **от 1 до 2 метров** под действием силы, заданной законом: **$F(x) = x^2+3$**

$5\frac{1}{3}$

Вычислить **электрический заряд**, переносимый за интервал времени от 1 до 2 секунд проходящий через поперечное сечение проводника, если сила тока меняется по закону

$i(t) = t^2-t+1$

$1\frac{5}{6}$

11м

Материальная точка движется со скоростью:

$$v(t) = 3t^2 + 2t + 1$$

Вычислить перемещение точки за промежуток времени [1;2] секунды

Задание

Установить соответствие. Найти такой общий вид первообразной, которая соответствует заданной функции.

$1.\ f(x)=x+x^3$

$2.\ f(x)=2\cdot\cos x$

$3.\ f(x)=8-5x+10x^2$

$4.\ f(x)=(4-3x)^9$

$1.\ F(x)=\frac{x}{2}+\cos x+C$

$2.\ F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4}+C$

$3.\ F(x)=8x-\frac{5x^2}{2}+\frac{10x^3}{3}+C$

$4.\ F(x)=2\sin x+C$

$5.\ F(x)=8x+\sin x+\frac{10x^2}{3}+C$

$6.\ F(x)=-\frac{1}{30}(4-3x)^{10}+C$

$7.\ F(x)=-\frac{1}{3}(4-3x)^{10}+C$

Домашнее задание

Повторить:
1. Определенный интеграл
2. Решить три задачи прикладного характера
3. Реферат «История интегрального исчисления»

Рефлексия

Что тебе удалось на уроке?

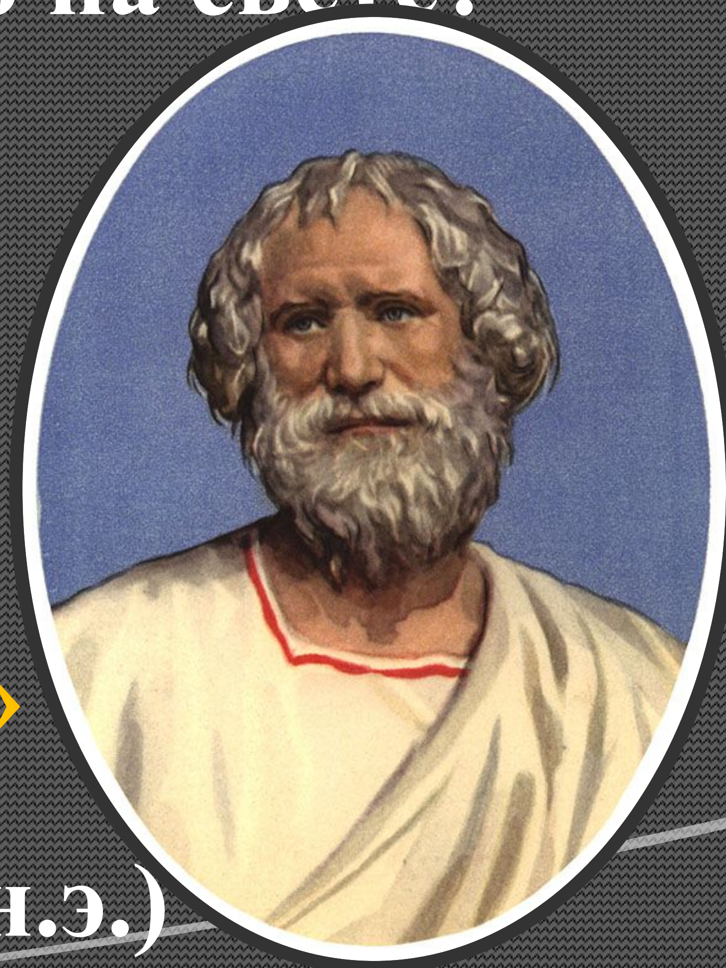
Над чем ещё надо поработать?

За что ты можешь себя похвалить?

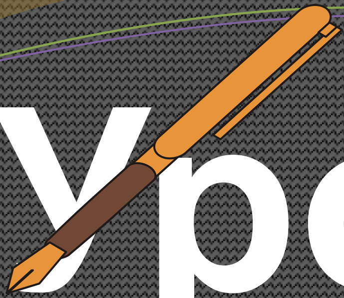
Что нового вы узнали на уроке? Чему вы научились? Можете ли вы объяснить решение данных задач студенту, пропустившему урок сегодня?

А в заключении занятия ещё одна загадка:

«Что есть больше всего на свете?
– Пространство.
Что быстрее всего?
– Пространство.
Что мудрее всего?
– Время.
Что приятнее всего?
– Достичь желаемого!»



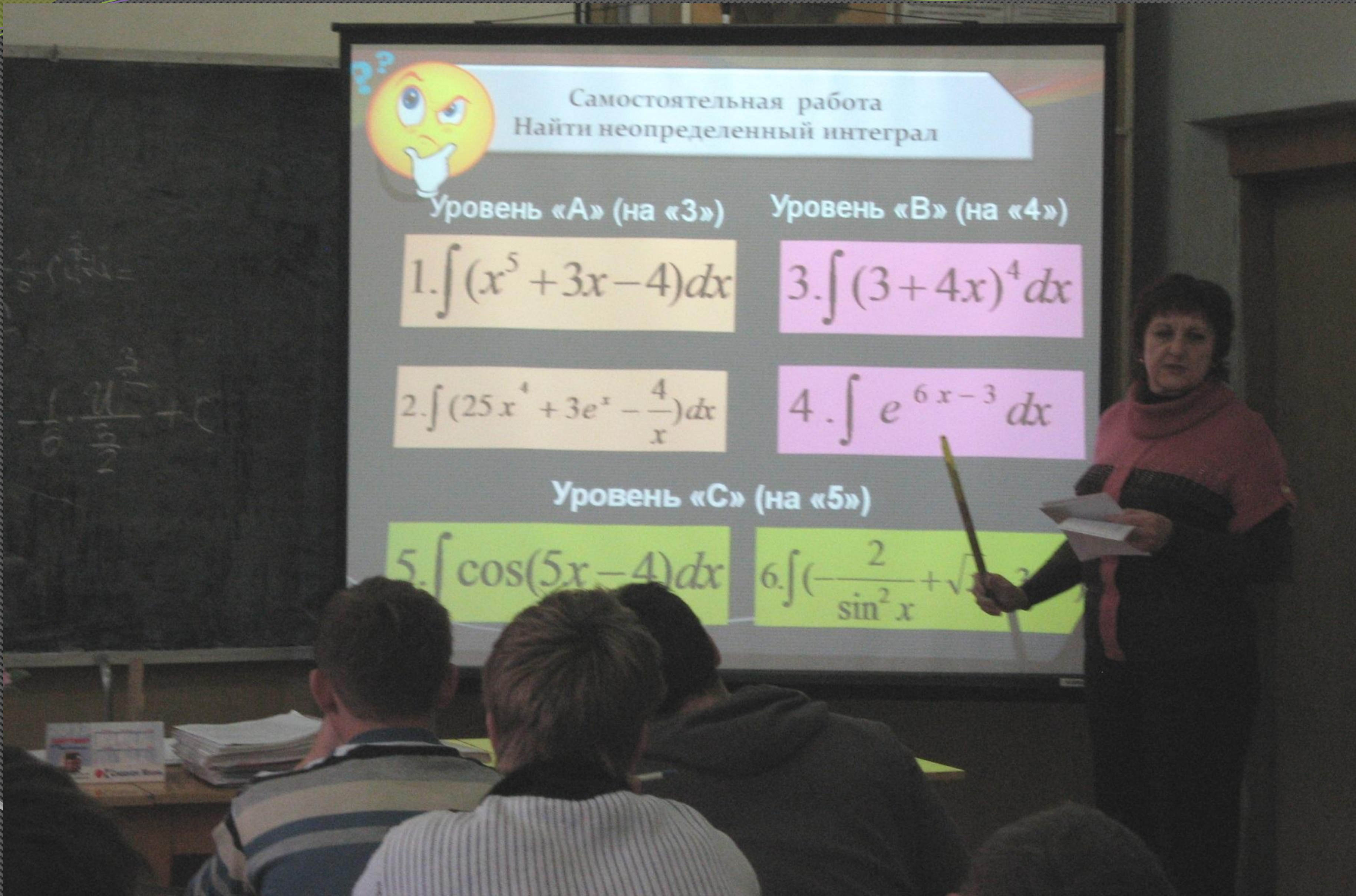
Фалес (ок.625-547г. до н.э.)



Урок окончен.

Выставление оценок за фронтальный опрос, за практическую работу у доски.

Спасибо, за урок !



Самостоятельная работа
Найти неопределенный интеграл
Уровень «А» (на «3»)
Уровень «В» (на «4»)
$1.\int (x^5+3x-4)dx$
$3.\int (3+4x)^4 dx$
$2.\int (25x^4+3e^x-\frac{4}{x})dx$
$4.\int e^{6x-3} dx$
Уровень «С» (на «5»)
$5.\int \cos(5x-4)dx$

Использованные источники

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И. Л. Математика: Учеб. Пособие для техникумов. – М.: Высш. Шк., 2010. – 480с.: ил.

2. Алимов Ш.А. , Колягин Ю.М. , Ткачёва М.В. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс – М.: Просвещение 2012.

3. Фоны презентации http://www.proshkolu.ru/user/AidaAlex/folder/