Комбинаторика в ГИА

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$

Еще Конфуций сказал: "Три пути ведут к знанию. Путь размышлений - самый благородный, путь подражания - самый лёгкий, путь опыта - самый горький".

Задачи

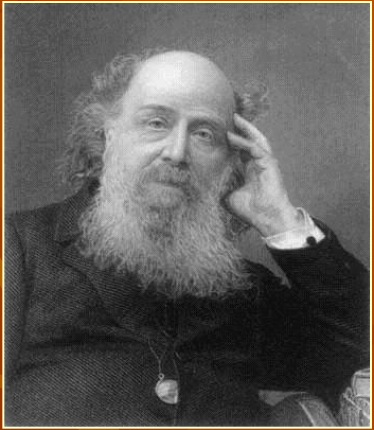
1. отработать умения решать простейшие комбинаторные задачи
2. **подготовиться к решению комбинаторных задач на ГИА**
3. расширить математический кругозор

Шпаргалка и немного истории

Этапы

1. Что такое комбинаторика?
2. Элементарные сведения
3. Решение задач 1 части
4. Приобретение навыков решения задач 2 части
5. Полезные ссылки

Число, положение и комбинация -
три взаимно пересекающиеся,
но различные сферы мысли,
к которым можно отнести
все математические идеи.



Английский математик
Джеймс Джозеф Сильвестр
(1814-1897)

КОМБИНАТОРИКА – область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

КОМБИНАТОРНАЯ ЗАДАЧА – задача, требующая осуществления перебора всех возможных вариантов или подсчета их числа.

ОРГАНИЗОВАННЫЙ ПЕРЕБОР – строгий порядок разбора всех случаев, возможных решений.

Устный счет

Вычислите факториал
1! и 3!

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

Вспомните формулу перестановок и вычислите
P_2 и P_4

$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

Вспомните формулу размещений и вычислите

$$A_5^3$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2} = 60$$

Вспомните формулу сочетаний и вычислите

$$C_5^2$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 1\cdot 2} = 10$$

Ответьте на вопросы теста

1. При выборе подходящего комплекта одежды мы пользуемся:

А.сочетанием,

Б.перебором,

В.пересечением множеств.

2. Комбинаторика изучает:

А.деятельность комбинатов бытового обслуживания,

Б.способы пошива комбинезонов,

В.способы решения задач на различные комбинации объектов.

Ответьте на вопросы теста

3. Подсчитывая число маршрутов следования из пункта А в пункт В через пункт С, можно воспользоваться правилом:

А.сложения,

Б.умножения,

В.возведения в степень.

4. Для вычисления количества всевозможных пар вашей группы необходимо знать формулы:

А.сочетаний,

Б.сокращенного умножения,

В.теорему Пифагора.

Ответьте на вопросы теста

5. 5! – это:

А.сумма чисел от 1 до 5,

Б.квадрат числа 5,

В.произведение натуральных чисел от 1 до 5 (вычислите).

6. Комбинаторные задачи встречаются в профессиональной деятельности:

А. парикмахера-визажиста,

Б. диспетчера автовокзала,

В. завуча школы,

Г. экономиста,

Д. повара

(добавьте свой пример)

Самопроверка

1	2	3	4	5	6
А	В	Б	А	В	ВСЕ ВАРИАТЫ

Задания 1 части

(для проверки решения-щелчок мыши на задаче;

значок Совы- шпаргалка)

1. Выписаны все трехзначные числа из цифр
0, 2, 4, 6 в порядке возрастания. Какое следует за 426?
2. В классе 15 девочек и 10 мальчиков. Сколькими способами можно выбрать для дежурства двоих: 1 девочку и 1 мальчика?
3. В расписании на среду 4 урока: математика, русский и 2 урока физкультуры. Сколькими способами можно составить расписание?
4. В коробке 4 шара: белый, синий, красный, зеленый. Из неё извлекают 2 шара Сколько различных комбинаций можно получить? Сколько вариантов вынуть 2 шара различного цвета?

5. В конференции участвовали 30 человек. Каждый обменялся визиткой. Сколько всего карточек понадобилось?

6. Сколько трехзначных чисел можно записать, используя цифры 0, 2, 4, 6?

7. В чемпионате по футболу играет 10 команд. Сколькими способами могут распределиться три призовых места?

Задания 2 части

1.(2) При встрече 5 человек обменялись рукопожатиями. Сколько сделано рукопожатий?

2.(4) Из нечетных цифр составляют все возможные числа, содержащие не более 4 цифр. Сколько существует таких чисел?

3.(4) Сколькими способами можно составить расписание на день , если должно быть 5 уроков: алгебра, геометрия, физика, биология, география, при этом алгебра и геометрия должны стоять рядом, а урок биологии обязательно первым?

4.(6) После матча каждый игрок одной команды обменялся рукопожатием с каждым игроком другой. Сколько игроков было всего на площадке, если рукопожатий было совершено 323?

Закрепление материала

1) Сколько диагоналей в выпуклом десятиугольнике?

2) Встретились несколько друзей и все обменялись рукопожатиями. Всего было сделано 15 рукопожатий. Сколько встретилось друзей?

3) Придумайте как можно больше комбинаторных задач с использованием данных объектов: ***Четверо друзей: Катя, Олег, Света, Андрей.***

Подведём

итоги

...

Приложения

Шпаргалка

- Пусть требуется выполнить одно за другим k действий. Если первое действие можно выполнить n_1 способами …, то все k действий вместе могут быть выполнены $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_k$ способами.
- $n! = 1 \times 2 \times \ldots \times n$
- Комбинации из n-элементов, отличающиеся друг от друга только порядком расположения в них элементов, называются перестановками из n элементов $P = n!$
- Комбинации из n элементов по k , отличающиеся друг от друга лишь составом элементов, называются сочетаниями из n элементов по k. Количество сочетаний можно посчитать по формуле
- Комбинации из n элементов по k, отличающиеся друг от друга либо составом элементов, либо порядком их расположения, называются размещениями из n элементов по k ($k \le n$).

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, (k \le n)$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Немного истории

Комбинаторика является древнейшей и, возможно, ключевой ветвью математики. В математике есть задачи, в которых требуется из элементов составить различные наборы, подсчитать количество всевозможных комбинаций элементов, составленных по определённому правилу. На практике часто приходится делать перебор определённого количества данных. Например, учителю приходится распределять различные виды работ между группами учащихся, офицеру выбирать из солдат наряд, агроному размещать культуры на полях, завучу составлять расписание и т.д. В данном случае речь идёт о всевозможных комбинациях объектов. Задачи такого типа называются комбинаторными задачами. Область математики, в которой изучают комбинаторные задачи, называется комбинаторикой. Как самостоятельный раздел математики комбинаторика оформилась в Европе в XVIII веке. Некоторые комбинаторные задачи решали в Индии во II веке до н. э., в Древнем Китае, позднее в Римской империи.

Термин "комбинаторика" был введён в математический обиход знаменитым Лейбницем. Готфрид Вильгельм Лейбниц(1.07.1646 - 14.11.1716) - всемирно известный немецкий учёный, занимался философией, математикой, физикой, организовал Берлинскую академию наук и стал её первым президентом. В 1666 году Лейбниц опубликовал "Рассуждения о комбинаторном искусстве". В своём сочинении Лейбниц ввел специальные символы, термины для подмножеств и операций над ними. В течение всей своей жизни Лейбниц многократно возвращался к идеям комбинаторного искусства. Комбинаторику он понимал весьма широко, именно, как составляющую любого исследования, любого творческого акта, предполагающего сначала анализ (расчленение целого на части), а затем синтез (соединение частей в целое). Комбинаторике Лейбниц предрекал блестящее будущее, широкое применение. В XVIII веке к решению комбинаторных задач обращались выдающиеся математики.

Г.В. Лейбниц

Так, Леонард Эйлер рассматривал задачи о разбиении чисел, о паросочетаниях, о циклических расстановках, о построении магических и латинских квадратов. В 1713 году было опубликовано сочинение Я. Бернулли "Искусство предположений", в котором с достаточной полнотой были изложены известные к тому времени комбинаторные факты. Сочинение состояло из 4 частей, комбинаторике была посвящена вторая часть, в которой содержатся формулы. Для вывода формул автор использовал наиболее простые и наглядные методы, сопровождая их многочисленными таблицами и примерами. В работах Я. Бернулли и Лейбница тщательно изучены свойства сочетаний, размещений, перестановок.

Л. Эйлер

Я. Бернулли

возврат

1. Самый младший разряд числа 426- единицы, их 6, увеличить нельзя. Можно увеличить разряд десятков с 2 до 4, единиц, тогда 0.

4 4 0

возвр
ат

2. Применим правило умножения (и) 1 девочку можно выбрать 15 способами и 1 мальчика – 10 способами. Пару девочка-мальчик - $15 \cdot 10 = 150$ способами.

возврат

3. Урок математики можно поставить любым из 4 уроков, затем русский язык- на любой из трех оставшихся , а для двух уроков физкультуры остается единственный вариант постановки в расписание.

По правилу умножения $4 \cdot 3 = 12$

возврат

4. Проще и быстрее выписать все варианты пар шаров:

Комбинации из 4 элементов по 2 , отличающиеся друг от друга лишь составом элементов, называются сочетаниями из 4 элементов по 2. Количество сочетаний можно посчитать по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, (k \le n)$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = 6$$

6 способов

возврат

5. Каждый их 30 участников конференции раздал по 29 визитных карточек.

Всего 29·30=870 карточек.

возвра
т

6. На первое место можно поставить любую цифру, кроме 0 – это 3 варианта, остальные цифры имеют 4 варианта. По правилу умножения

$3\cdot 4\cdot 4=48$.

возврат

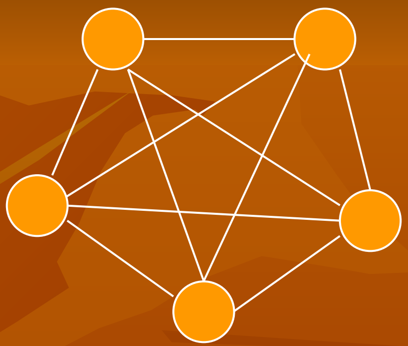
- 7. На первое место можно поставить любую из 10 команд, на второе – любую из 9 команд, а на третье – любую из 8 оставшихся По правилу умноже общее число сп 10·9·8=720.

Комбинации из 10 элементов по 3 , отличающиеся друг от друга либо составом элементов, либо порядком их расположения называются размещениями из 10 элементов по 3. Количество размещений можно посчитать по формуле

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$\frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = 720$$

возврат



1. Каждое рукопожатие – пара, которую составляем из 5 человек. На первое место можно поставить любого из 5, на второе – любого из 4. По правилу умножение 4·5=20.Но порядок учитывать не нужно, то

$$\frac{5\cdot 4}{2}=10$$

Комбинации из 5 элементов по 2 , отличающиеся друг от друга лишь составом элементов - сочетания из 5 элементов по 2. Количество сочетаний

$$C_5^2=\frac{5!}{(5-2)!2!}=10$$

возврат

2. Нечетных цифр пять:1;3;5;7;9.

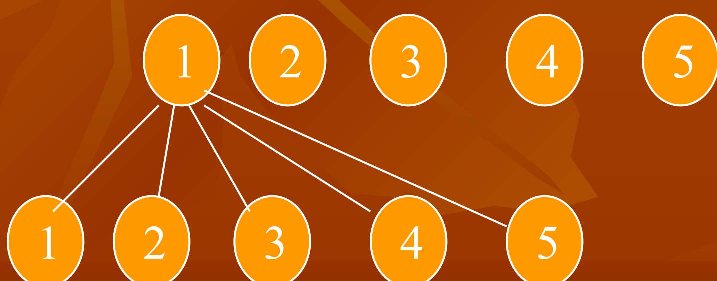
Однозначных- 5 чисел.

По правилу умножения

Двузначных - 5·5=25

Трехзначных – 125, четырехзначных - 625

Всего 5+25+125+625=780.



возврат

биология				

3. Биология однозначно определена, её не учитываем. Для совместных уроков алгебры и геометрии возможны 3 варианта расположения в расписании, при этом в 2-х комбинациях(алгебра-геометрия, геометрия-алгебра).
 Физику на любое место из двух оставшихся, географию на последнее оставшееся.

По правилу умножения 3·2·2 1=12.

Ответ: 12.

возвр
ат

4. Пусть в
1 команде N игроков
2 команде M игроков. N и M – целые числа. По правилу умножения
было совершено $N \cdot M$ рукопожатий. Т.е. $N \cdot M=323$- уравнение в целых числах. Варианты разложения на два множителя :
$1 \cdot 323=323$ и $17 \cdot 19=323$
То значения N=1; 17; 19.
В хоккейной команде не может быть 1 человек.
Следовательно в командах по 17 и 19 человек соответственно, их сумма 17+19=36.
Ответ: 36 человек

возвр
ат

Литература, полезные ссылки

Айгнер М. Комбинаторная теория. М.: Мир, 1982.
Афанасьев, В.В. Школьникам о вероятности в играх. Введение в теорию вероятностей для учащихся 8-11 классов [Текст] / В.В. Афанасьев, М.А.Суворова. – Ярославль: Академия развития, 2006. – 192 с.
Бунимович, Е.А. Вероятность и статистика. 5-9 кл. [Текст]: пособие для общеобразоват. учеб. заведений / Е.А. Бунимович, В.А. Булычев. – М.: Дрофа, 2002. – 160 с.
Виленкин Н. Я. Комбинаторика [Текст] / Н. Я. Виленкин А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
Виленкин, Н. Я. Популярная комбинаторика [Текст] / Н.Я. Виленкин. – М.: Наука, 1975. – 208 с.
Глеман, М. Вероятность в играх и развлечениях. Элементы теории вероятностей в курсе сред. школы [Текст]: пособие для учителя / М. Глеман, Т. Варга; пер. с фр. – М.: Просвещение, 1979. – 176 с.
Макарычев Ю.Н. Элементы статистики и теории вероятностей. Алгебра, классы 7-9. [Текст]: пособие для общеобразоват. учеб. заведений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк . – М.: Просвещение, 2007-2009. – 78 с.
Предпрофильная подготовка учащихся 9 классов по математике. Общие положения, структура портфолио, программы курсов, сценарии занятий [Текст] / И.Н.Данкова, Т.Е.Бондаренко, Л.Л. Емелина, О.К. Плетнева. – М.: 5 за знания, 2006. – 128 с.
Сборник задач по математике для факультативных занятий в 9-10 классах [Текст] / под ред. З. А. Скопеца. – М.: Просвещение, 1971. – 208 с.
Шихова, А. П. Обучение комбинаторике и ее приложениям в средней школе [Текст] / А. П. Шихова. – Киров: ИУУ, 1994 – 63 с.
Халамайзер А. Я. Математика? – Забавно! ,1989г
Хургин, Я.И. Как объять необъятное [Текст] / Я.И. Хургин. – М.: Знание, 1992. – 192 с.

Интернет

http://math.ru/lib/cat/prob
http://combinatorica.narod.ru/
http://mmmf.math.msu.su/
http://www.school.edu.ru/catalog
http://edu-tsor.edu.cap.ru/catalog/rubr
http://revolution.allbest.ru/pedagogics/00029093_1.html