Инфляция

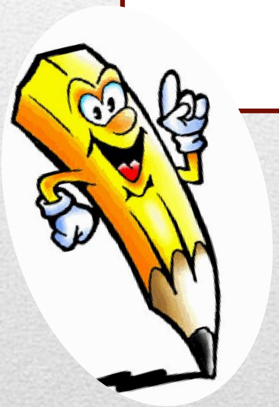
Выполнила: Колесникова Анна

Инфляция…

- **Инфляция** - это процесс, характеризуемый обесцененением национальной валюты, то есть снижением её покупательной способности и общим повышением цен. Без учета инфляции конечные результаты расчетов денежных потоков являются весьма условными.

Характеристики инфляции…

$$\alpha = \frac{\Delta S}{S} = \frac{S_\alpha - S}{S}$$



1.Уровнем (темпом) инфляции называется величина а, определяемая как

где **S** - сумма денег, покупательная способность которой рассматривается при отсутствии инфляции;
Sa - сумма денег, покупательная способность которой с учётом инфляции равна покупательной способности суммы S при отсутствии инфляции, причём **Sa > S**.

2.Индекс инфляции (индекс цен) *- это индекс роста, показывающий во сколько раз, в среднем, выросли цены за рассматриваемый период.*

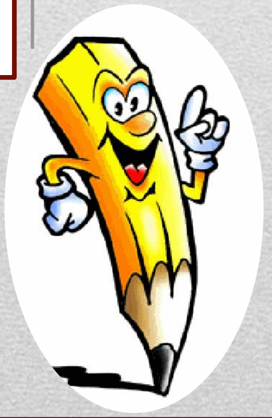
$$I_p = \frac{\text{цена в отчетном периоде}}{\text{цена в базисном периоде}};$$

$$I_{nc} = \frac{1}{I_p}.$$

3. Среднегодовой темп роста цен

$$i_p = \sqrt[n]{I_p}$$

Среднегодовой темп инфляции



$$h = 100\left(\sqrt[n]{I_p} - 1\right)$$

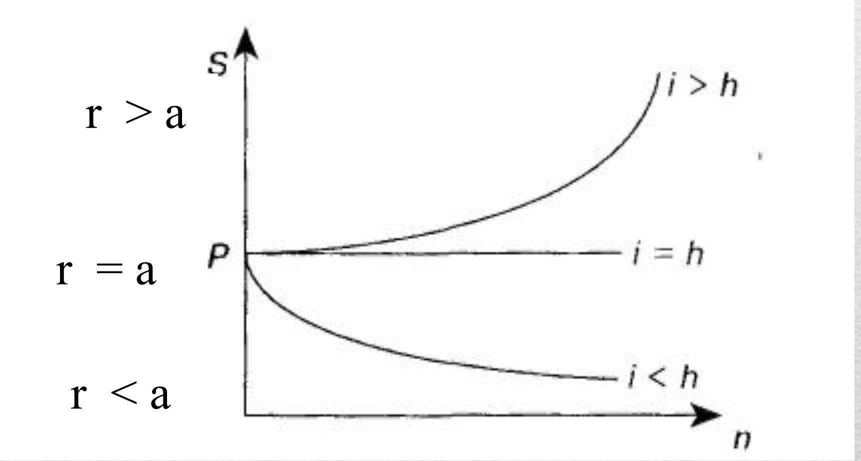
Обесцененная инфляцией сумма

Для простых процентов обесцененная инфляцией сумма

$$S_\alpha = P\frac{1+nr}{I_p} = P\frac{1+nr}{(1+\alpha)^n}$$

Для сложных процентов обесцененная инфляцией сумма определяется как

$$S_\alpha = P\frac{(1+r)^n}{I_p} = P\frac{(1+r)^n}{(1+\alpha)^n}$$



Первый случай учета инфляции: при расчете наращенной суммы.

Пусть S - наращенная сумма, С - та же сумма с учетом инфляции. $C = S \cdot I_{пс} = \dfrac{S}{I_p}$.

Конкретизируем формулу:

Для простых процентов:

Наращенная сумма простых процентов $S = K(1+ni)$.

Тогда $C = \dfrac{K(1+ni)}{I_p} = \dfrac{K(1+ni)}{\dfrac{H}{100}+1} = \dfrac{K(1+ni)}{(1+\dfrac{h}{100})^n}$.

Для сложных процентов:

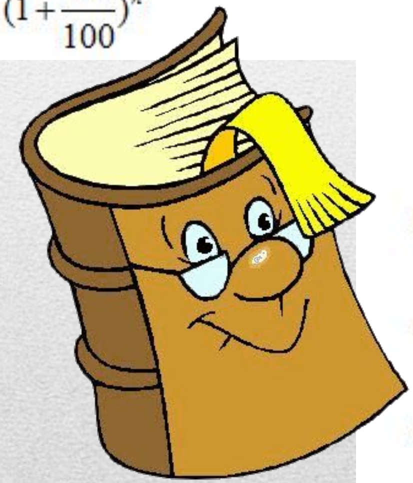
Наращенная сумма сложных процентов $S = K(1+i)^n$. Тогда

$$C = \frac{K(1+i)^n}{I_p} = \frac{K(1+i)^n}{\dfrac{H}{100}+1} = \frac{K(1+i)^n}{(1+\dfrac{h}{100})^n} = K \cdot \left(\frac{1+i}{1+\dfrac{h}{100}}\right)^n.$$

Если $\mathbf{i} > \dfrac{\mathbf{h}}{\mathbf{100}}$ - реальный рост суммы денег;

если $\mathbf{i} < \dfrac{\mathbf{h}}{\mathbf{100}}$ - "эрозия" капитала, нет реального роста денег;

если $\mathbf{i} = \dfrac{\mathbf{h}}{\mathbf{100}}$ - наращение поглощается инфляцией.



Два случая учета инфляции

1. ***Для простых процентов***:
Уравнение эквивалентности имеет вид:

$$1+nr=(1+ni)\cdot I_p, \quad \textit{следовательно}, \quad \textit{брутто} - \textit{ставка} \quad r=\frac{(1+ni)\cdot I_p-1}{n},$$

реальная ставка $$i=\left(\frac{1+nr}{I_p}-1\right)\cdot\frac{1}{n}$$

2. ***Для сложных процентов***:
Уравнение эквивалентности имеет вид:

$$(1+r)^n=(1+i)^n\cdot(1+\frac{h}{100})^n, \textit{следовательно}, \quad \textit{брутто} - \textit{ставка} \quad r=i+\frac{h}{100}+i\cdot\frac{h}{100},$$

реальная ставка $$i=\frac{1+r}{1+\frac{h}{100}}-1.$$

Второй случай учета инфляции

РЕАЛЬНАЯ ДОХОДНОСТЬ

Формула реальной доходности в вид годовой простой ставки ссудных процентов для случая, когда первоначальная сумма PV была инвестирована под простую ставку ссудных процентов r_a на срок n при уровне инфляции α за рассматриваемый период:

$$\boxed{r = \frac{nr_\alpha - \alpha}{n + n\alpha}}$$

$$\boxed{I_p = 1 + \alpha}$$

$$\boxed{1 + n\alpha = \frac{1 + nr_\alpha}{I_p} \qquad r_\alpha = \frac{(1 + n\alpha)I_p - 1}{n} \qquad \alpha = \frac{1}{n}\left(\frac{1 + nr_\alpha}{I_p} - 1\right)}$$

Решение задач

Постоянный темп инфляции на уровне 5% в месяц приводит к росту цен за год в размере $I_p = 1{,}05^{12} = 1{,}796$.

Таким образом, действительный годовой темп инфляции равен 79,6%, а не 60% как при суммировании.

Продолжим пример. Пусть приросты цен по месяцам составили: 1,5; 1,2 и 0,5%. Индекс цен за три месяца равен:

$I_p = 1{,}015 \times 1{,}012 \times 1{,}005 = 1{,}0323$. *Темп инфляции за три месяца 3,23%.*

Задача № 1

Найти реальную простую процентную ставку (доходность) при номинальных ставках 60% и 30% годовых и месячных темпах инфляции а1= 5%, а2 = 2%, а 3 = 4%

Индекс цен за три месяца находится следующим образом:
Ip= (1 + 0,05) (1 + 0,02) (1 + 0,04) = 1,11384.

$$\alpha = \frac{1}{0,25}\left(\frac{1+0,25*0,6}{1,11384}-1\right)=0,1299$$

$$\alpha = \frac{1}{0,25}\left(\frac{1+0,25*0,3}{1,11384}-1\right)=-0,1395$$

Во втором случае произошла эрозия капитала на 13,95%.

Задача №2

Дано:

$n = 1$ год

$i = 24\% = 0{,}24$

$\pi_{пол} = 3\% = 0{,}03$

$N = 2$

$i_r - ?$

Решение:

Индекс цен:

$$I_{р\,год} = \left(1 + \pi_{пол}\right)^2;$$

$$I_{р\,год} = \left(1 + 0{,}03\right)^2 = 1{,}061;$$

Реальная годовая процентная ставка:

$$i_r = \left(\frac{1+i}{I_{р\,год}}\right)^n - 1;$$

$$i_r = \left(\frac{1+0{,}24}{1{,}061}\right)^1 - 1 = 0{,}169 \Rightarrow i_r = 16{,}9\%$$

Ответ: реальная годовая ставка процентов равна 16,9%.

Задача №3

Дано:

$\pi = 3\% = 0{,}03$

$n = 1$

$i_r = 10\% = 0{,}1$

$i - ?$

Решение:

Вывод формулы для процентной ставки:

$$i_r = \frac{(1+i)^n}{I_p} - 1 = \left[\begin{matrix} n=1 \\ I_p = \pi + 1 \end{matrix}\right] = \frac{1+i}{1+\pi} - 1 = \frac{1+i-1-\pi}{1+\pi} = \frac{1-\pi}{1+\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i - \pi = i_r \cdot (1+\pi) \Rightarrow i = \pi + i_r + \pi \cdot i_r \ ;$$

$$i = 0{,}03 + 0{,}1 + 0{,}03 \cdot 0{,}1 = 0{,}133 \Rightarrow i = 13{,}3\%$$

Ответ: нужно назначить ставку процентов по вкладам, равную 13,3%.

Задача №4

Дано:

$\overline{\pi_{мес}} = 3\% = 0{,}03$

$N = 12$ месяцев

$I_{p\,год} - ?$

$\pi_{год} - ?$

Решение:

Индекс цен:

$I_p = \left(1 + \overline{\pi}\right)^N;$

$I_{p\,год} = \left(1 + 0{,}03\right)^{12} = 1{,}426;$

Уровень инфляции:

$\pi = I_p - 1;$

$\pi_{год} = 1{,}426 - 1 = 0{,}426 \Rightarrow \pi_{год} = 42{,}6\%$

Ответ: уровень инфляции за год равен 42,6%.

Задача №5

Задача №6

Дано:

$PV = 15\ 000$ руб.

$j = 72\% = 0{,}72$

$m = 12$ месяцев

$n = 6/12$ года

$\pi = 3\% = 0{,}03$

$N = 6$ месяцев

$D_r - ?$

Решение:

Реальная покупательная способность вклада через определённое время:

$$FV_r = \frac{FV_{ном}}{I_p} = \frac{PV \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n}}{(1+\pi)^N};$$

$$FV_r = \frac{15\ 000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}72}{12}\right)^{12 \cdot \frac{6}{12}}}{(1+0{,}03)^6} =$$

$$= \frac{15\ 000 \cdot (1+0{,}06)^6}{(1+0{,}03)^6} = 17\ 819{,}811 \ \text{(руб.)}$$

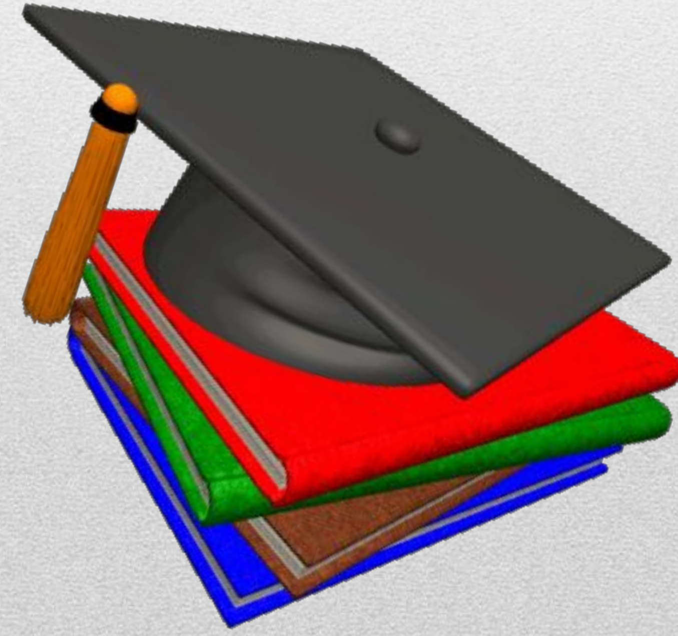
Реальный доход вкладчика:

$$D_r = FV_r - PV;$$

$$D_r = 17\ 819{,}811 - 15\ 000 = 2\ 819{,}811 \ \text{(руб.)}$$

Ответ: реальный доход вкладчика равен 2 819,811 руб.

Консолидация и пролонгация финансовых обязательств



В практике нередко возникают случаи, когда необходимо изменить условия финансовых сделок (досрочно погасить задолженность, объединить (консолидировать) несколько платежей в один, продлить платежи и т.д.) В данных ситуациях прибегают к принципу финансовой эквивалентности обязательств, который предполагает неизменность финансовых отношений сторон до и после изменения контракта.

Эквивалентными считаются такие платежи, которые, будучи “приведены” к одному моменту времени, оказываются равными. Приведение осуществляется путем дисконтирования к более ранней дате или, наоборот, наращения суммы платежа, если эта дата относится к будущему.

Две суммы денег и , выплачиваемые в разные моменты времени, считаются эквивалентными, если их современные (или наращенные) величины, рассчитанные по одной и той же процентной ставке и на один момент времени, одинаковы.

Общий метод решения задач ***подобного рода заключается в разработке уравнения эквивалентности, в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к некоторому моменту времени, называемому базовым, приравнивается к сумме платежей по новому обязательству, приведенных к той же дате.***

Эквивалентные обязательства

Наиболее распространенным способом изменения условий контрактов является *консолидация* (объединение) и *пролонгация* (продление) финансовых обязательств.

Здесь решаются две задачи:

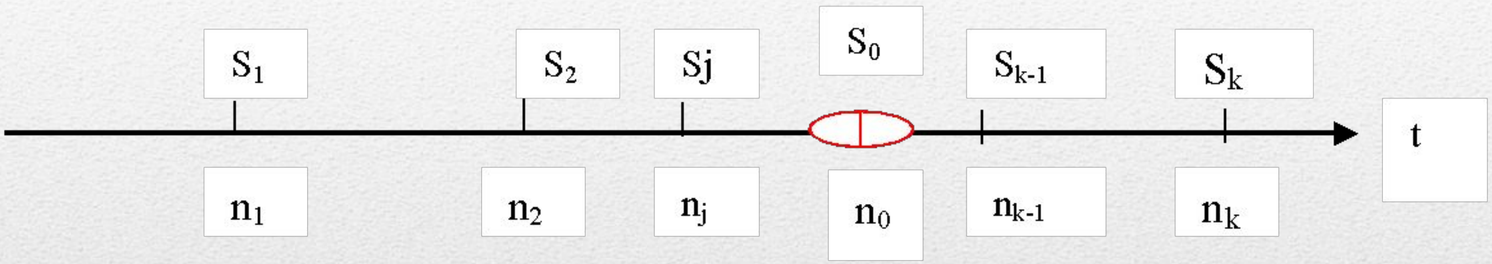
-при известных суммах платежей и их сроках, известном сроке объединяемого платежа, находится его сумма;

-при известных суммах платежей и их сроках, известной сумме консолидированного платежа, находится срок его выплаты.

Случай 1.

Консолидированный платеж S_0 расположен между консолидируемыми платежами. Иначе, есть платежи до и после консолидированного платежа.

Расположим платежи на временной оси в порядке возрастания их дат.



Найдем величину консолидированного платежа S_0, используя простую процентную ставку i. Платежи S_1, S_2 , Sj производятся раньше консолидированного платежа s_0, поэтому они наращиваются.

Платежи $S_{к-1}$, $Sк$ производятся позднее консолидированного платежа s_0, поэтому они дисконтируются.

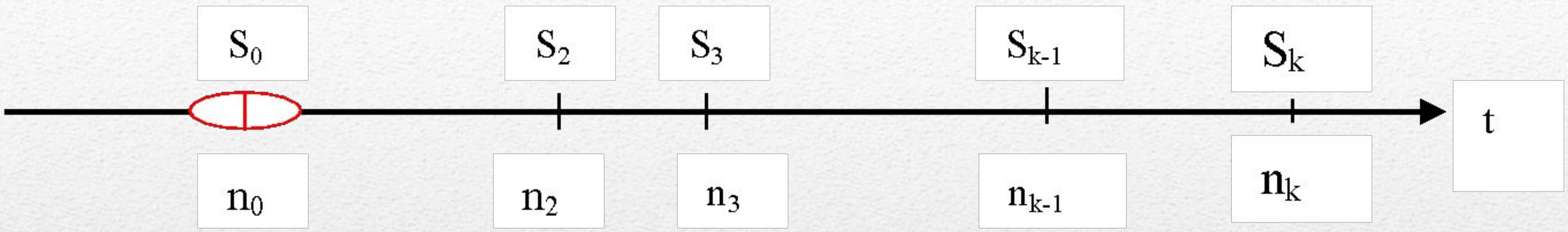
Формула для расчета консолидированного платежа будет выглядеть так:

$$S_0 = \sum_j S_j (1 + (n_0 - n_j) \cdot i) + \sum_k \frac{S_k}{1 + (n_k - n_0) \cdot i}.$$

Задача о нахождении суммы консолидированного платежа при известных сроках выплат всех платежей

Случай 2.

Консолидированный платеж S_0 расположен раньше всех консолидируемых платежей.



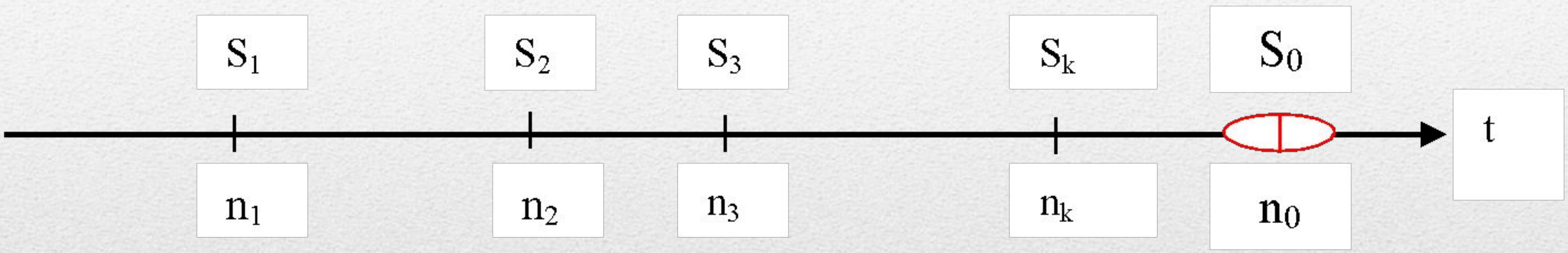
Формула для расчета консолидированного платежа будет выглядеть так:

$$S_0 = \sum_k \frac{S_k}{1 + (n_k - n_0) \cdot i}.$$

Задача о нахождении суммы консолидированного платежа при известных сроках выплат всех платежей

Случай 3.

Консолидированный платеж S_0 расположен позднее всех консолидируемых платежей.



Формула для расчета консолидированного платежа будет выглядеть так:

$$S_0 = \sum_j S_j (1 + (n_0 - n_j) \cdot i).$$

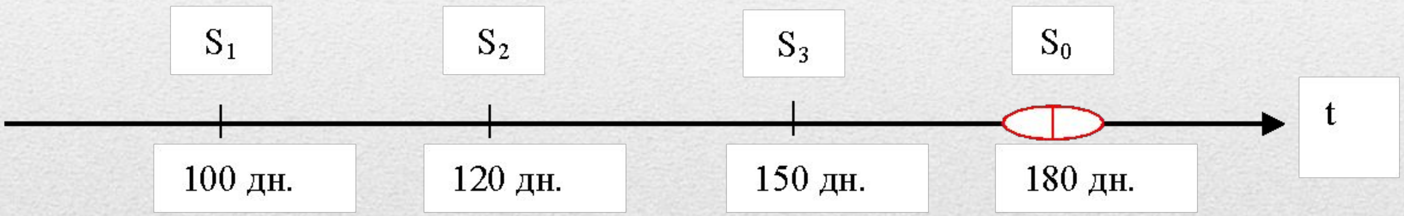
Задача о нахождении суммы консолидированного платежа при известных сроках выплат всех платежей

Задача

Три платежа $S_1 = 1$ млн. руб., $S_2 = 2$ млн. руб., $S_3 = 3$ млн руб. со сроками уплаты соответственно через 100, 120 и 150 дней заменяются одним со сроком уплаты через 180 дней при простой ставке 20%. Найти сумму консолидированного платежа (год принять равным 360 дней).

Решение:

Платежи и даты их выплат изобразим точками на временной оси в порядке возрастания дней выплат:



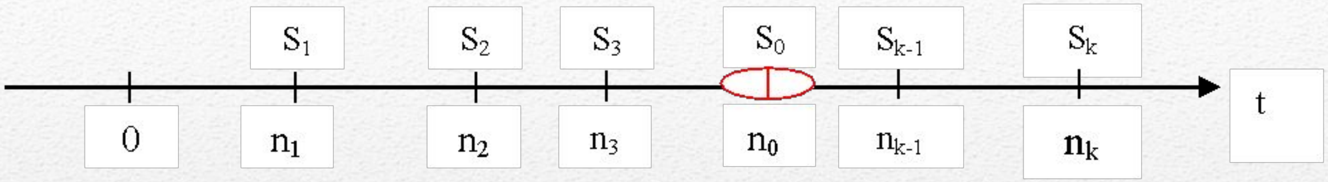
За базовую дату примем день выплаты консолидированного платежа S_0.

Т.к. срок объединяемых платежей меньше срока платежа S_0, то приведение платежей к моменту выплаты консолидированного платежа S_0 будет выполняться с помощью операции наращения.

$$S_0 = S_1(1+n_1 i) + S_2(1+n_2 i) + S_3(1+n_3 i) = 1(1+\frac{180-100}{360}\cdot 0{,}2) + 2(1+\frac{180-120}{360}\cdot 0{,}2) +$$

$$+3\left(1+\frac{180-150}{360}\cdot 0{,}2\right) = 6{,}164\ \textit{млн. руб.}$$

В этом случае все платежи приводятся на одну более раннюю дату операцией дисконтирования. Составляется уравнение эквивалентности, в левой части которого стоит дисконтированная стоимость платежа S_0, а в правой – сумма дисконтированных стоимостей объединяемых платежей P_0.



Решаем задачу, используя ставку i. Запишем уравнение эквивалентности, дисконтируя все платежи, включая S_0 на начальную дату «0».

$$\frac{S_0}{1+n_0 i}=\sum_k \frac{S_k}{1+n_k i}.$$

Обозначим через P_0 сумму дисконтированных стоимостей объединяемых платежей, т.е. $P_0=\sum_k \frac{S_k}{1+n_k i}$.

$$P_0=\frac{S_0}{1+n_0 i};\quad 1+n_0 i=\frac{S_0}{P_0};$$

Тогда

$$n_0=\left(\frac{S_0}{P_0}-1\right)\cdot\frac{1}{i}.$$

Очевидно, что в полученной формуле консолидированная стоимость платежей S_0 должна быть больше суммы дисконтированных консолидируемых платежей P_0. Иначе срок платежа n_0 получится отрицательным.

Задача о нахождении срока консолидированного платежа при известных суммах выплат всех платежей

Задача

Фирма, в погашение задолженности банку за предоставленный кредит под 70% годовых, должна произвести 2 платежа в сроки 18.05 (138-й день), 1.09 (244-й день) суммами $S_1 = 2{,}7$ млн. руб. и $S_2 = 3{,}5$ млн. руб. Фирма договорилась объединить оба платежа в один суммой $S_0 = 7{,}0$ млн. руб. с продлением срока выплаты.

Найти срок выплаты консолидированного платежа. (В скобках указан порядковый номер даты платежа)

Решение:

Срок выплаты консолидированного платежа найдем по формуле

$n_0 = \frac{1}{i}(\frac{S_0}{P_0} - 1)$, где P_0 -современная величина консолидируемых платежей.

$$P_0 = \frac{S_1}{1+n_1 i} + \frac{S_2}{1+n_2 i} = \frac{2{,}7}{1+\frac{138}{360}\cdot 0{,}7} + \frac{3{,}5}{1+\frac{244}{360}\cdot 0{,}7} = 4{,}5 \text{ млн. руб.}$$

$$n_0 = \frac{1}{0{,}7}(\frac{7{,}0}{4{,}5} - 1) = 0{,}7937 \text{ года}$$

t = 365 дней · 0,7937≈287 дней. По календарю это 14 октября

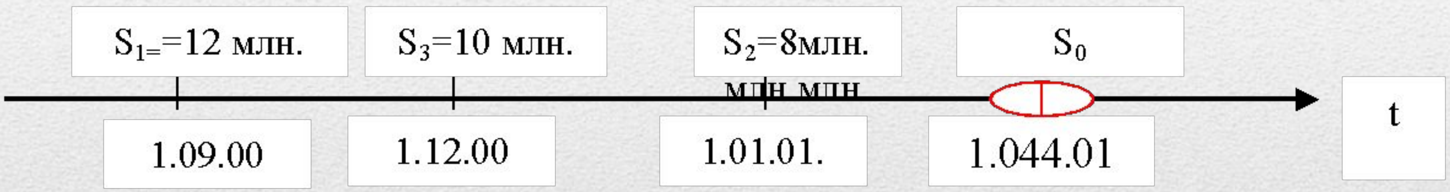
Общая постановка задачи изменения условий выплаты платежей

При решении задачи изменения условий выплаты платежей составляется уравнение консолидации по следующему правилу: ***«Старые» долги равны «новым» долгам, но и те, и другие должны быть приведены на одну дату консолидации.***
Дата консолидации либо устанавливается во взаимном соглашении, либо выбирается произвольно.

Задача

Две суммы 12 и 8 млн. руб. должны быть выплачены 1.09.00 (244) и 1.01.01 (1). Стороны договорились пересмотреть условия контракта: должник 1.12.00 (335) выплачивает 10 млн. руб., остаток долга гасится 1.04.01 (91). Найти эту сумму при условии, что пересчет осуществляется по ставке простых процентов, равной 12% (год равен 365 дней).

Решение



Возьмем за базовую дату 1.04.01 и составим уравнение эквивалентности, учитывая два условия:

1) все платежи приведены к базовой дате;
2) старые долги равны новым долгам.

Т.к. базовая дата самая поздняя из всех, то платежи S_1, S_2 и S_3 наращиваются.

$$S_1(1+n_1 i)+S_2(1+n_2 i)=S_0+S_3(1+n_3 i)$$

$$12\left(1+\frac{365-244+91}{365}\cdot 0{,}12\right)+8\left(1+\frac{91-1}{365}\cdot 0{,}12\right)=S_0+10\left(1+\frac{365-335+91}{365}\cdot 0{,}12\right)$$

$S_0 = 10{,}675$ млн. руб.

Спасибо за внимание!