ОТКРЫТЫЙ УРОК
ПО АЛГЕБРЕ
В 8 КЛАССЕ
ПО ТЕМЕ

«СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ»

Учитель:
Ештокина Л.М.

Тема урока: «Свойства степени с целым показателем».

Цель урока: Повторить определение степени с целым отрицательным показателем и свойства степени с натуральным показателем. Ввести свойства степени с целым показателем. Выработать у учащихся умение выполнять действия над степенями с целым отрицательным показателем, уметь применять свойства степени с целым показателем в вычислениях и преобразованиях.

<u>Ход урока.</u>

I. Устный счет

(Консультанты помогают оценивать работу некоторых учащихся).

1. Заменить степень с целым отрицательным показателем дробью:

5^{-6}; x^{-3}; 7^{-8}; $(a-x)^{-4}$; $(2y)^{-5}$

2. Заменить дробь степенью с целым отрицательным показателем:

$\frac{1}{a^3}$; $\frac{1}{9^6}$; $\frac{1}{y^8}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3a+1}$

3. Записать в виде степени некоторого основания:

$2^8 \times 2^3$; $a^{10} : a^7$; $(m^7)^4$; $4^n \times 4^5$; $2^{3n} : 2^n$

4. Вычислите:

2^{-3}; $(-7)^{-2}$; $(\frac{1}{2})^{-1}$; $(\frac{3}{7})^{-2}$; 1^{-8}; 1^{15}.

<u>Степень</u> *(научная сказка)*

Много лет прослужила Единица без единого замечания, и нужно же было как-то отметить её заслуги!

Поэтому Единицу решили возвести в степень. Сначала возвели во вторую степень. Думали этим и ограничиться, но опять Единица служит прилежно. А замечаний хоть бы одно!

Возвели Единицу в третью степень. И опять ни одного замечания. Возвели в четвертую. Ни одного замечания! Подумать только!

Возвели в пятую степень, в шестую, в десятую, в сотую. Нет замечаний!

Далеко пошла Единица. Теперь она – Единица в тысячной степени.

А что изменилось от этого? Ничего, ровным счетом. Ведь Единица в тысячной степени – та же Единица.

И на тысячную долю не больше!

Возвели в пятую степень, в шестую, в десятую, в сотую. Нет замечаний! Далеко пошла Единица. Теперь она – Единица в тысячной степени. А что изменилось от этого? Ничего, ровным счётом. Ведь Единица в тысячной степени – та же Единица.

И на тысячную долю не больше!

II. Проверка домашнего задания

Задание повышенной трудности:

Что больше $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ или $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$?

Первый способ:

Обозначим $10^{10} = a$.

$\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} = \frac{a+1}{10a+1}$; $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1} = \frac{10a+1}{100a+1}$;

Приведем дроби к общему знаменателю:

$$\frac{a+1}{10a+1} = \frac{100a^2+101a+1}{(10a+1)(100a+1)}$$

$$\frac{10a+1}{100a+1} = \frac{100a^2+20a+1}{(10a+1)(100a+1)}$$

$101a > 20a \quad (a = 10^{10})$

$\frac{a+1}{10a+1} \succ \frac{10a+1}{100a+1}$, т.е. $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} \succ \frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$.

Второй способ:

Вычислим от обеих дробей по $\frac{1}{10}$ мы получим дроби с одинаковыми числителями, которые сравним устно:

$$\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}-\frac{1}{10}=\frac{9}{10^{12}+10}$$

$$\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}-\frac{1}{10}=\frac{9}{10^{13}+10}$$

Т.к. $\frac{9}{10^{12}+10}\succ\frac{9}{10^{13}+10}$, то $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}\succ\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$.

Третий способ:

Умножим каждую дробь на 10 и выделим единицу:

$$10\times\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}=1+\frac{9}{10^{11}+1}$$

$$10\times\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}=1+\frac{9}{10^{12}+1}$$

Т.к. $\frac{9}{10^{11}+1}\succ\frac{9}{10^{12}+1}$, то $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}\succ\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$.

Четвертый способ:

$$\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}-\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}=\frac{10^{12}-2\times10^{11}+10^{10}}{(10^{11}+1)\times(10^{12}+1)}=\frac{10^{10}\times(10^{2}-2\times10+1)}{(10^{11}+1)\times(10^{12}+1)}=\frac{81\times10^{10}}{(10^{11}+1)(10^{12}+1)}\succ0$$

Следовательно $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}\succ\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$.

III. Изучение нового материала

Повторить свойства степени с натуральным показателем и доказать, что эти свойства верны для любого целого показателя.

Докажем первое свойство:

$a\neq0$, m и n – натуральные числа

$a^{-m}\times a^{-n}=a^{-m+(-n)}$

Второе свойство доказывает один из учащихся

$a^{-m} : a^{-n} = a^{-m-(-n)}$

Например:

$a^{-8} : a^{5} = a^{-3}$

$(2^{-3})^{-5} = 2^{15}$

$m^{-9} : m^{-2} = m^{-7}$

$(3a^{2}в^{-3})^{-2} = \frac{1}{9}a^{-4}в^{6}$

IV. Закрепление

Упражнение № 925 (устно) – по готовым планшетам.

Работают консультанты, которые помогают оценивать работу учащихся.

а) $3^{-4} \times 3^{6} = 9$

б) $2^{4} \times 2^{-3} = 2$

в) $10^{8} \times 10^{-5} \times 10^{-6} = \frac{1}{1000}$

г) $2^{10} : 2^{12} = \frac{1}{4}$

д) $5^{-9} : 5^{-3} = 1$

е) $3^{-4} : 3 = \frac{1}{243}$

ж) $(2^{-4})^{-1} = 16$

з) $(5^{2})^{-2} \times 5^{3} = \frac{1}{5}$

и) $3^{-4} \times (3^{-2})^{-4} = 81$

Упражнение № 931 (2 человека решают у доски).

1-й учащийся пункты а), в)

2-й учащийся пункты б), г)

а) $27 \times 3^{-4} = \frac{1}{3}$

б) $(3^{-1})^{5} \times 81^{2} = 27$

в) $9^{-2} : 3^{-6} = 9$

г) $81^{3} : (9^{-2})^{-3} = 1$

Упражнение № 934 (самостоятельно)

Ответы записаны на обратной стороне доски.

а) $8^{-2} \times 4^{3} = 1$

е) $\frac{4^{-2} \times 8^{-6}}{2^{-22}} = 1$

б) $9^{-6} \times 27^{5} = 27$

в) $10^{0} : 10^{-3} = 1000$

г) $125^{-4} : 25^{-5} = \frac{1}{25}$

д) $\frac{2^{-21}}{4^{-5} \times 4^{6}} = 2$

ж) $\frac{3^{-10} \times 9^{8}}{(-3)^{2}} = 81$

з) $\frac{5^{-5} \times 25^{10}}{125^{3}} = 15625$

Те учащиеся, которые справились со всем заданием раньше, получают карточки (разноцветного характера).

Карточка № 1

Реши по образцу:

$5^{-2} \text{ x } 5^{3} = 5^{-2+3} = 5^{1} = 5$

$4^{-6} : 4^{-3} = 4^{-6-(-3)} = 4^{-3} = \frac{1}{64}$

$7^{8} : 7^{10} = 7^{8-10} = 7^{-2} = \frac{1}{49}$

$(2^{-3})^{-2} = 2^{-3 \times (-2)} = 2^{6} = 64$

$a^{10} \times a^{-5} = a^{10+(-5)} = a^{5}$

$(m^{-2})^{-4} = m^{-2 \times (-4)} = m^{8}$

$4^{-3} \text{ x } 4^{5} =$

$2^{-8} : 2^{-6} =$

$3^{9} : 3^{12} =$

$(5^{-2})^{-2} =$

$y^{5} \times y^{-6} =$

$(в^{-5})^{-4} =$

Карточка № 2

1. Сравните выражения:

а) 5^{-3} и 7^{-3}; б) $(\frac{1}{2})^{-5}$ и $(\frac{1}{3})^{-5}$; в) $(-2)^{0}$ и $(-2)^{-2}$

2. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными показателями:

а) $\frac{am^{-2}}{a^{-1}в}$; б) $\frac{(a+в)в}{в^{-1}(a-в)}$; в) $\frac{2a^{-1}в^{2}}{(a+в)^{-2}}$

Карточка № 3

Упростите выражение:

а) $\frac{x^5+x^{12}}{x^{-5}+x^{-12}}$; б) $\frac{a^5+a^6+a^7}{a^{-5}+a^{-6}+a^{-7}}$;

VI. Задание на дом:

п. 34; № 926; 932; 935

Доказать, что значение числового выражения $11^{11}+12^{12}+13^{13}$ делится на 10.

VII. Математическая эстафета.

Представьте в виде степени и найдите значение выражения:

I

$2^7 \times 2^{-5} = 4$

$10^{-6} : 10^4 : 10^{-8} = \frac{1}{100}$

$(2^{-3})^{-1} = 8$

$(2^{-2})^{-2} \times 2^{-5} = \frac{1}{2}$

$2^{-10} : 2^{-8} = \frac{1}{4}$

$(-2^{-3})^{-2} \times 2^{-5} = 2$

II

$3^{-8} : 3^{-10} = 9$

$10^{-5} : 10^{-8} = 1000$

$(3^{-2})^{-1} = 9$

$(3^{-2})^{-3} : 3^7 = \frac{1}{3}$

$10^{-3} : 10^5 \times 10^{10} = 100$

$(2^{-4})^{-3} : 2^9 = 8$

VIII. Итог урока