

Теорема о площади треугольника

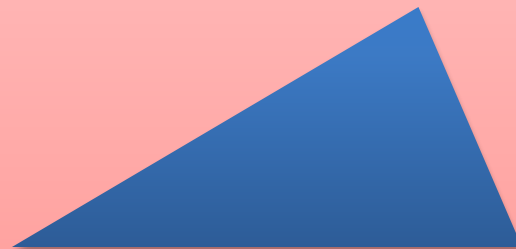


Урок геометрии в 9 классе

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутусова

Цели урока:

- актуализировать знания учащихся о площади треугольника, полученные в 8 классе;
- доказать теорему о площади треугольника;
- научить решать задачи на применение теоремы о площади треугольника;



Вспомним все формулы для вычисления площади треугольника

1. Формула для вычисления площади
прямоугольного треугольника.

$$S = \frac{1}{2} av$$

2. Формула для вычисления площади
произвольного треугольника.

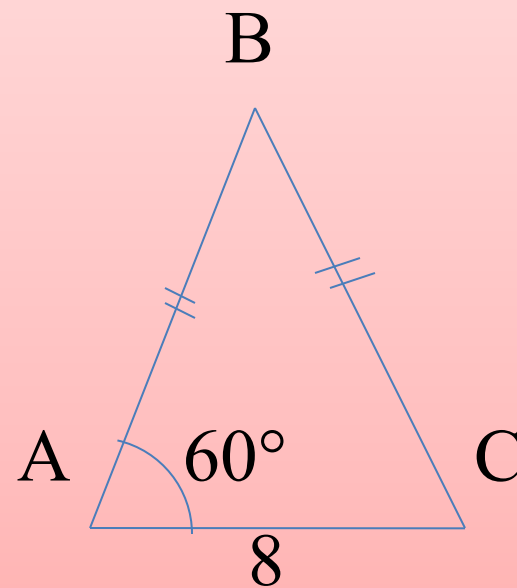
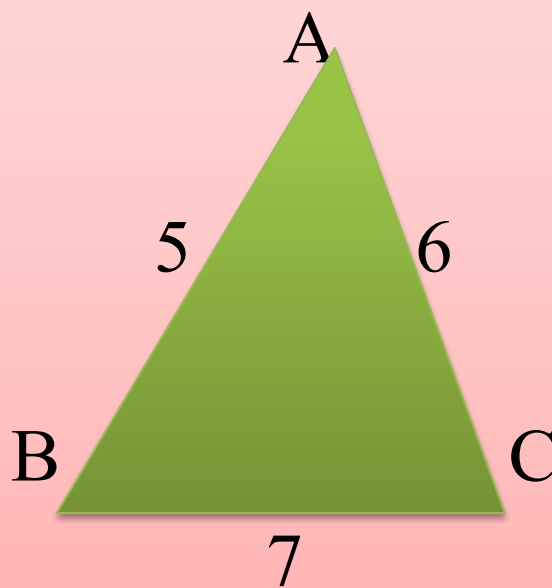
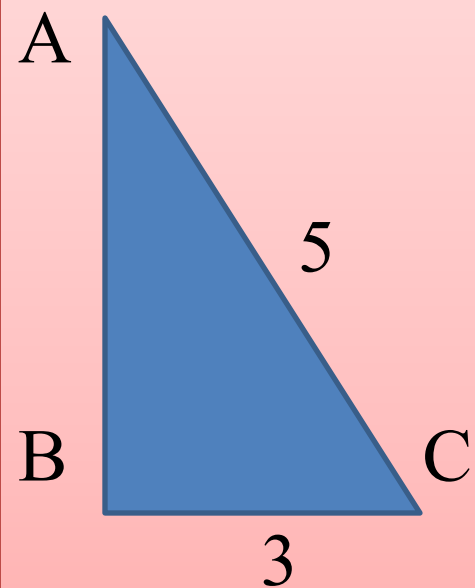
$$S = \frac{1}{2} ah$$

3. Формула Герона.

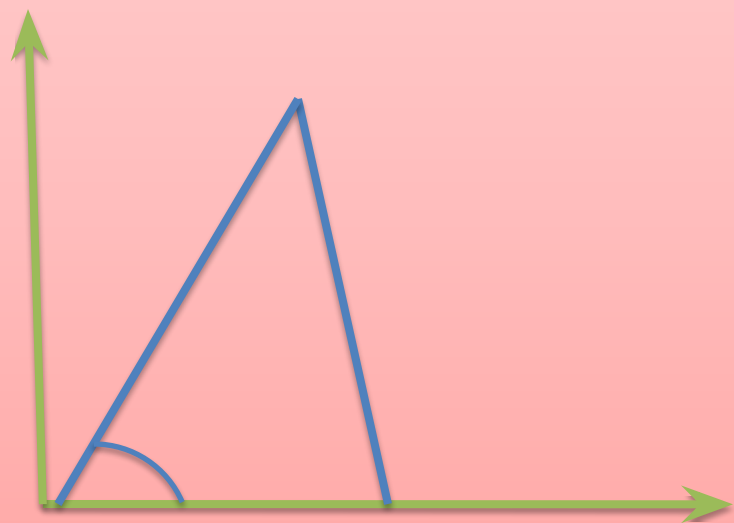
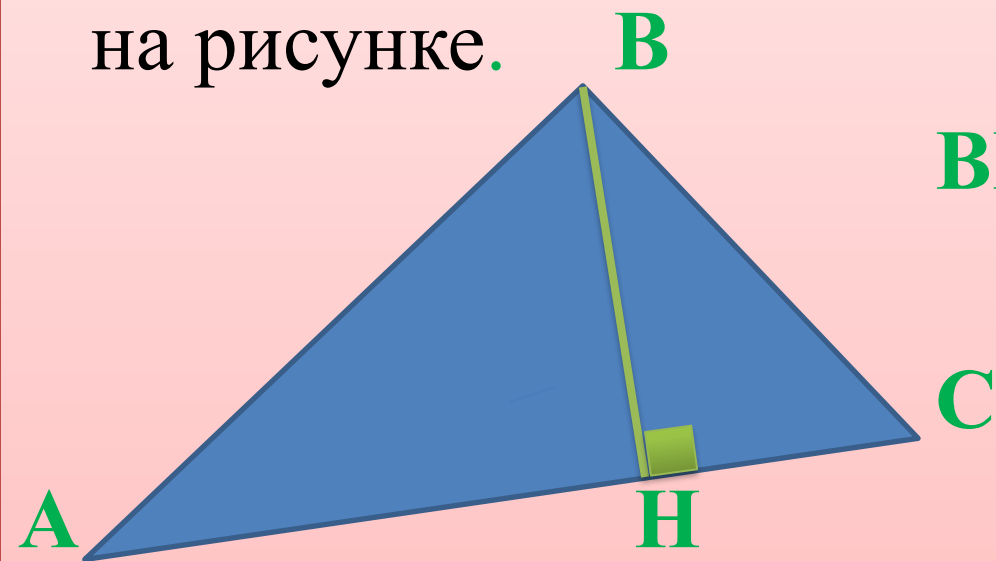
$$S = \sqrt{p (p - a) (p - b) (p - c)}$$

Фронтальная работа с классом

Вычислите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



Вычислите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



Изучение новой темы

Задача.

В $\triangle ABC$ $BC = a$, $AC = b$, $\angle C = \alpha$.

Найдите площадь треугольника.

Решение:

Координаты точки B равны: $x = a \sin \alpha$, $y = a \cos \alpha$

Высота $\triangle ABC$, проведенная к стороне AC , равна BH . С другой стороны,

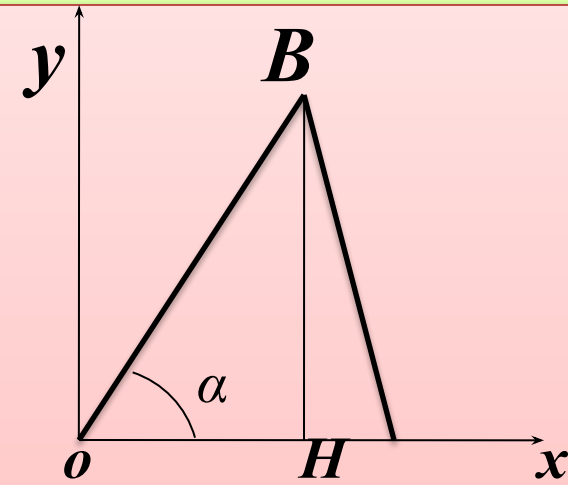
BH – это ордината точки B , т.е. $BH = a \sin \alpha$.

$S = \frac{1}{2} AC \cdot BH = \frac{1}{2} b \cdot (a \cdot \sin \alpha) = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$.

Итак,

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

где a, b – стороны треугольника, α – угол между ними.



Закрепление изученного материала

1. Самостоятельно решить задачи № 38, № 39 из рабочей тетради.
2. Самостоятельно решить задачи :
I уровень - №1020 (а)
II уровень - №1022

Проверка

№1020 (а)

Решение:

$AB = 6\sqrt{8}$ см, $AC = 4$ см, $\angle A = 60^\circ$, тогда

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{8} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{6} \text{ см}^2$$

Ответ: $12\sqrt{6}$ см²

№1022

Решение:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle A$$

$$S_{ABC} = 60 \text{ см}^2, AC = 15 \text{ см}, \angle A = 30^\circ \rightarrow AB = \frac{2 \cdot S}{AB \sin A} = 16 \text{ см.}$$

Ответ: 16 см.

Дополнительные задачи

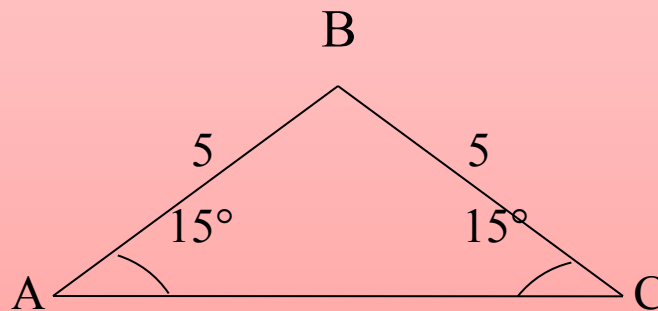
1. Найдите площадь равнобедренного треугольника с углом при основании 15° и боковой стороной, равной 5 см.

Решение:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle B, \quad \angle B = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 150^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{4} \text{ см}^2$$

Ответ: $= \frac{25}{4} \text{ см}^2$



2. В треугольнике ABC $AB = 4$, $BC = 6$,
BD – биссектриса, $\angle ABC = 45^\circ$. Найдите
площади треугольников ABD и CBD.

Решение:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}.$$

BD – биссектриса $\triangle ABC$, тогда

\triangle

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CBD}} = \frac{AB \cdot BD \cdot \sin 22,5^\circ}{BC \cdot BD \cdot \sin 22,5^\circ} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$$

Так как $S_{\triangle ABC} = 6\sqrt{2} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD}$, $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CBD}} = \frac{2}{3}$,

то $\Rightarrow S_{\triangle ABD} = \frac{12\sqrt{2}}{5}$, $S_{\triangle CBD} = \frac{18\sqrt{2}}{5}$.

Ответ: $\frac{12\sqrt{2}}{5}$, $\frac{18\sqrt{2}}{5}$

Подведение итогов урока

- Запишите формулы для вычисления площади треугольника.
- Вычислить площадь треугольника со сторонами 5см и 6см, если угол между ними равен 60° .
- **Домашнее задание:**
п. 96, № 1020 (б), №1021, №1023