КРК «ИНТЕГРАЛ»
Тема: Определитель. Основные понятия и определения.

Толоконников А.В.
Преподаватель КРК «Интеграл»

с. Курсавка 2016 год

Пусть нам требуется решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в которой число уравнений равно числу неизвестных переменных .

(1)
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \vdots \quad , \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

Где a_{ik} коэффициент в *i* –ом уравнении при неизвестной с индексом *k*, b_i - свободный член.

Порядком системы называется число неизвестных в системе. Система (1) - n-ого порядка.

Системы 2-го и 3-го порядка имеют вид:

(2) $$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. \end{cases}$$

(3) $$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

- Для решения систем уравнений введем понятие ***матрица*** и ***определитель***.

Матрица

Матрицей размером m×n называется совокупность $m \cdot n$ чисел, расположенных в виде прямоугольной таблицы из m строк и n столбцов. Эту таблицу обычно заключают в круглые скобки и обозначают латинской буквой, например A.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Числа, составляющие матрицу, называются *элементами матрицы*. Элементы матрицы удобно снабжать двумя индексами a_{ij}: первый указывает номер строки, а второй – номер столбца. Например, a_{23} – элемент стоит во 2-ой строке, 3-м столбце.

Если имеется СЛАУ n-ого порядка, то матрицей будет квадратная таблица, составленная из коэффициентов при неизвестных:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

- Аналогично матрица СЛАУ 2-го 3-го порядка имеют вид

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} \; a_{12} \\ a_{21} \; a_{22} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} a_{11} \; a_{12} \; a_{13} \\ a_{21} \; a_{22} \; a_{23} \\ a_{31} \; a_{32} \; a_{33} \end{pmatrix}$$

Решая систему второго порядка, получим:

$$x_1 = \frac{b_1 \cdot a_{22} - b_2 \cdot a_{12}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} \quad (4)$$

$$x_2 = \frac{b_2 \cdot a_{11} - b_1 \cdot a_{21}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} \quad (5)$$

Решения систем третьего и более высших порядков в общем виде имеют громоздкий вид, поэтому не используются.

Определитель матрицы второго порядка

Определителем матрицы второго порядка называется

число

$$a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

и обозначается :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Например : $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = 5 \cdot 9 - 2 \cdot 3 = 39$

Определитель матрицы третьего порядка

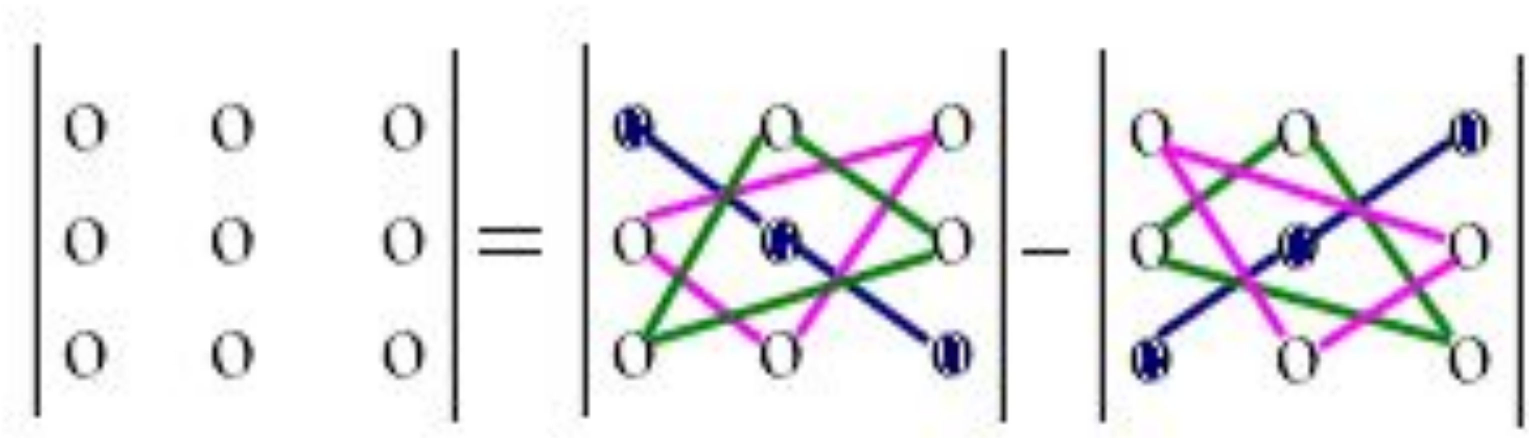
Определителем матрицы третьего порядка называется число

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} =$$

$= a_{11}\cdot a_{22}\cdot a_{33} + a_{12}\cdot a_{23}\cdot a_{31} + a_{13}\cdot a_{21}\cdot a_{32} - a_{13}\cdot a_{22}\cdot a_{31} - a_{11}\cdot a_{23}\cdot a_{32} - a_{12}\cdot a_{21}\cdot a_{33}$

Например $\det(A) = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 1 \\ -4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ $= 5\cdot1\cdot3 + 7\cdot0\cdot2 + 1\cdot(-4)\cdot0 - 1\cdot1\cdot2 - 5\cdot0\cdot0 - 7\cdot(-4)\cdot3 = 15 + 0 + 0 - 2 - 0 + 84 = 97$

Мнемоническое правило



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ