

# Фигурные числа

## «Все есть число»

*Пифагор*



подготовил ученик 5 класс «А»  
Колесов Сергей

# Фигурные числа

**Фигурные числа** — общее название чисел, связанных с той или иной геометрической фигурой.



Предполагают, что впервые они появились в **VI веке до нашей эры** — в школе **Пифагора**. В дальнейшем многие математики интересовались этими числами



# Фигурные числа



Согласно пифагорейскому учению, в основе мира лежат числа  
**(натуральные)**.

Числа древними греками, а вместе с ними Пифагором и пифагорейцами мыслились зримо, в виде камешков, разложенных на песке или на счетной доске - абаке. По этой причине греки не знали нуля, т.к. его невозможно было "увидеть".

Арифметика пифагорейцев была поэтому тесно связана с геометрией: они выделяли классы чисел, имеющих одну и ту же форму, а именно:

**треугольные, квадратные, пятиугольные**  
и так далее.



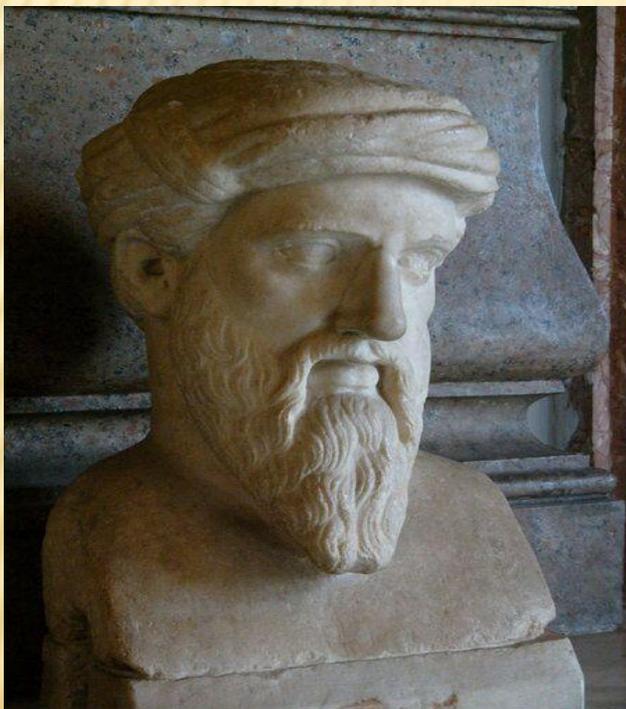
Выкладывая различные  
правильные многоугольники, мы  
получаем разные классы  
**многоугольных чисел.**

Предположительно от фигурных  
чисел возникло выражение:  
«Возвести число в квадрат или в  
куб».



# Фигурные числа –

общее название чисел,  
связанных с той или иной  
геометрической фигурой.



Виды фигурных чисел

Линейные  
числа

Плоские  
числа

Телесные  
числа

Многоугольные  
числа

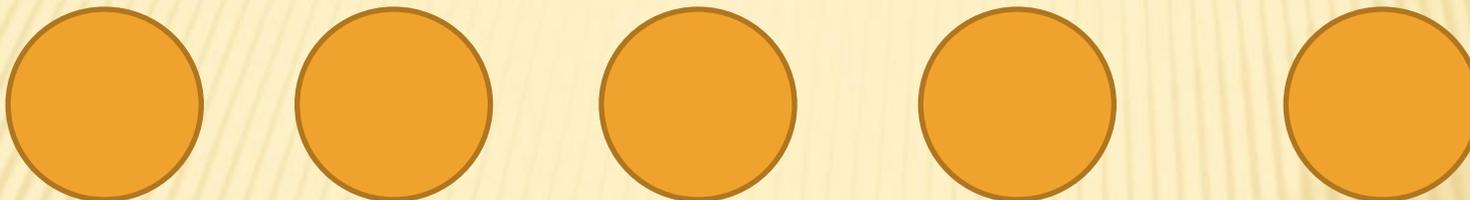
Треугольные  
числа

Квадратные  
числа

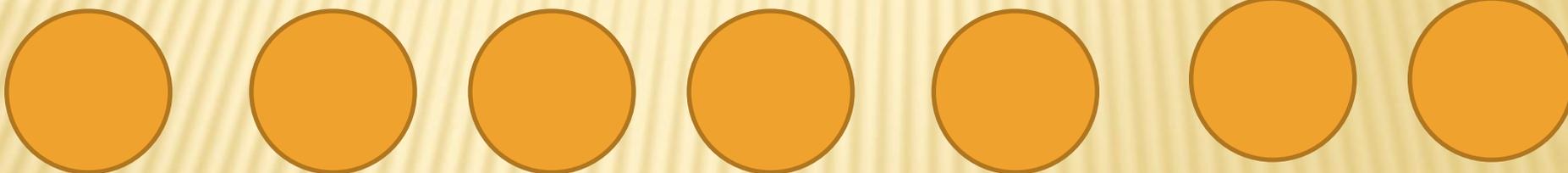
Пятиугольные  
числа

Шестиугольные  
числа

# Линейные числа



5

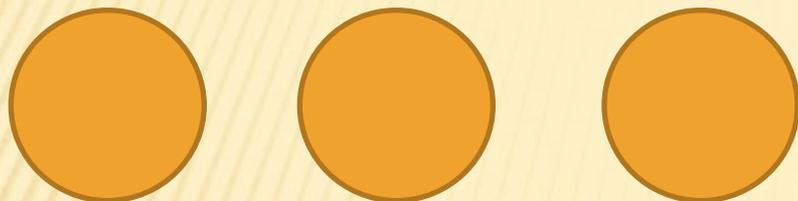


7



1	2	3	4	5	6	7	8	<del>9</del>	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	<del>33</del>	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
<del>51</del>	52	53	54	55	56	<del>57</del>	58	59	60
61	62	<del>63</del>	64	65	66	67	68	<del>69</del>	70
71	72	73	74	<del>75</del>	76	<del>77</del>	78	79	80
81	82	83	84	85	86	<del>87</del>	88	89	90
91	92	<del>93</del>	94	95	96	97	98	<del>99</del>	100

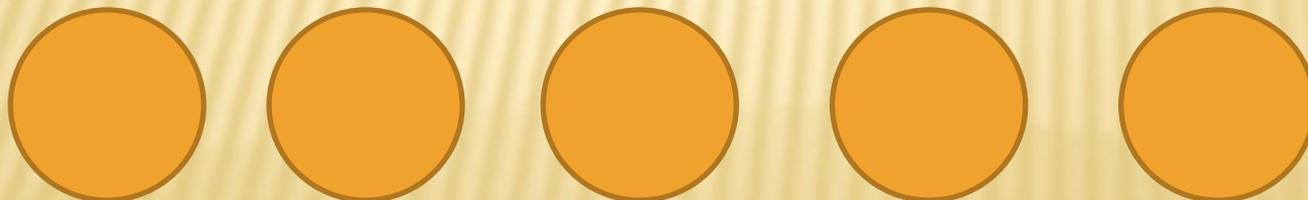
# Плоские числа



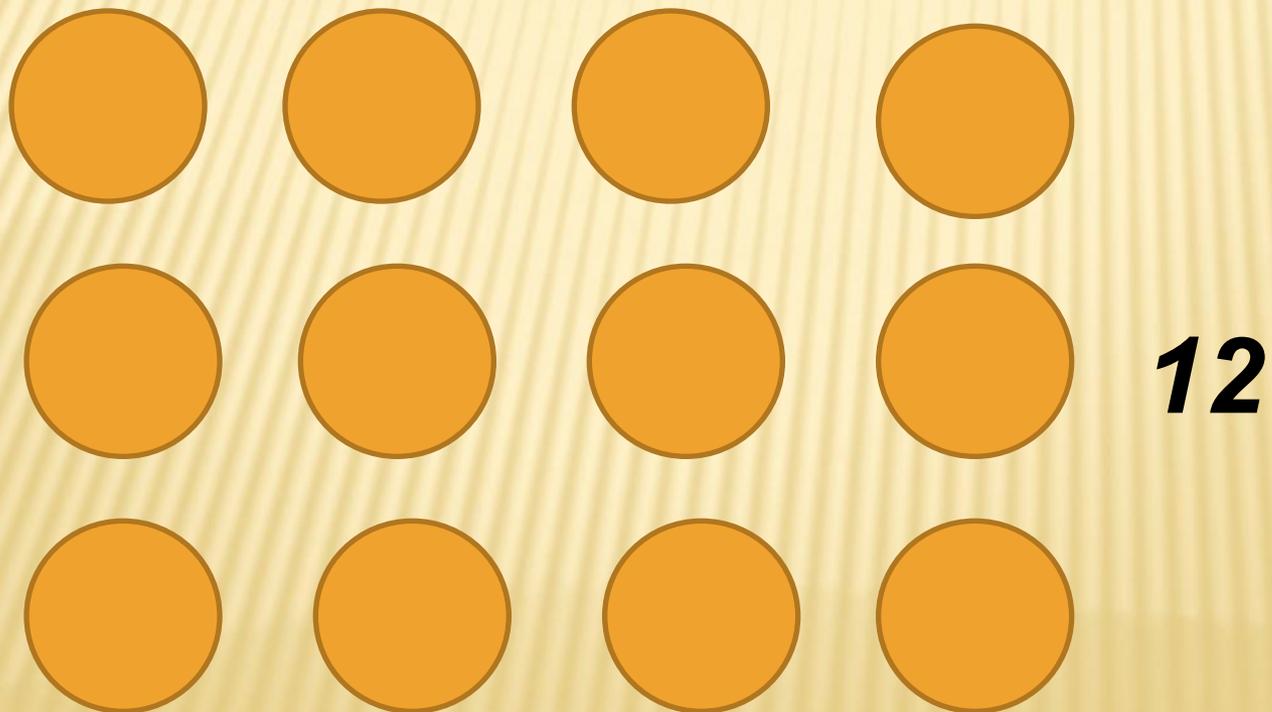
**6**



**10**



# ***Телесные числа – можно представить в виде произве- дения трёх сомножителей***



# Треугольные числа

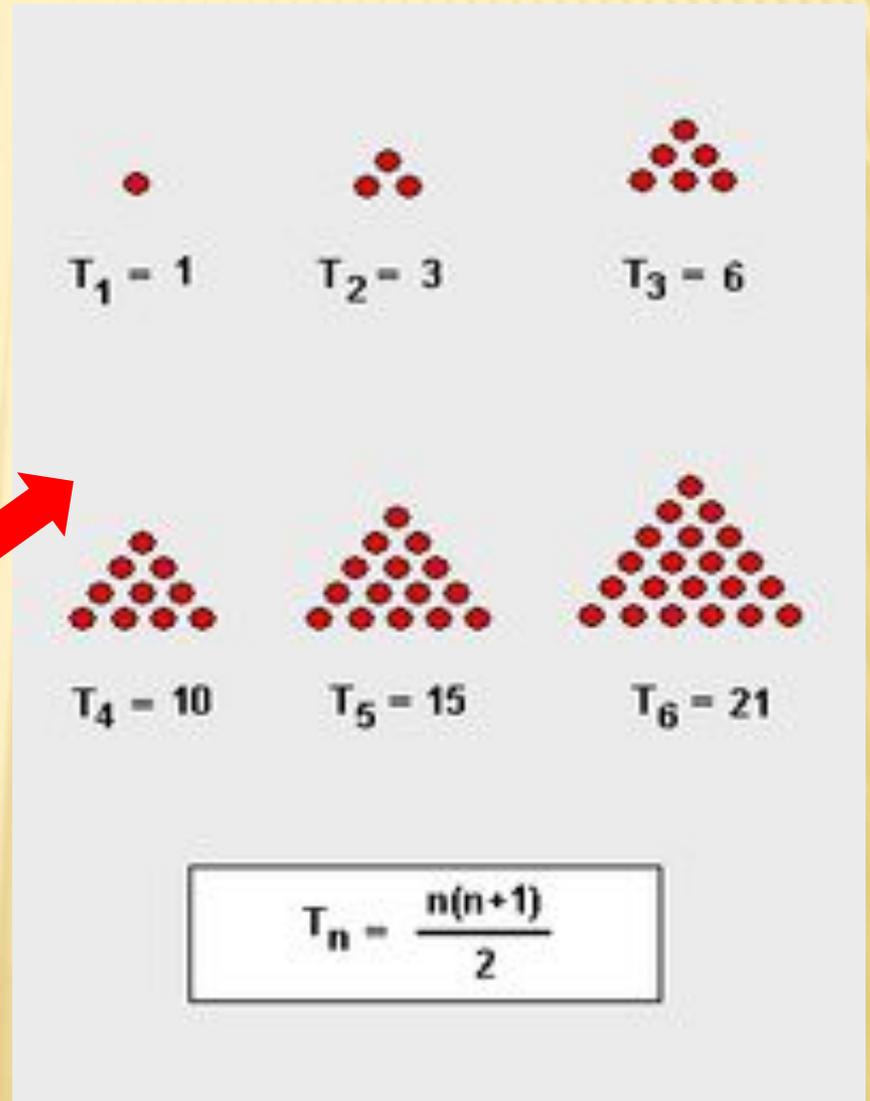
## Треугольное число

– это число кружков, которые могут быть расставлены в форме равностороннего треугольника.

Последовательность треугольных чисел  $T_n$

для  $n = 0, 1, 2, \dots$

начинается так 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55...



# СХЕМА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ТРЕУГОЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Какой же вид имеют треугольные числа?

Заметим, что

$$1 = 1$$

$$3 = 1 + 2$$

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

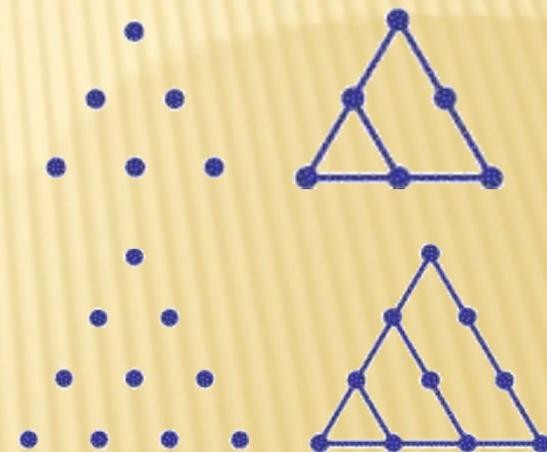
...

Эта закономерность сохраняется и дальше.

Можно вывести формулу для получения  
треугольных чисел:  **$T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$** .

вид она довольно проста, но для вычислений  
не пригодна, поэтому представим ее в  
следующем виде:

$$T_n = \frac{1}{2} n(n + 1)$$



# Давайте порешаем:

*А можно ли продолжить таблицу  
дальше, без помощи рисунков?*

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
Натурал. число	1	3	6	10	15	21	28



# Давайте порешаем:

1. Заполни указанную часть  
таблицы



№ п/п	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Число					261				

*Можно ли найти какое-нибудь  
треугольное число, не вычисляя  
предыдущих?*

**Давайте порешаем:**

$$T_n = n(n+1):2$$



**2. Чему равно треугольное число с номером 35?**

630

**3. Чему равно треугольное число с номером 50?**

1275

**4. Чему равно треугольное число с номером 1000?**

500500

# Давайте порешаем:



**5. Найдите сумму**

**а) 15-ого и 16-ого треугольных чисел;**

$$120 + 136 = 256$$

**б) 47-ого и 48-ого треугольных чисел.**

$$1128 + 1176 = 2304$$

# А ВЫ РЕШИТЕ?

---

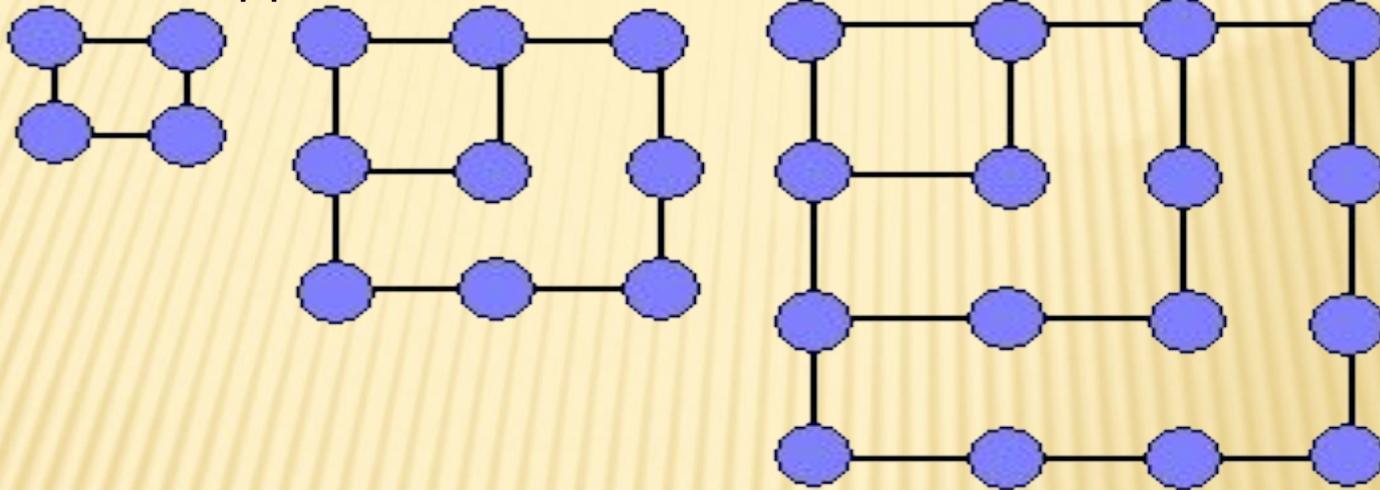
## **Задача:**

**Шары уложили в  
равносторонний треугольник,  
в котором 25 рядов. Сколько  
потребовалось шаров?**



# Квадратные числа

**квадратные числа** получаются при выкладывании из камушков **квадратов**. Вот они какие: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 и т. д.



Второй- это два ряда, каждый из двух камушков:

$2*2=4$ . Третий - три ряда по три камушка:  $3*3=9$ .

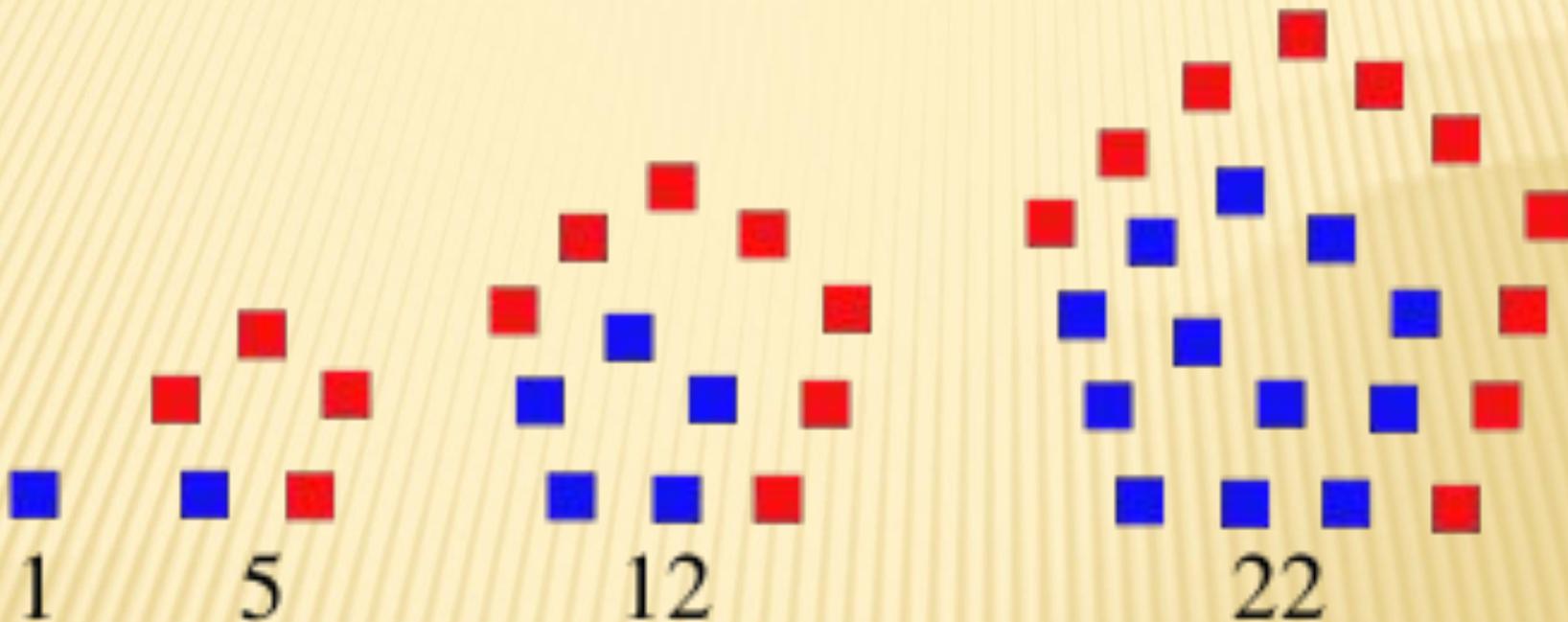
Четвертый- 4 ряда по 4 камня:  $4*4=16$ . Неспроста

про числа  $2*2$ ,  $3*3$ ,  $4*4$  говорят "**два в квадрате**"<sup>2</sup>,

"**три в квадрате**", "**четыре в квадрате**"!



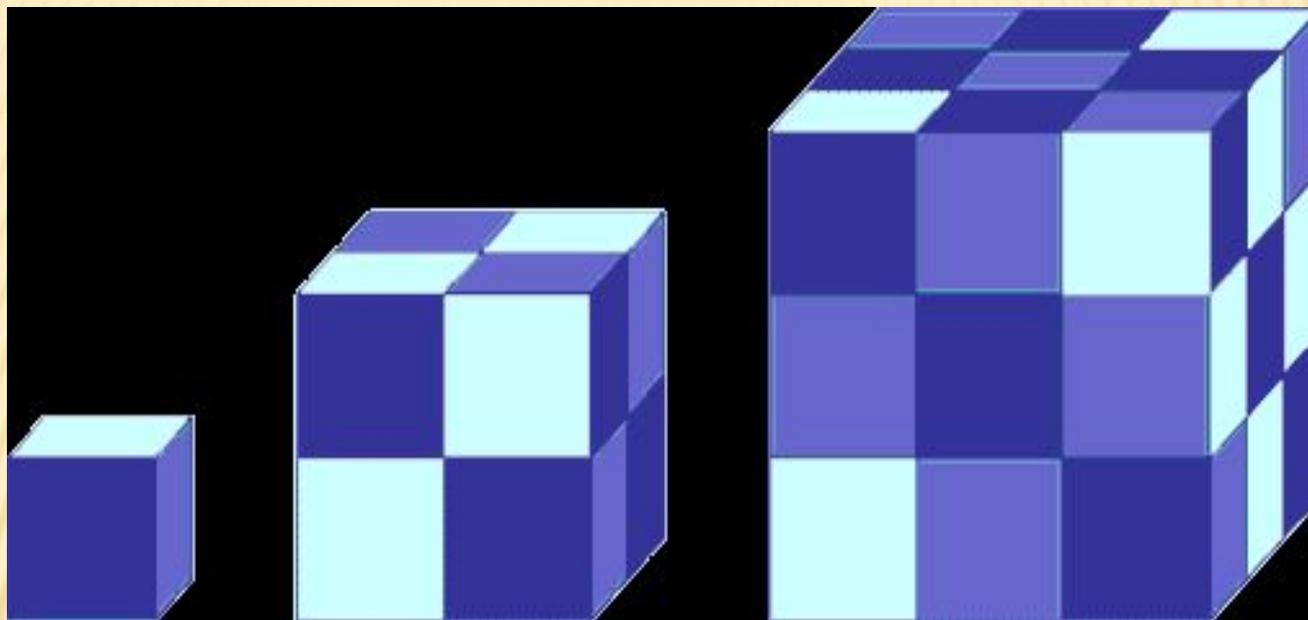
# Пятиугольные числа



Можно рассматривать и шестиугольные, и семиугольные числа, и вообще, числа, возникающие при складывании разнообразных многоугольников, с разными сторонами или с одинаковыми.



# Кубические числа



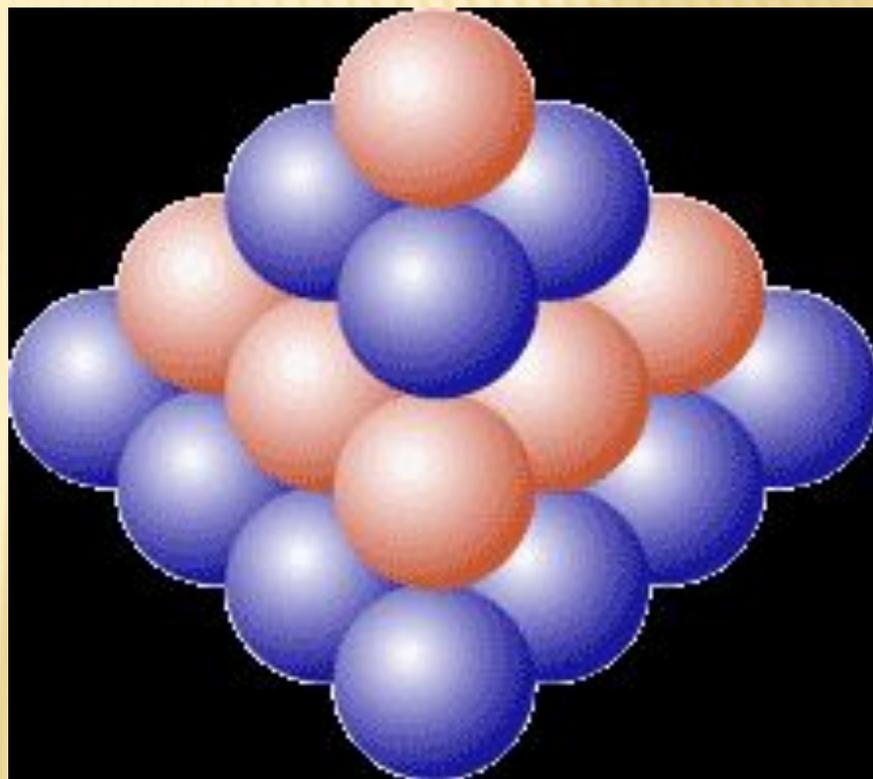
Очень интересны кубические числа, возникающие при складывании кубиков: 1,  $2*2*2=8$  (два этажа из квадратов  $2*2$ ).  $3*3*3=27$  (три этажа из квадратов  $3*3$ )  $4*4*4=64$  (четыре этажа из квадратов  $4*4$ )  $5*5*5=125$ ,  $6*6*6=216$ ,  $7*7*7=343$ ,  $8*8*8=512$ ,  $9*9*9=729$ ,  $10*10*10=1000$  и так далее. Теперь понятно, почему про такие числа говорят: "два в кубе", "три в кубе", "десять в кубе"?



# Пирамидальные числа



- **Пирамидальные числа** возникают при складывании круглых камушков горкой так, чтобы они не раскатывались. Получается пирамида. Каждый слой в такой пирамиде - треугольное число. Наверху один камушек, под ним - 3, под теми - 6 и т.д.: **1, 1+3=4, 1+3+6=10, 1+3+6+10=20, ...**



# Совершенные числа

$$6 = 1+2+3$$

$$28 = 1+2+4+7+14$$

$$496 = 1+2+4+8+16+31+62+124+248$$

**Спасибо за  
внимание!**



**До новых  
встреч!**