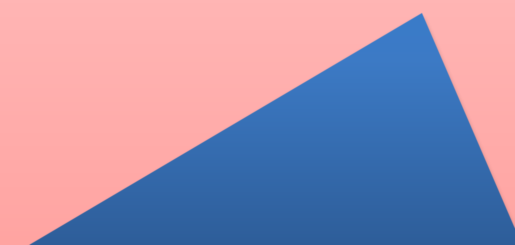
Теорема о площади треугольника

Урок геометрии в 9 классе

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутусова

Цели урока:

- актуализировать знания учащихся о площади треугольника, полученные в 8 классе;
- доказать теорему о площади треугольника;
- научить решать задачи на применение теоремы о площади треугольника;



Вспомним все формулы для вычисления площади треугольника

1. Формула для вычисления площади прямоугольного треугольника.

$$S = \tfrac{1}{2}\, ав$$

2. Формула для вычисления площади произвольного треугольника.

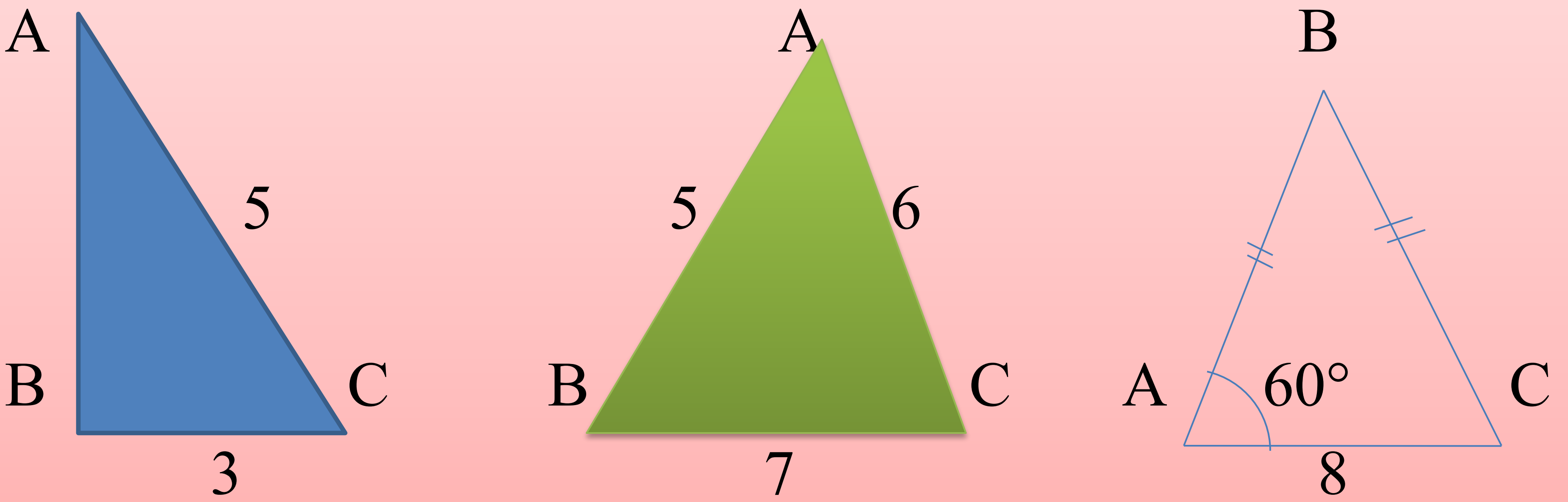
$$S = \tfrac{1}{2}\, ah$$

3. Формула Герона.

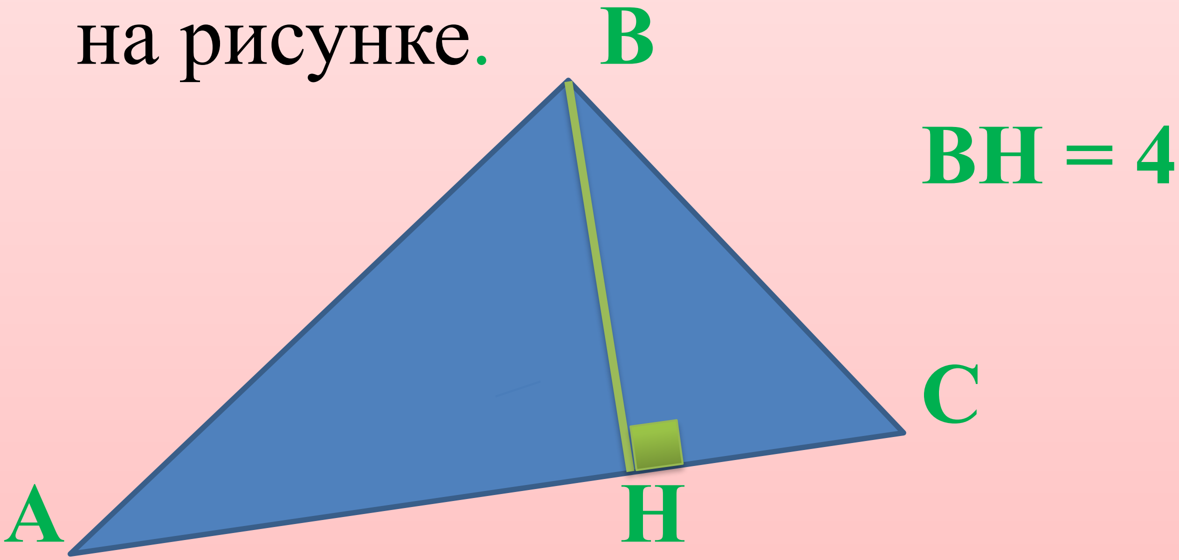
$$S = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}$$

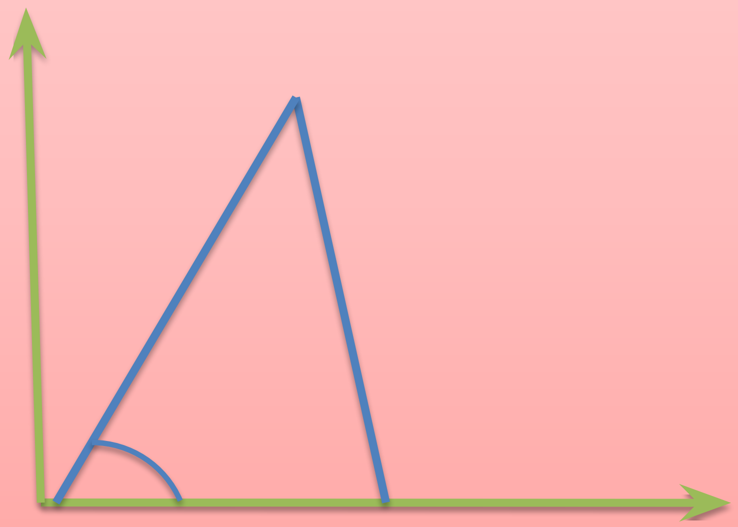
Фронтальная работа с классом

Вычислите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



Вычислите площадь треугольника, изображенного на рисунке.





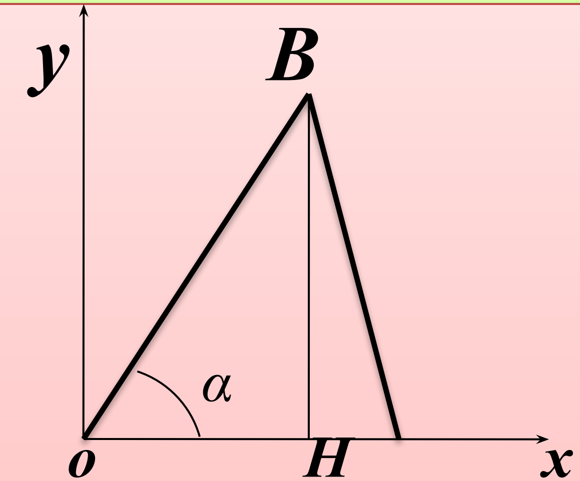
Изучение новой темы

Задача.

В ΔABC BC = a, AC = b, <C = α .

Найдите площадь треугольника.

Решение:



Координаты точки B равны: x = a sinα, y = a cosα

Высота ΔABC, проведенная к стороне AC, равна BH. С другой стороны, BH – это ордината точки B, т.е. BH = a sinα.

S = ½ AC · BH = ½ b · (a · sinα) = ½ ab sinα.

Итак,

S = ½ ab sinα

где a,b – стороны треугольника, α – угол между ними.

Закрепление изученного материала

1. Самостоятельно решить задачи № 38, № 39 из рабочей тетради.

2. Самостоятельно решить задачи :

   I уровень - №1020 (а)

   II уровень - №1022

Проверка

№1020 (а)

Решение:

AB = $6\sqrt{8}$ см, AC = 4см, <A = 60°, тогда

S = ½ AB·AC· ***sin***60° = ½· $6\sqrt{8}$ ·4 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = $12\sqrt{6}$ см²

Ответ: $12\sqrt{6}$ см²

№1022

Решение:

S_{ABC} = ½ AB·AC· ***sin***<A

S_{ABC} = 60см², AC = 15 см, <A = 30° $\Rightarrow$ AB = $\frac{2 \cdot S}{AB\ sinA}$ = 16 см.

Ответ: 16 см.

Дополнительные задачи

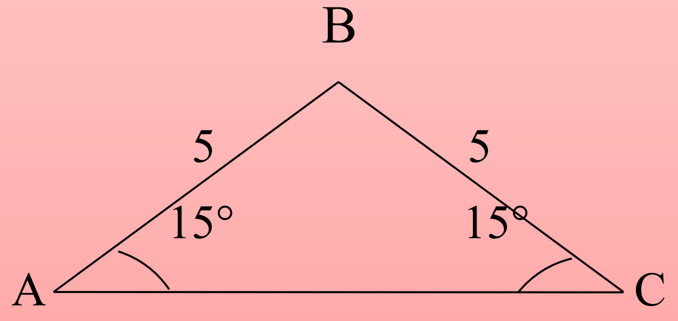
1. Найдите площадь равнобедренного треугольника с углом при основании 15° и боковой стороной, равной 5 см.

Решение:

$S = \frac{1}{2}$ AB·AC· $sin\angle B$, $\angle B = 180° - (\angle A + \angle C) = 150°$

$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{4}$ см^2

Ответ: $= \frac{25}{4}$ см^2



2. В треугольнике АВС АВ = 4, ВС = 6, ВD − биссектриса, $\angle$ АВС = 45°. Найдите площади треугольников АВD и СВD.

Решение:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 45° = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}.$$

BD – биссектриса $\triangle$ *ABC, тогда*

.

$$\frac{S\,\Delta ABD}{S\,\Delta CBD} = \frac{AB \cdot BD \cdot \sin 22{,}5°}{BC \cdot BD \cdot \sin 22{,}5°} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$$

Так как $S_{\Delta ABC} = 6\sqrt{2} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta CBD},$ $\frac{S\,\Delta ABD}{S\,\Delta CBD} = \frac{2}{3}$,

то $\Rightarrow$ $S_{\Delta ABD} = \frac{12\sqrt{2}}{5}$, $S_{\Delta CBD} = \frac{18\sqrt{2}}{5}$.

Ответ: $\frac{12\sqrt{2}}{5}$, $\frac{18\sqrt{2}}{5}$

Подведение итогов урока

- Запишите формулы для вычисления площади треугольника.
- Вычислить площадь треугольника со сторонами 5см и 6см, если угол между ними равен 60°.
- **Домашнее задание:**
  п. 96, № 1020 (б), №1021, №1023