

**ОТКРЫТЫЙ УРОК
ПО АЛГЕБРЕ
В 8 КЛАССЕ
ПО ТЕМЕ**

**«СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С
ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ»**

**Учитель:
Ештокина Л.М.**

Тема урока: «Свойства степени с целым показателем».

Цель урока: Повторить определение степени с целым отрицательным показателем и свойства степени с натуральным показателем. Ввести свойства степени с целым показателем. Выработать у учащихся умение выполнять действия над степенями с целым отрицательным показателем, уметь применять свойства степени с целым показателем в вычислениях и преобразованиях.

Ход урока.

I. Устный счет

(Консультанты помогают оценивать работу некоторых учащихся).

1. Заменить степень с целым отрицательным показателем дробью:

$$5^{-6}; x^{-3}; 7^{-8}; (a-x)^{-4}; (2y)^{-5}$$

2. Заменить дробь степенью с целым отрицательным показателем:

$$\frac{1}{a^3}; \frac{1}{9^6}; \frac{1}{y^8}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3a+1}$$

3. Записать в виде степени некоторого основания:

$$2^8 \times 2^3; a^{10}; a^7; (m^7)^4; 4^n \times 4^5; 2^{3n}; 2^n$$

4. Вычислите:

$$2^{-3}; (-7)^{-2}; \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}; \left(\frac{3}{7}\right)^{-2}; 1^{-8}; 1^{15}.$$

Степень (научная сказка)

Много лет прослужила Единица без единого замечания, и нужно же было как-то отметить её заслуги!

Поэтому Единицу решили возвести в степень. Сначала возвели во вторую степень. Думали этим и ограничиться, но опять Единица служит прилежно. А замечаний хоть бы одно!

Возвели Единицу в третью степень. И опять ни одного замечания.
Возвели в четвертую. Ни одного замечания! Подумать только!

Возвели в пятую степень, в шестую, в десятую, в сотую. Нет замечаний!

Далеко пошла Единица. Теперь она – Единица в тысячной степени.

А что изменилось от этого? Ничего, равным счетом. Ведь Единица в тысячной степени – та же Единица.

И на тысячную долю не больше!

Возвели в пятую степень, в шестую, в десятую, в сотую. Нет замечаний! Далеко пошла Единица. Теперь она – Единица в тысячной степени. А что изменилось от этого? Ничего, равным счётом. Ведь Единица в тысячной степени – та же Единица.

И на тысячную долю не больше!

II. Проверка домашнего задания

Задание повышенной трудности:

Что больше $\frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1}$ или $\frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1}$?

Первый способ:

Обозначим $10^{10} = a$.

$$\frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} = \frac{a + 1}{10a + 1}; \quad \frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1} = \frac{10a + 1}{100a + 1};$$

Приведем дроби к общему знаменателю:

$$\frac{a + 1}{10a + 1} = \frac{100a^2 + 101a + 1}{(10a + 1)(100a + 1)}$$

$$\frac{10a + 1}{100a + 1} = \frac{100a^2 + 20a + 1}{(10a + 1)(100a + 1)}$$

$$101a > 20a \quad (a = 10^{10})$$

$$\frac{a + 1}{10a + 1} > \frac{10a + 1}{100a + 1}, \quad \text{т.е.} \quad \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} > \frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1}.$$

Второй способ:

Вычислим от обеих дробей по $\frac{1}{10}$ мы получим дроби с одинаковыми числителями, которые сравним устно:

$$\frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10^{12} + 10}$$

$$\frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10^{13} + 10}$$

Т.к. $\frac{9}{10^{12} + 10} > \frac{9}{10^{13} + 10}$, то $\frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} > \frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1}$.

Третий способ:

Умножим каждую дробь на 10 и выделим единицу:

$$10 \times \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{11} + 1}$$

$$10 \times \frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{12} + 1}$$

Т.к. $\frac{9}{10^{11} + 1} > \frac{9}{10^{12} + 1}$, то $\frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} > \frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1}$.

Четвертый способ:

$$\frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} - \frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1} = \frac{10^{12} - 2 \times 10^{11} + 10^{10}}{(10^{11} + 1)(10^{12} + 1)} = \frac{10^{10} \times (10^2 - 2 \times 10 + 1)}{(10^{11} + 1)(10^{12} + 1)} = \frac{81 \times 10^{10}}{(10^{11} + 1)(10^{12} + 1)} > 0$$

Следовательно $\frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1} > \frac{10^{11} + 1}{10^{12} + 1}$.

III. Изучение нового материала

Повторить свойства степени с натуральным показателем и доказать, что эти свойства верны для любого целого показателя.

Докажем первое свойство:

$a \neq 0$, m и n – натуральные числа

$$a^{-m} \times a^{-n} = a^{-m+(-n)}$$

Второе свойство доказывает один из учащихся

$$a^{-m} : a^{-n} = a^{-m-(-n)}$$

Например:

$$a^{-8} : a^5 = a^{-3}$$

$$(2^{-3})^{-5} = 2^{15}$$

$$m^{-9} : m^{-2} = m^{-7}$$

$$(3a^2b^{-3})^{-2} = \frac{1}{9}a^{-4}b^6$$

IV. Закрепление

Упражнение № 925 (устно) – по готовым планшетами.

Работают консультанты, которые помогают оценивать работу учащихся.

а) $3^{-4} \times 3^6 = 9$

е) $3^{-4} : 3 = \frac{1}{243}$

б) $2^4 \times 2^{-3} = 2$

ж) $(2^{-4})^{-1} = 16$

в) $10^8 \times 10^{-5} \times 10^{-6} = \frac{1}{1000}$

з) $(5^2)^{-2} \times 5^3 = \frac{1}{5}$

г) $2^{10} : 2^{12} = \frac{1}{4}$

и) $3^{-4} \times (3^{-2})^{-4} = 81$

д) $5^{-9} : 5^{-3} = 1$

Упражнение № 931 (2 человека решают у доски).

1-й учащийся пункты а), в)

2-й учащийся пункты б), г)

а) $27 \times 3^{-4} = \frac{1}{3}$

б) $(3^{-1})^5 \times 81^2 = 27$

в) $9^{-2} : 3^{-6} = 9$

г) $81^3 : (9^{-2})^{-3} = 1$

Упражнение № 934 (самостоятельно)

Ответы записаны на обратной стороне доски.

а) $8^{-2} \times 4^3 = 1$

е) $\frac{4^{-2} \times 8^{-6}}{2^{-22}} = 1$

$$б) 9^{-6} \times 27^5 = 27$$

$$в) 10^0 : 10^{-3} = 1000$$

$$г) 125^{-4} : 25^{-5} = \frac{1}{25}$$

$$д) \frac{2^{-21}}{4^{-5} \times 4^6} = 2$$

$$ж) \frac{3^{-10} \times 9^8}{(-3)^2} = 81$$

$$з) \frac{5^{-5} \times 25^{10}}{125^3} = 15625$$

Те учащиеся, которые справились со всем заданием раньше, получают карточки (разноцветного характера).

Карточка № 1 ▲

Реши по образцу:

$$5^{-2} \times 5^3 = 5^{-2+3} = 5^1 = 5$$

$$4^{-6} : 4^{-3} = 4^{-6-(-3)} = 4^{-3} = \frac{1}{64}$$

$$7^8 : 7^{10} = 7^{8-10} = 7^{-2} = \frac{1}{49}$$

$$(2^{-3})^{-2} = 2^{-3 \times (-2)} = 2^6 = 64$$

$$a^{10} \times a^{-5} = a^{10+(-5)} = a^5$$

$$(m^{-2})^{-4} = m^{-2 \times (-4)} = m^8$$

$$4^{-3} \times 4^5 =$$

$$2^{-8} : 2^{-6} =$$

$$3^9 : 3^{12} =$$

$$(5^{-2})^{-2} =$$

$$y^5 \times y^{-6} =$$

$$(e^{-5})^{-4} =$$


Карточка № 2 ▲

1. Сравните выражения:

а) 5^{-3} и 7^{-3} ; б) $(\frac{1}{2})^{-5}$ и $(\frac{1}{3})^{-5}$; в) $(-2)^0$ и $(-2)^{-2}$

2. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными показателями:

а) $\frac{am^{-2}}{a^{-1}e}$; б) $\frac{(a+e)e}{e^{-1}(a-e)}$; в) $\frac{2a^{-1}e^2}{(a+e)^{-2}}$

Карточка № 3 

Упростите выражение:

$$\text{а) } \frac{x^5 + x^{12}}{x^{-5} + x^{-12}}; \quad \text{б) } \frac{a^5 + a^6 + a^7}{a^{-5} + a^{-6} + a^{-7}};$$

VI. Задание на дом:

п. 34; № 926; 932; 935

Доказать, что значение числового выражения $11^{11} + 12^{12} + 13^{13}$ делится на 10.

VII. Математическая эстафета.

Представьте в виде степени и найдите значение выражения:

$$\begin{aligned} & \mathbf{I} \\ 2^7 \times 2^{-5} &= 4 \\ 10^{-6} : 10^4 : 10^{-8} &= \frac{1}{100} \\ (2^{-3})^{-1} &= 8 \\ (2^{-2})^{-2} \times 2^{-5} &= \frac{1}{2} \\ 2^{-10} : 2^{-8} &= \frac{1}{4} \\ (-2^{-3})^{-2} \times 2^{-5} &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{II} \\ 3^{-8} : 3^{-10} &= 9 \\ 10^{-5} : 10^{-8} &= 1000 \\ (3^{-2})^{-1} &= 9 \\ (3^{-2})^{-3} : 3^7 &= \frac{1}{3} \\ 10^{-3} : 10^5 \times 10^{10} &= 100 \\ (2^{-4})^{-3} : 2^9 &= 8 \end{aligned}$$

VIII. Итог урока