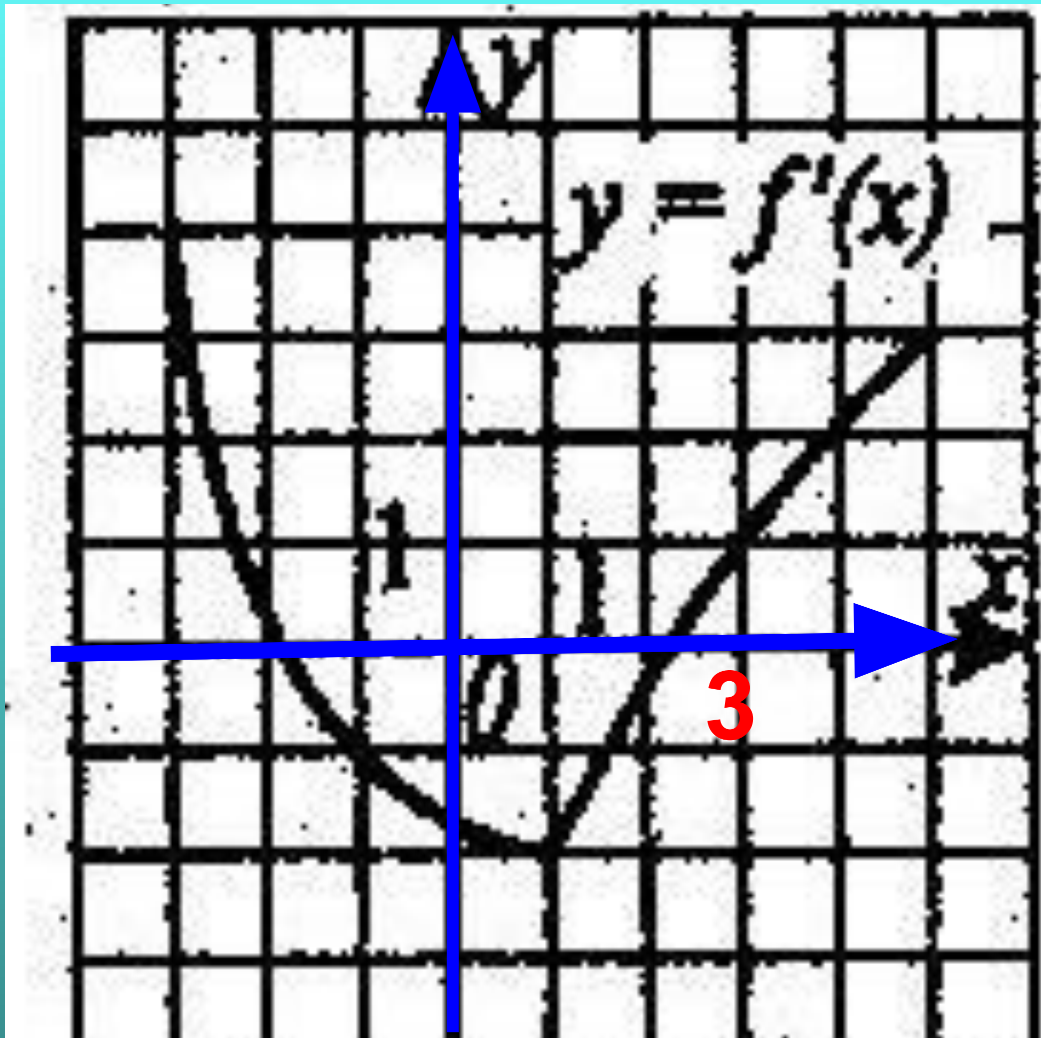
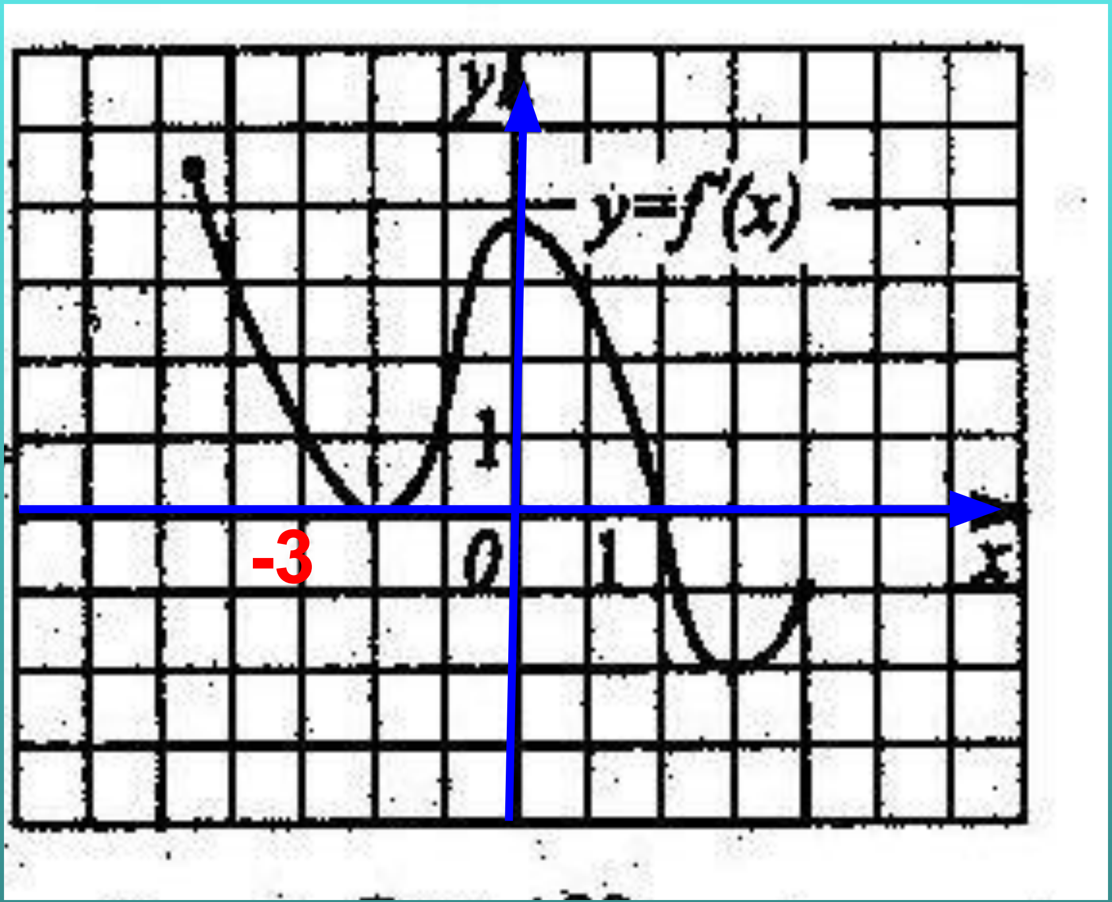
Исследование функций на монотонность

Вычислить производную:

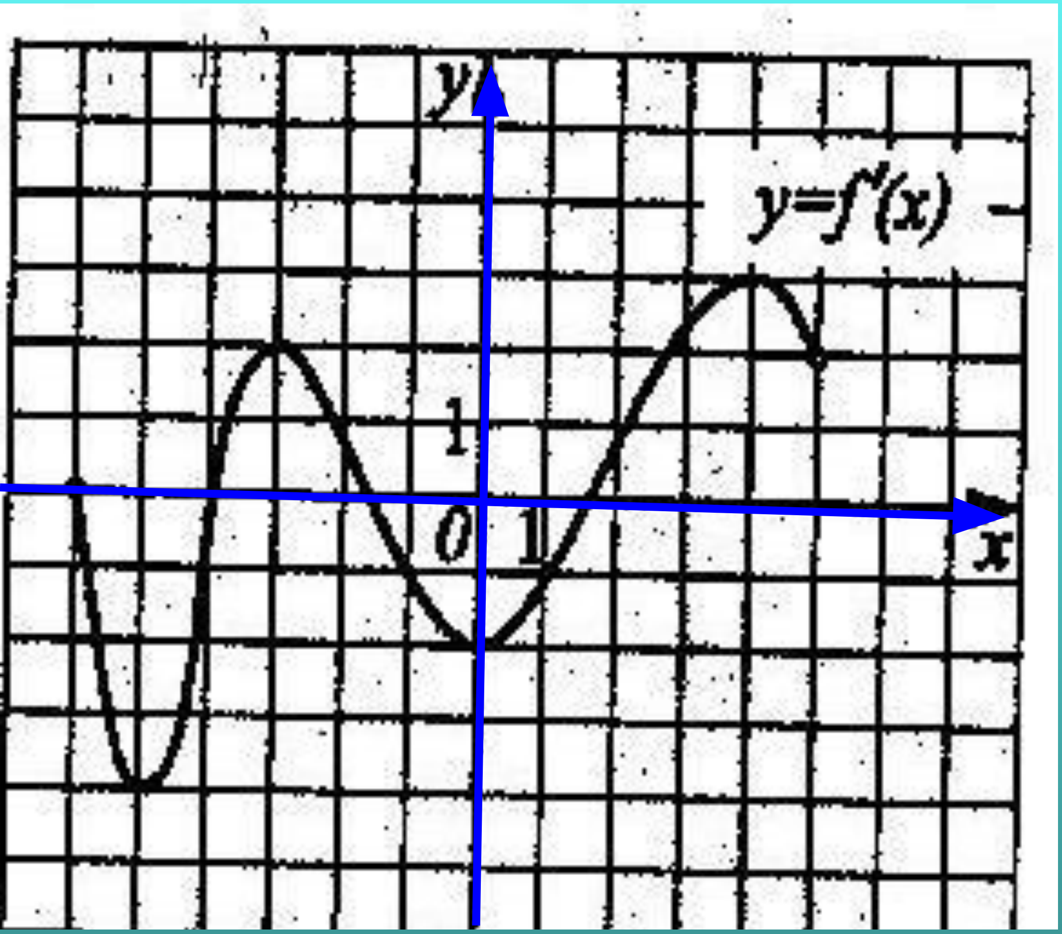
- **$y = 2x – 3$**
- **$y = x^2 – 3x + 4$**
- **$y = 3 \cos x$**
- **$y = \sin 5x$**
- **$y = tg(2 – 5x)$**
- **$y = (x – 3)^2$**
- **$y = (3 – 4x)^2$**



- К графику функции y=f(x) проведена касательная в точке с абсциссой $x_0=3$. Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображен график ее производной



Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой x_0=-3, если на рисунке изображен график ее производной



- Функция y=f(x) определена на промежутке (-3;5). На рисунке изображен график производной этой функции. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции y=f(x) имеет наименьший угловой коэффициент

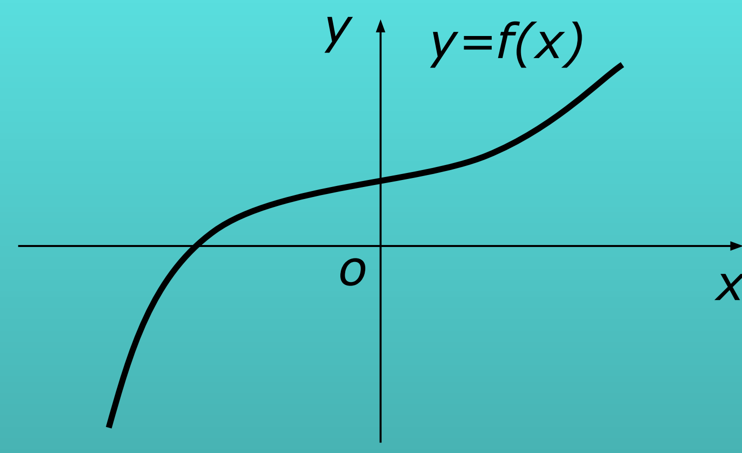
Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$

- 1. Обозначить буквой а абсциссу точки касания.
- 2. Найти f(a).
- 3. Найти f '(x) и f '(a).
- 4. Подставить найденные числа а, f(a), f '(a) в общее уравнение касательной $y = f(a) - f'(a)(x – a)$.

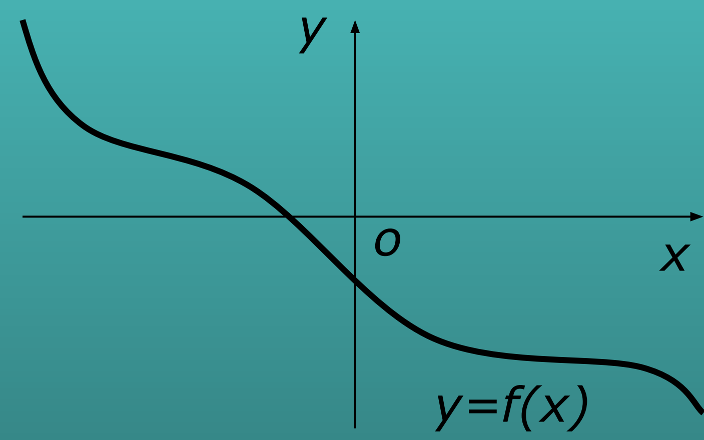
- Задача 1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=x^2-3x$ в точке $x=4$
- Задача 2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 0,5x^2 – 3x + 1$, проходящей под углом 45° к прямой $y = 0$

Исследование функций на монотонность

Функция возрастает, если большему (меньшему) значению аргумента соответствует большее (меньшее) значение функции.

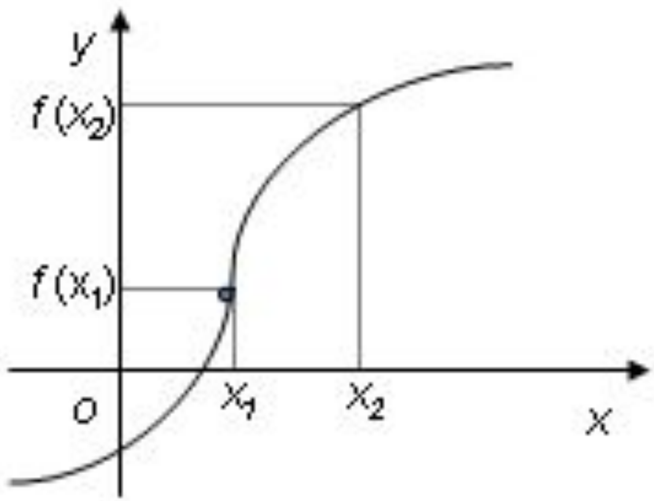


Функция убывает, если большему (меньшему) значению аргумента соответствует меньшее (большее) значение функции.



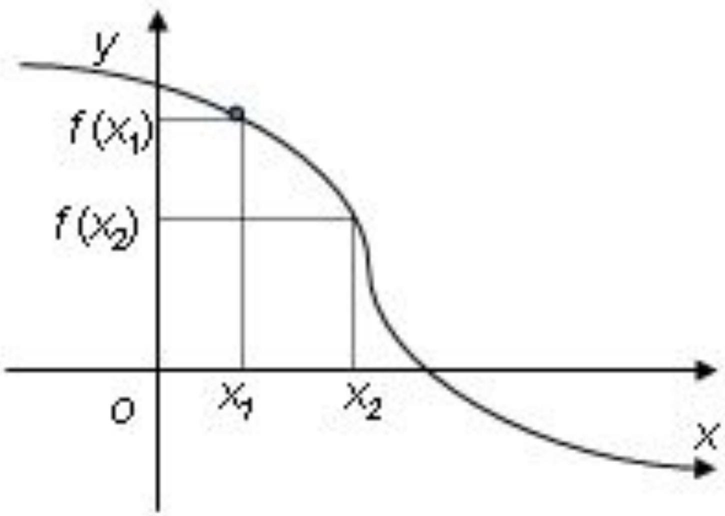
Определение 1.

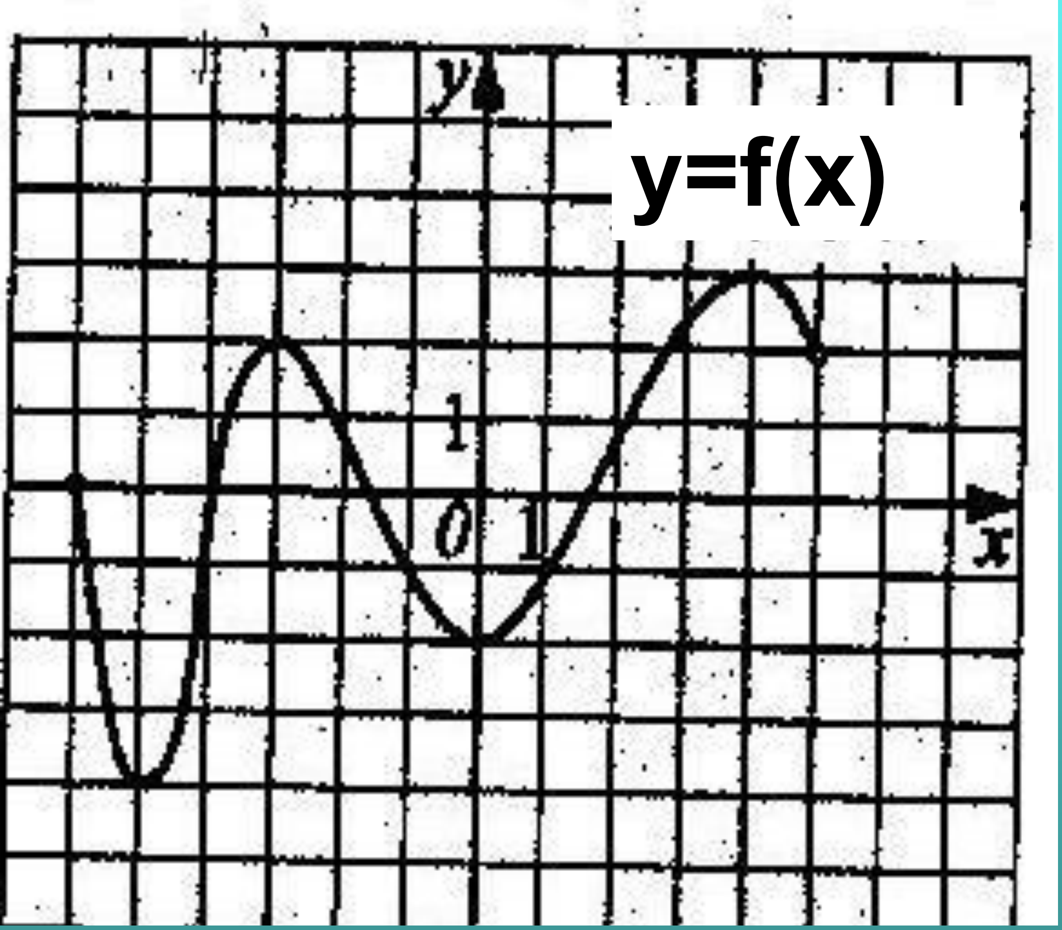
Функция $y = f(x)$ называют возрастающей на промежутке X, если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 – любые две точки промежутка X, следует неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.



Определение 2.

Функция $y = f(x)$ называют убывающей на промежутке X, если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 – любые две точки промежутка X, следует неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.



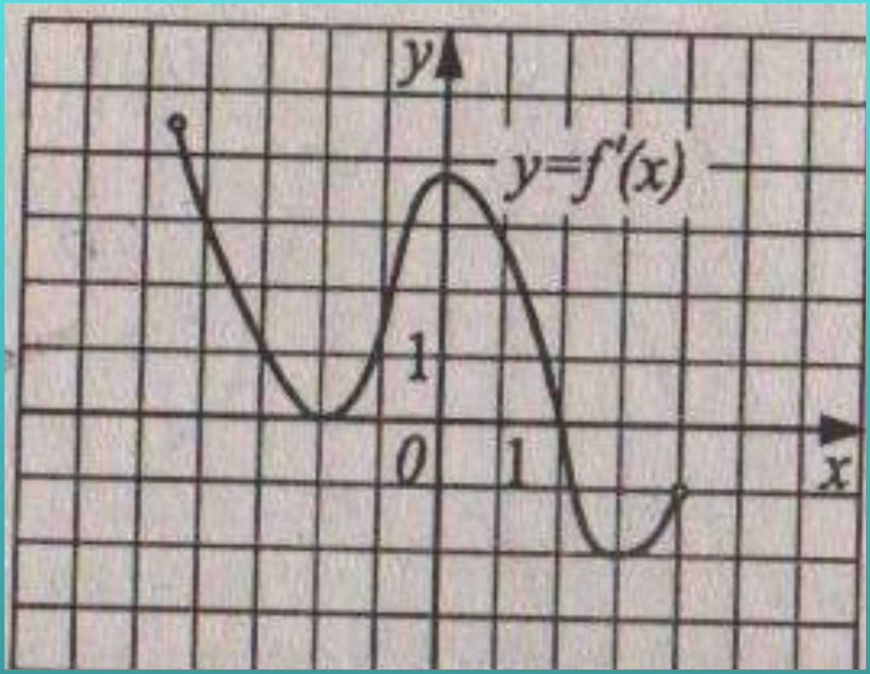


По графику функции y=f(x) ответьте на вопросы:

- Сколько точек максимума имеет эта функция?
- Назовите точки минимума функции.
- Сколько промежутков возрастания у этой функции?

По графику функции

y=f ´(x) ответьте на вопросы:



- Сколько точек максимума имеет функция y=f(x) ?
- Назовите точки минимума функции y=f(x)
- Сколько промежутков возрастания у функции y=f(x)?
- Найдите длину промежутка убывания функции y=f(x) .

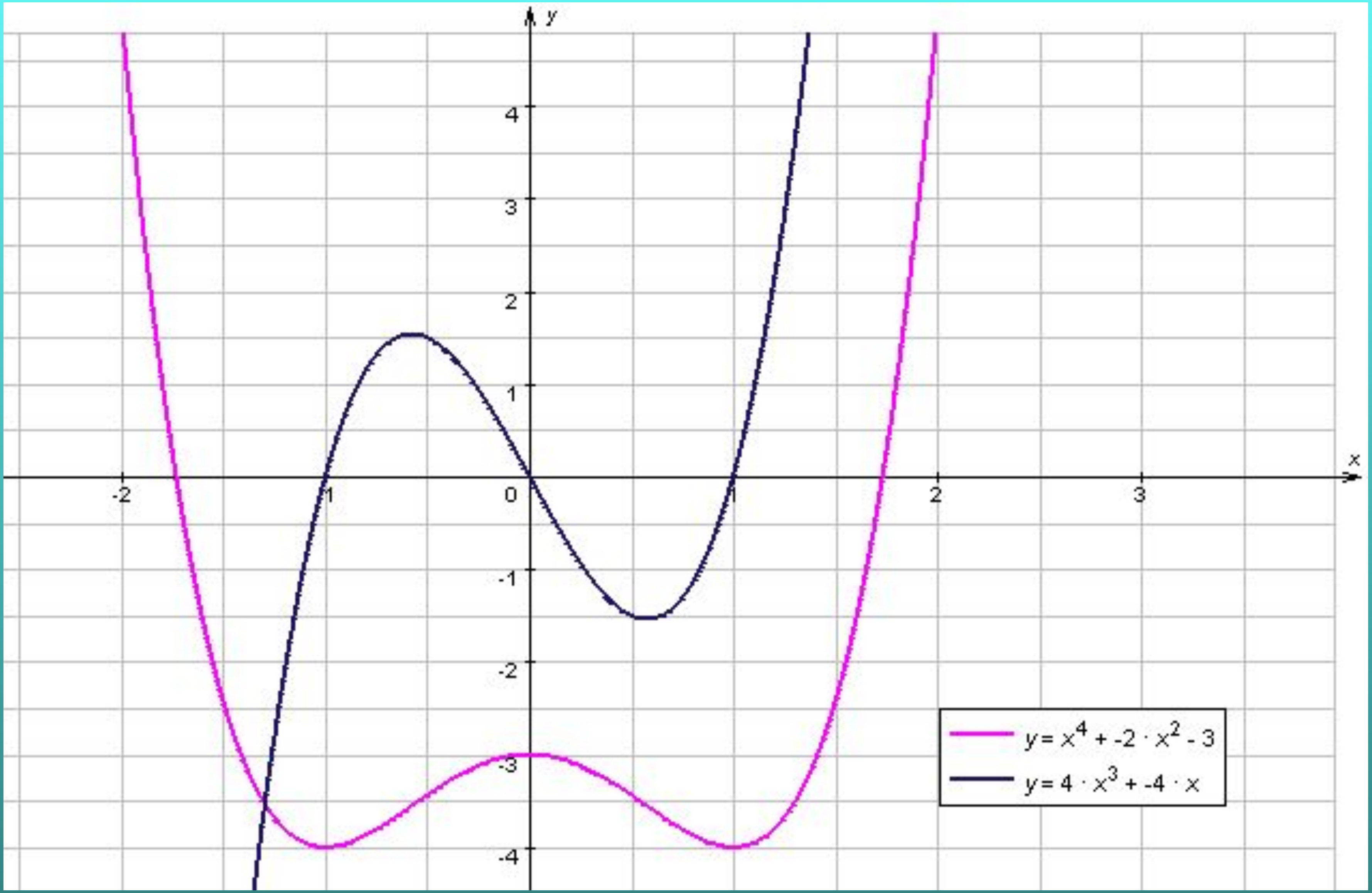
задача

Составить алгоритм, с помощью которого можно было исследовать функции на монотонность по её производной.

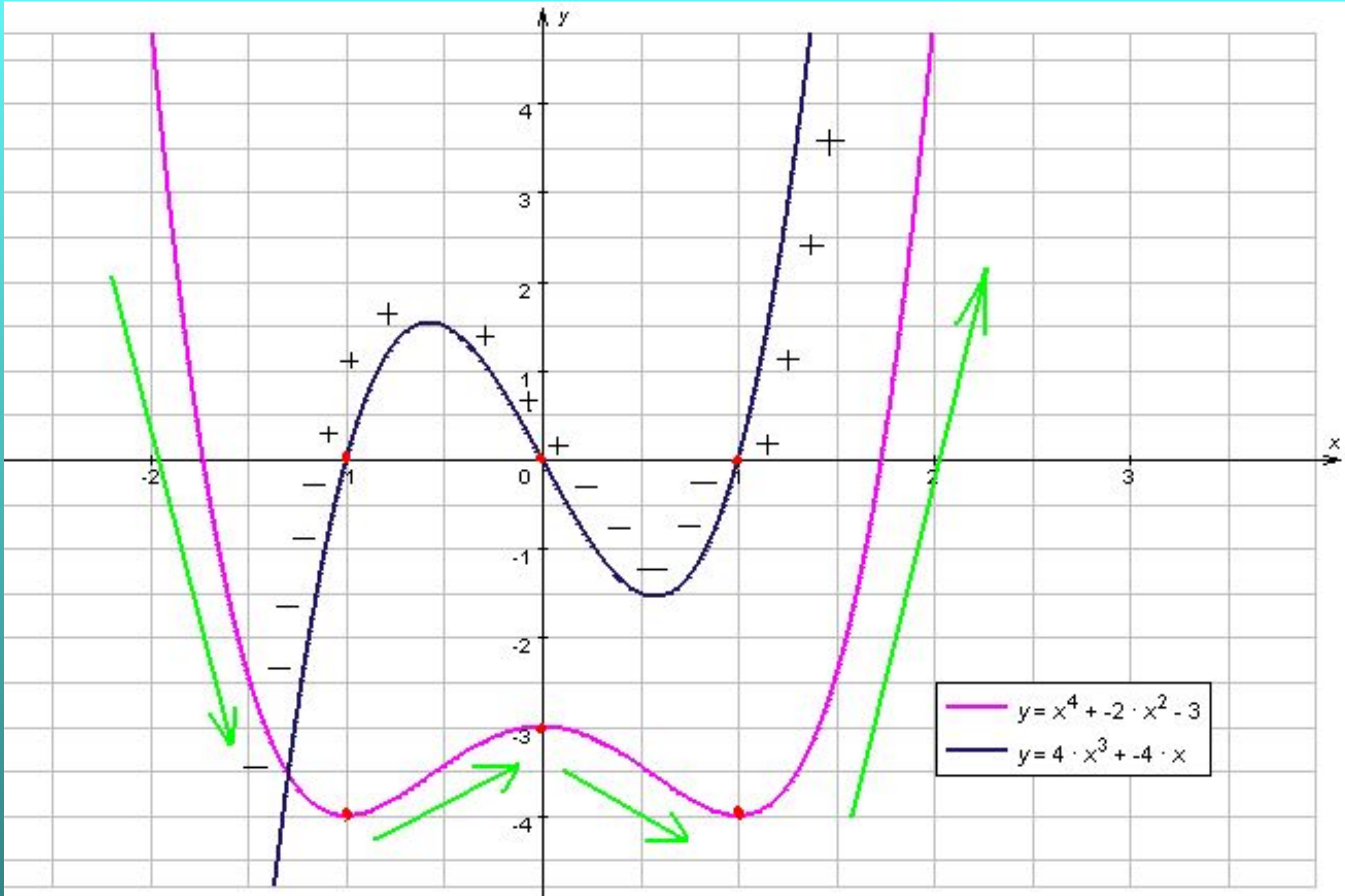
Лабораторная работа

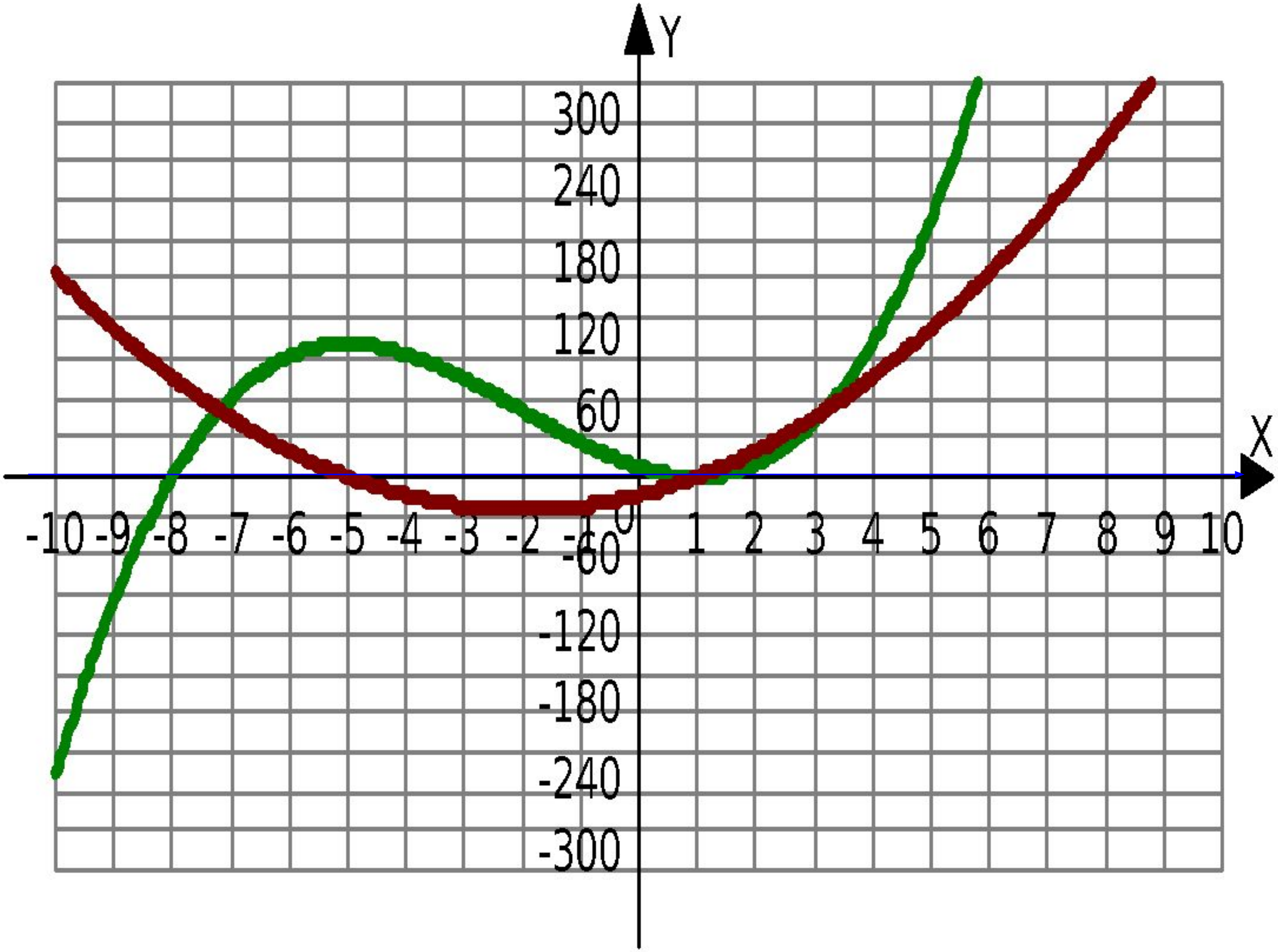
- построить график функции

  $Y=x^4-2*x^2-3$
- Записать на каком промежутке функция убывает, возрастает
- построить график производной этой функции
- Записать на каком промежутке график производной выше оси ОХ, ниже оси 0Х.
- Сделать вывод
- Построить график функции $y=x^3+6x^2-15x+8$



y
x
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-2
-1
1
2
3
y = x4 + -2 · x2 - 3
y = 4 · x3 + -4 · x


y
x
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-2
-1
1
2
3
y = x^4 + -2 · x^2 - 3
y = 4 · x^3 + -4 · x


Y
X
300
240
180
120
60
-60
-120
-180
-240
-300
0
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

≤

Теорема 1

Если во всех точках открытого промежутка X производная $f'(x)$ больше или равна нулю (причем

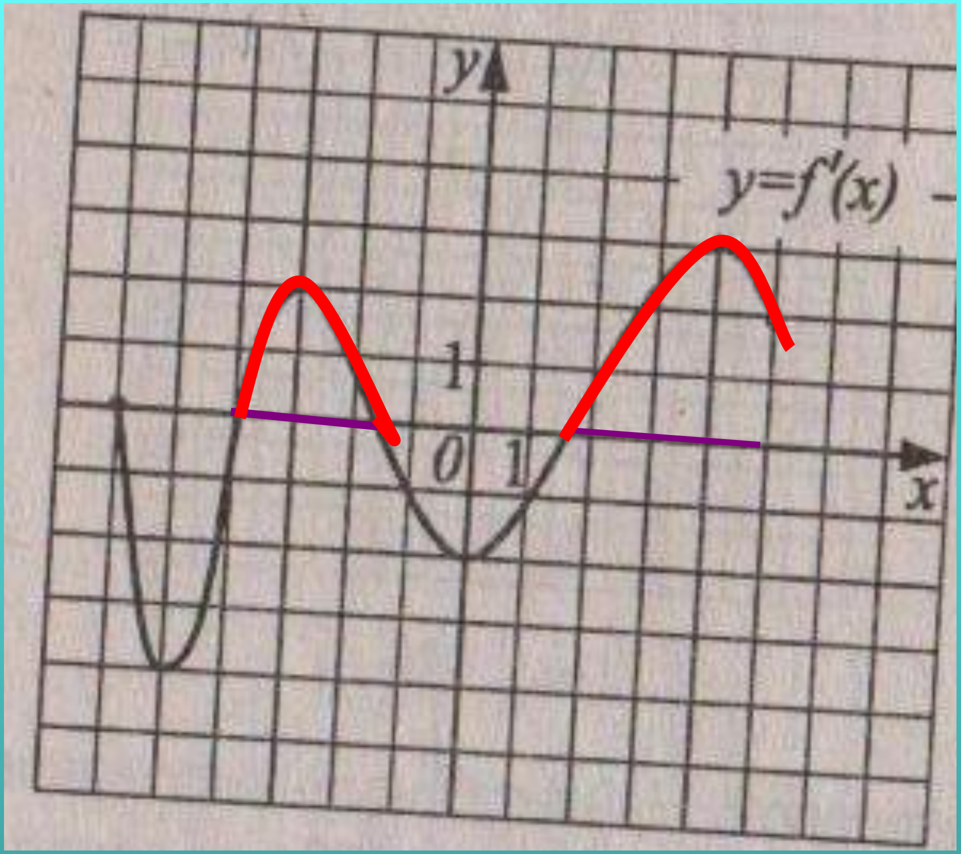
$f'(x) = 0$ лишь в отдельных точках), то функция $y=f(x)$ возрастает на промежутке X.

Теорема 2

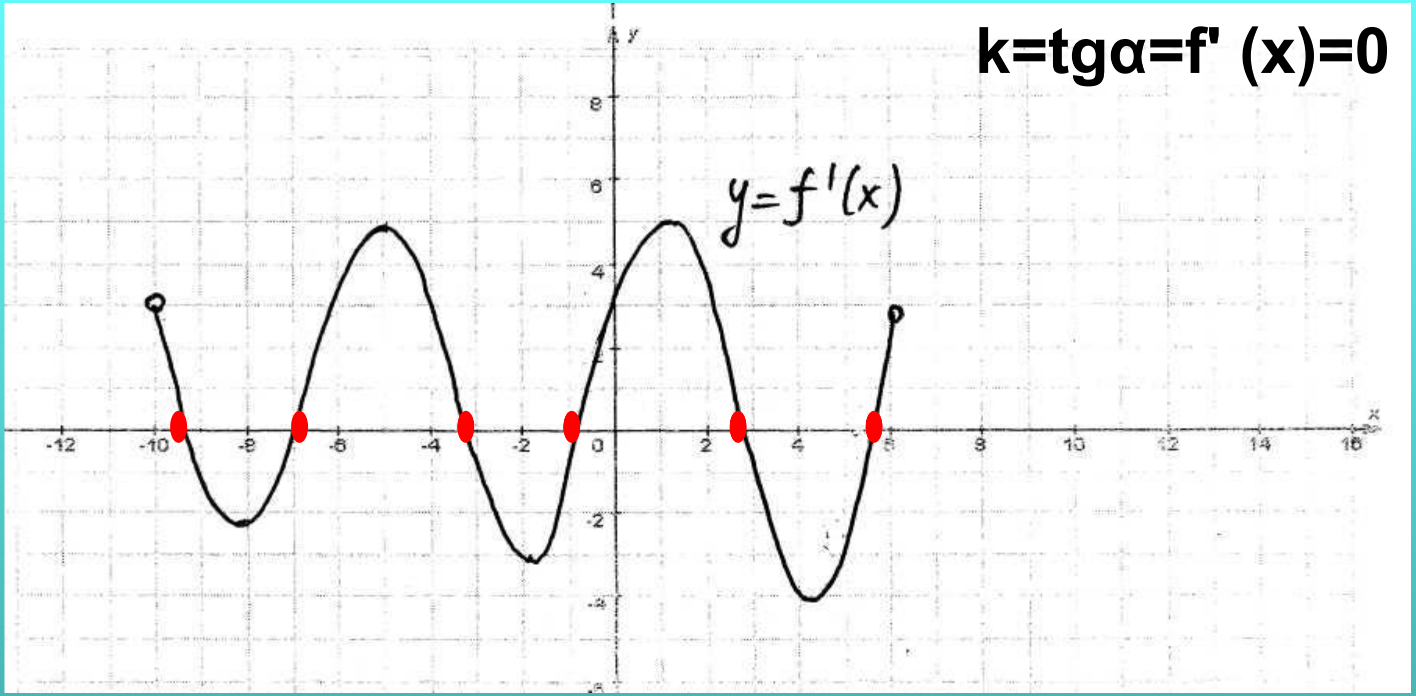
Если во всех точках открытого промежутка X производная $f'(x)$ меньше или равна нулю (причем

$f'(x) = 0$ лишь в отдельных точках), то функция $y=f(x)$ убывает

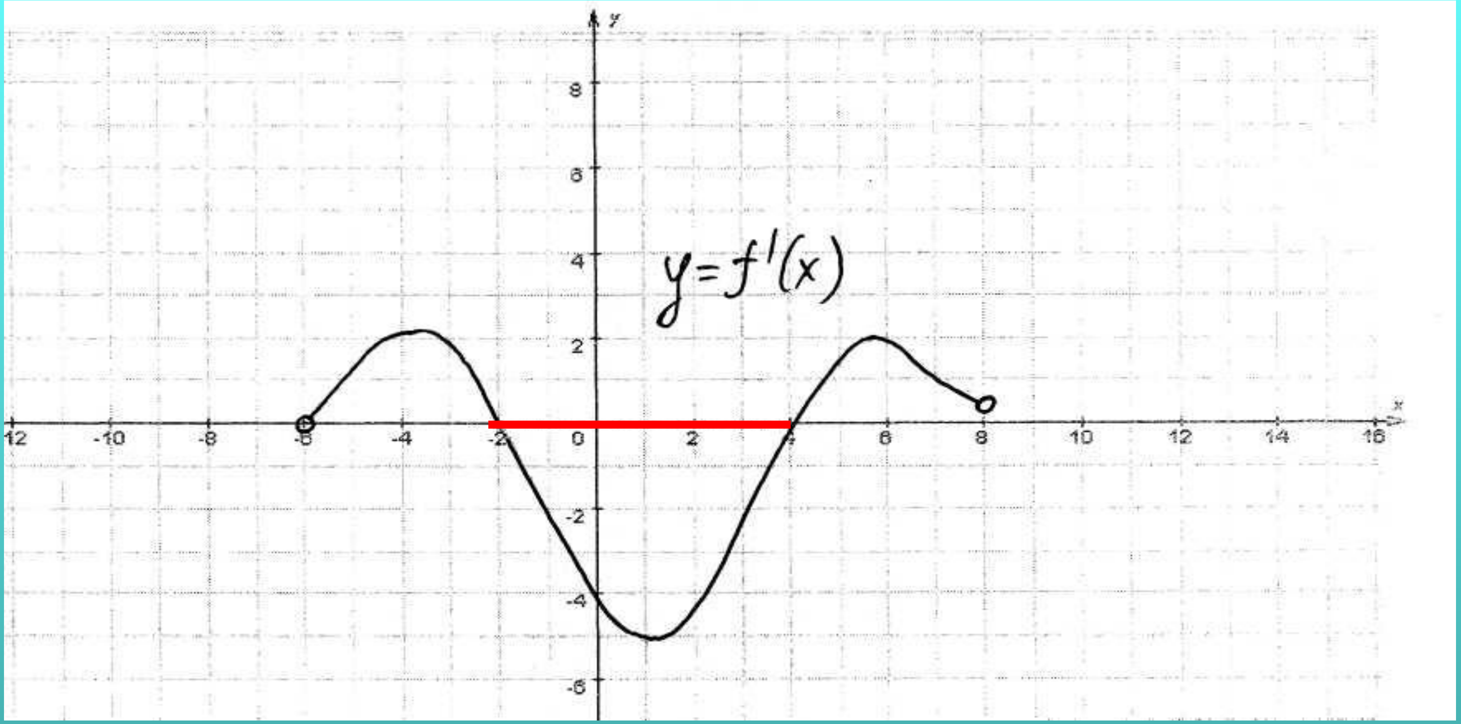
на промежутке X.



№1. Непрерывная функция y=f(x) задана на [-6;5]. На рисунке изображён график её производной. Укажите количество промежутков возрастания функции.



№2. Непрерывная функция y=f(x) задана на (-10;6). На рисунке изображён график её производной. Укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси ОХ.



№3. Непрерывная функция y=f(x) задана на (-6;8). На рисунке изображён график её производной. Укажите длину промежутка убывания этой функции.

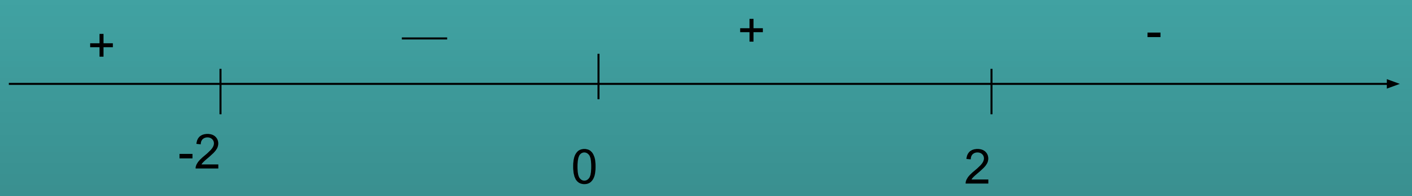
Исследовать функцию на монотонность $Y=-x^4+8x^2-7$

- $y'=-4x^3+16x$
- $y'=0$ $\quad -4x^3+16x=0$

$-4x(x^2-4)=0$

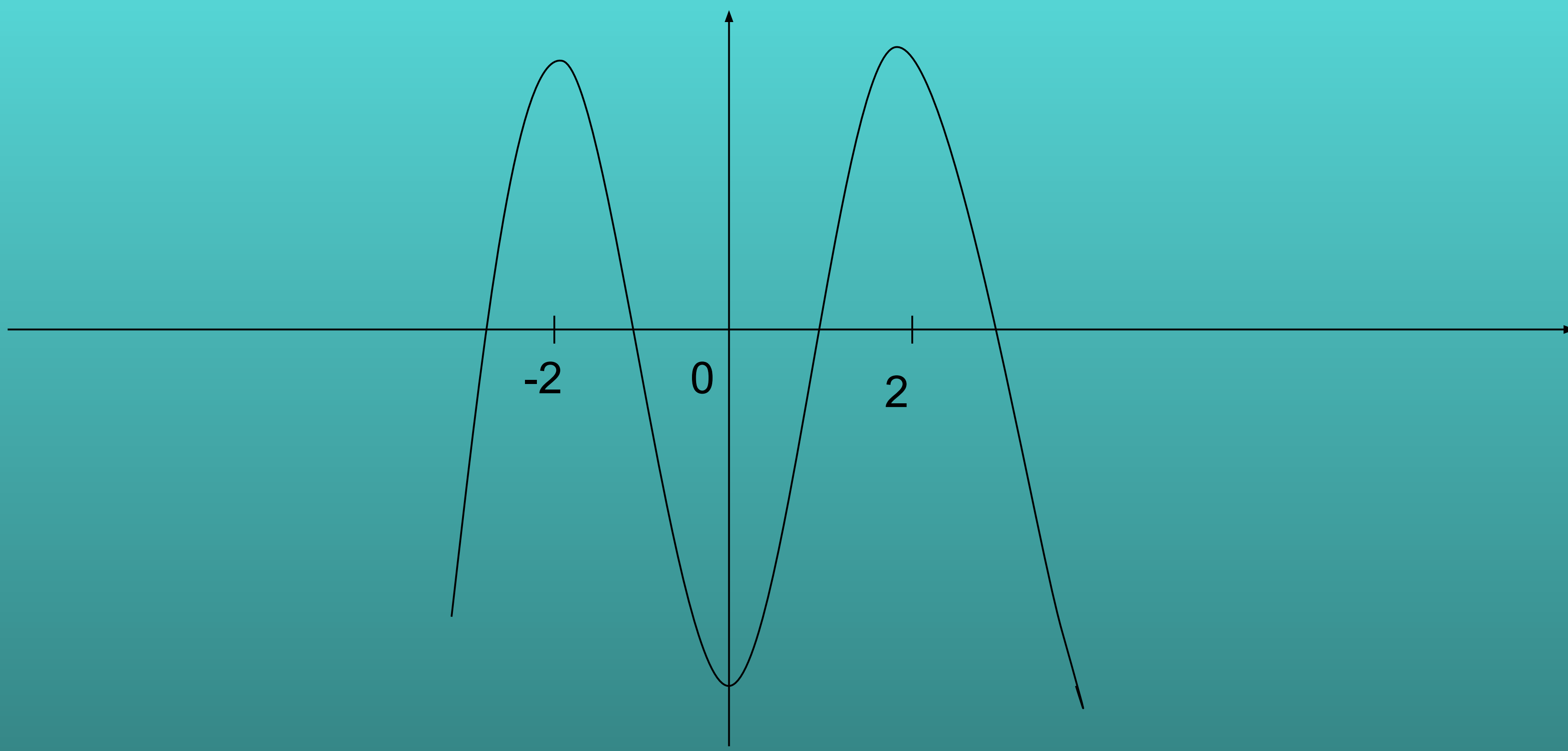
$x=0 \qquad x^2-4=0$

$x=-2,\ x=2$



	(-∞,-2)	-2	(-2,0)	0	(0,2)	2	(2,∞)
f '(x)	+	0	-	0	+	0	-
f (x)	↗	9	↘	-7	↗	9	↘

	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	↗	9	↘	-7	↗	9	↘



Алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность:

- Найти производную функции $y=f(x)$.
- Найти стационарные и критические точки.
- Отметить эти точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
- Сделать выводы о монотонности функции.