

# Инфляция



---

Выполнила: Колесникова Анна

- **Инфляция** - это процесс, характеризуемый обесценением национальной валюты, то есть снижением её покупательной способности и общим повышением цен. Без учета инфляции конечные результаты расчетов денежных потоков являются весьма условными.



# Инфляция...

---



# Характеристики инфляции...

$$\alpha = \frac{\Delta S}{S} = \frac{S_{\alpha} - S}{S}$$



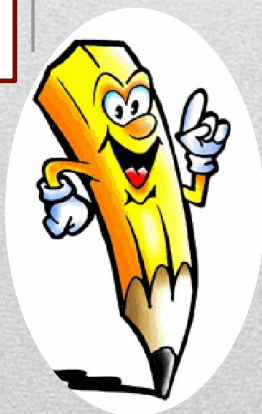
1. Уровнем (темпом) инфляции называется величина  $\alpha$ , определяемая как

где  $S$  - сумма денег, покупательная способность которой рассматривается при отсутствии инфляции;  
 $S_{\alpha}$  - сумма денег, покупательная способность которой с учётом инфляции равна покупательной способности суммы  $S$  при отсутствии инфляции, причём  $S_{\alpha} > S$ .

**2. Индекс инфляции (индекс цен)** - это индекс роста, показывающий во сколько раз, в среднем, выросли цены за рассматриваемый период.

$$I_p = \frac{\text{цена в отчетном периоде}}{\text{цена в базисном периоде}};$$

$$I_{nc} = \frac{1}{I_p}.$$



**3. Среднегодовой темп роста цен**

$$i_p = \sqrt[n]{I_p}$$

**Среднегодовой темп инфляции**

$$h = 100 \left( \sqrt[n]{I_p} - 1 \right)$$



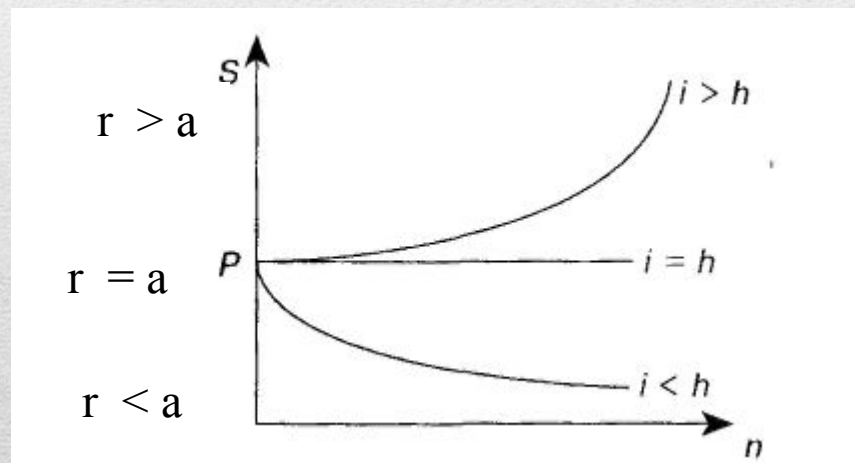
Для простых процентов  
обесцененная инфляцией сумма

$$S_{\alpha} = P \frac{1+nr}{I_p} = P \frac{1+nr}{(1+\alpha)^n}$$

Для сложных процентов  
обесцененная инфляцией сумма  
определяется как

$$S_{\alpha} = P \frac{(1+r)^n}{I_p} = P \frac{(1+r)^n}{(1+\alpha)^n}$$

**Обесцененная  
инфляцией сумма**



*Первый случай учета инфляции: при расчете наращенной суммы.*

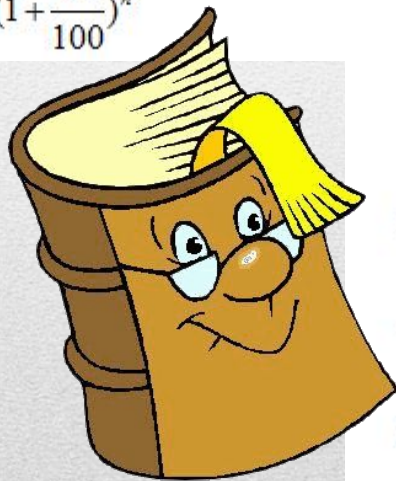
Пусть  $S$  - наращенная сумма,  $C$  - та же сумма с учетом инфляции.  $C = S \cdot I_{\text{н}} = \frac{S}{I_p}$ .

Конкретизируем формулу:

*Для простых процентов:*

Наращенная сумма простых процентов  $S = K(1 + ni)$ .

$$\text{Тогда } C = \frac{K(1 + ni)}{I_p} = \frac{K(1 + ni)}{\frac{H}{100} + 1} = \frac{K(1 + ni)}{\left(1 + \frac{h}{100}\right)^n}$$



*Для сложных процентов:*

Наращенная сумма сложных процентов  $S = K(1 + i)^n$ . Тогда

$$C = \frac{K(1 + i)^n}{I_p} = \frac{K(1 + i)^n}{\frac{H}{100} + 1} = \frac{K(1 + i)^n}{\left(1 + \frac{h}{100}\right)^n} = K \cdot \left( \frac{1 + i}{1 + \frac{h}{100}} \right)^n$$

Если  $i > \frac{h}{100}$  - реальный рост суммы денег;

если  $i < \frac{h}{100}$  - "эрозия" капитала, нет реального роста денег;

если  $i = \frac{h}{100}$  - наращение поглощается инфляцией.

# Два случая учета инфляции



1. Для простых процентов:

Уравнение эквивалентности имеет вид:

$$1 + nr = (1 + ni) \cdot I_p, \text{ следовательно, брутто-ставка } r = \frac{(1 + ni) \cdot I_p - 1}{n},$$

$$\text{реальная ставка } i = \left( \frac{1 + nr}{I_p} - 1 \right) \cdot \frac{1}{n}$$

2. Для сложных процентов:

Уравнение эквивалентности имеет вид:

$$(1 + r)^n = (1 + i)^n \cdot \left(1 + \frac{h}{100}\right)^n, \text{ следовательно, брутто-ставка } r = i + \frac{h}{100} + i \cdot \frac{h}{100},$$

$$\text{реальная ставка } i = \frac{1 + r}{1 + \frac{h}{100}} - 1.$$

## **Второй случай учета инфляции**

---

Формула реальной доходности в вид годовой простой ставки ссудных процентов для случая, когда первоначальная сумма  $PV$  была инвестирована под простую ставку ссудных процентов  $r_a$  на срок  $n$  при уровне инфляции  $\alpha$  за рассматриваемый период:

$$r = \frac{nr_{\alpha} - \alpha}{n + n\alpha}$$

$$I_p = 1 + \alpha$$



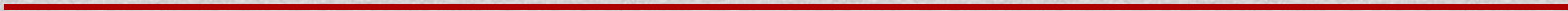
$$1 + n\alpha = \frac{1 + nr_{\alpha}}{I_p} \quad r_{\alpha} = \frac{(1 + n\alpha)I_p - 1}{n} \quad \alpha = \frac{1}{n} \left( \frac{1 + nr_{\alpha}}{I_p} - 1 \right)$$

# РЕАЛЬНАЯ ДОХОДНОСТЬ

---



# *Решение задач*



Постоянный темп инфляции на уровне 5% в месяц приводит к росту цен за год в размере  $I_p = 1,05^{12} = 1,796$ .

Таким образом, действительный годовой темп инфляции равен 79,6%, а не 60% как при суммировании.

Продолжим пример. Пусть приросты цен по месяцам составили: 1,5; 1,2 и 0,5%. Индекс цен за три месяца равен:

$I_p = 1,015 \times 1,012 \times 1,005 = 1,0323$ . Темп инфляции за три месяца 3,23%.



# Задача № 1

---



Найти реальную простую процентную ставку (доходность) при номинальных ставках 60% и 30% годовых и месячных темпах инфляции  $a_1 = 5\%$ ,  $a_2 = 2\%$ ,  $a_3 = 4\%$

Индекс цен за три месяца находится следующим образом:

$$I_p = (1 + 0,05) (1 + 0,02) (1 + 0,04) = 1,11384.$$

$$\alpha = \frac{1}{0,25} \left( \frac{1 + 0,25 * 0,6}{1,11384} - 1 \right) = 0,1299$$

$$\alpha = \frac{1}{0,25} \left( \frac{1 + 0,25 * 0,3}{1,11384} - 1 \right) = -0,1395$$

Во втором случае произошла эрозия капитала на 13,95%.



## Задача №2

---

Дано:

$$n = 1 \text{ год}$$

$$i = 24\% = 0,24$$

$$\pi_{\text{пол}} = 3\% = 0,03$$

$$N = 2$$

---

$$i_y = ?$$

Решение:

Индекс цен:

$$I_{\text{р год}} = (1 + \pi_{\text{пол}})^2;$$

$$I_{\text{р год}} = (1 + 0,03)^2 = 1,061;$$

Реальная годовая процентная ставка:

$$i_y = \left( \frac{1+i}{I_{\text{р год}}} \right)^n - 1;$$

$$i_y = \left( \frac{1+0,24}{1,061} \right)^1 - 1 = 0,169 \Rightarrow i_y = 16,9\%$$

Ответ: реальная годовая ставка процентов равна 16,9%.



# Задача №3



Дано:

$$\pi = 3\% = 0,03$$

$$n = 1$$

$$i_y = 10\% = 0,1$$

$i = ?$

Решение:

Вывод формулы для процентной ставки:

$$i_y = \frac{(1+i)^n}{I_p} - 1 = \left[ \begin{matrix} n=1 \\ I_p = \pi + 1 \end{matrix} \right] = \frac{1+i}{1+\pi} - 1 = \frac{1+i-1-\pi}{1+\pi} = \frac{1-\pi}{1+\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i - \pi = i_y \cdot (1 + \pi) \Rightarrow i = \pi + i_y + \pi \cdot i_y ;$$

$$i = 0,03 + 0,1 + 0,03 \cdot 0,1 = 0,133 \Rightarrow i = 13,3\%$$

Ответ: нужно назначить ставку процентов по вкладам, равную 13,3%.



# Задача №4

Дано:

$$\overline{\pi}_{\text{мес}} = 3\% = 0,03$$

$N = 12$  месяцев

$$I_{p \text{ год}} - ?$$

$$\pi_{\text{год}} - ?$$

Решение:

Индекс цен:

$$I_p = (1 + \overline{\pi})^N;$$

$$I_{p \text{ год}} = (1 + 0,03)^{12} = 1,426;$$

Уровень инфляции:

$$\pi = I_p - 1;$$

$$\pi_{\text{год}} = 1,426 - 1 = 0,426 \Rightarrow \pi_{\text{год}} = 42,6\%$$

Ответ: уровень инфляции за год равен 42,6%.



# Задача №5



Дано:

$PV = 15\ 000$  руб.

$j = 72\% = 0,72$

$m = 12$  месяцев

$n = 6/12$  года

$\pi = 3\% = 0,03$

$N = 6$  месяцев

$D_r = ?$

Решение:

Реальная покупательная способность вклада через определённое время:

$$FV_r = \frac{FV_{\text{ном}}}{I_p} = \frac{PV \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n}}{(1 + \pi)^N};$$

$$FV_r = \frac{15\ 000 \cdot \left(1 + \frac{0,72}{12}\right)^{12 \cdot \frac{6}{12}}}{(1 + 0,03)^6} =$$

$$= \frac{15\ 000 \cdot (1 + 0,06)^6}{(1 + 0,03)^6} = 17\ 819,811 \text{ (руб.)}$$

Реальный доход вкладчика:

$$D_r = FV_r - PV;$$

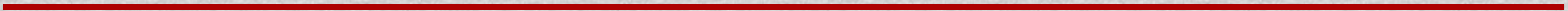
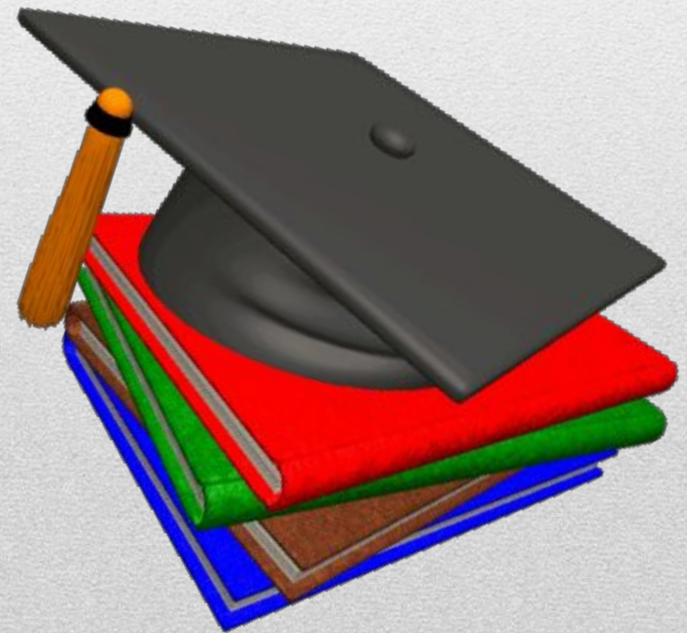
$$D_r = 17\ 819,811 - 15\ 000 = 2\ 819,811 \text{ (руб.)}$$

Ответ: реальный доход вкладчика равен 2 819,811 руб.

# Задача №6



*Консолидация и  
продолжения финансовых  
обязательств*





В практике нередко возникают случаи, когда необходимо изменить условия финансовых сделок (досрочно погасить задолженность, объединить (консолидировать) несколько платежей в один, продлить платежи и т.д.) В данных ситуациях прибегают к принципу финансовой эквивалентности обязательств, который предполагает неизменность финансовых отношений сторон до и после изменения контракта.

*Эквивалентными* считаются такие платежи, которые, будучи “приведены” к одному моменту времени, оказываются равными. Приведение осуществляется путем дисконтирования к более ранней дате или, наоборот, наращивания суммы платежа, если эта дата относится к будущему.

*Две суммы денег и , выплачиваемые в разные моменты времени, считаются эквивалентными, если их современные (или наращенные) величины, рассчитанные по одной и той же процентной ставке и на один момент времени, одинаковы.*

Общий метод решения задач *подобного рода заключается в разработке уравнения эквивалентности, в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к некоторому моменту времени, называемому базовым, приравнивается к сумме платежей по новому обязательству, приведенных к той же дате.*



## **Эквивалентные обязательства**

---



**Наиболее распространенным способом изменения условий контрактов является консолидация (объединение) и пролонгация (продление) финансовых обязательств.**

*Здесь решаются две задачи:*

*-при известных суммах платежей и их сроках, известном сроке объединяемого платежа, находится его сумма;*

*-при известных суммах платежей и их сроках, известной сумме консолидированного платежа, находится срок его выплаты.*

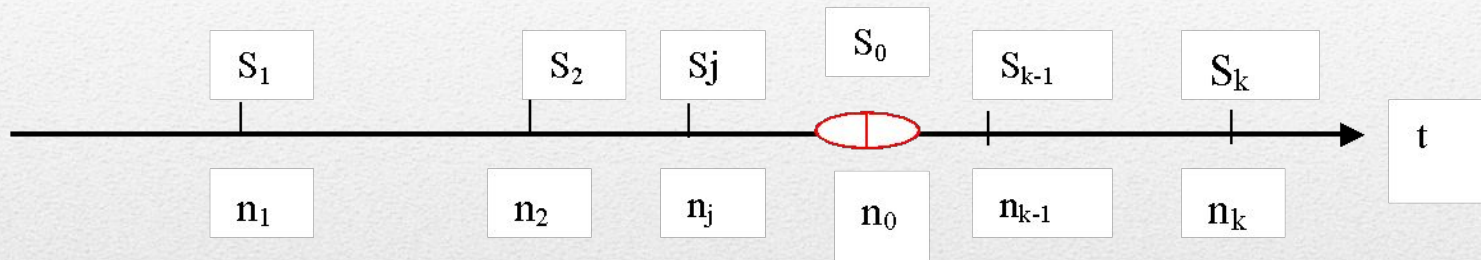




### Случай 1.

Консолидированный платеж  $S_0$  расположен между консолидируемыми платежами. Иначе, есть платежи до и после консолидированного платежа.

Расположим платежи на временной оси в порядке возрастания их дат.



Найдем величину консолидированного платежа  $S_0$ , используя простую процентную ставку  $i$ . Платежи  $S_1, S_2, S_j$  производятся раньше консолидированного платежа  $s_0$ , поэтому они наращиваются.

Платежи  $S_{k-1}, S_k$  производятся позднее консолидированного платежа  $s_0$ , поэтому они дисконтируются.

Формула для расчета консолидированного платежа будет выглядеть так:

$$S_0 = \sum_j S_j (1 + (n_0 - n_j) \cdot i) + \sum_k \frac{S_k}{1 + (n_k - n_0) \cdot i}$$

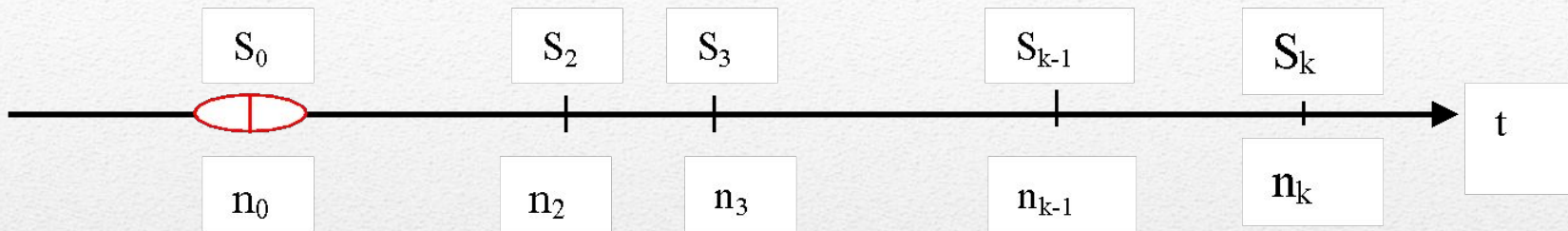


---

**Задача о нахождении суммы консолидированного платежа при известных сроках выплат всех платежей**

## Случай 2.

Консолидированный платеж  $S_0$  расположен раньше всех консолидируемых платежей.



Формула для расчета консолидированного платежа будет выглядеть так:

$$S_0 = \sum_k \frac{S_k}{1 + (n_k - n_0) \cdot i}$$



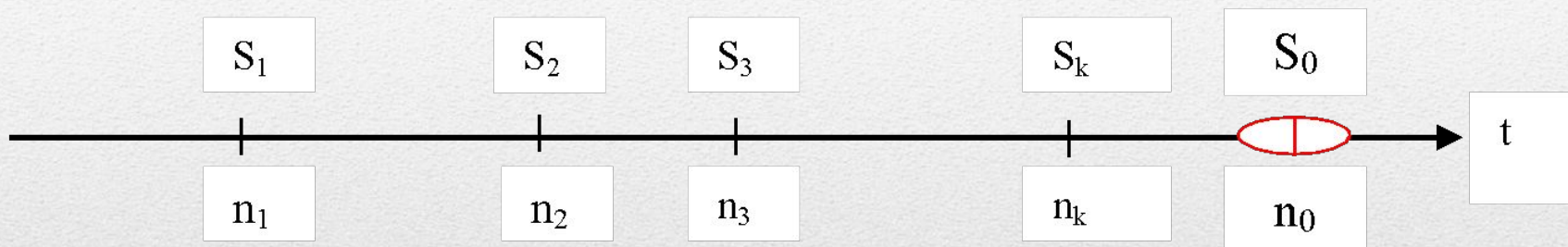
---

**Задача о нахождении суммы консолидированного платежа при известных сроках выплат всех платежей**



### Случай 3.

Консолидированный платеж  $S_0$  расположен позднее всех консолидируемых платежей.



Формула для расчета консолидированного платежа будет выглядеть так:

$$S_0 = \sum_j S_j (1 + (n_0 - n_j) \cdot i).$$



---

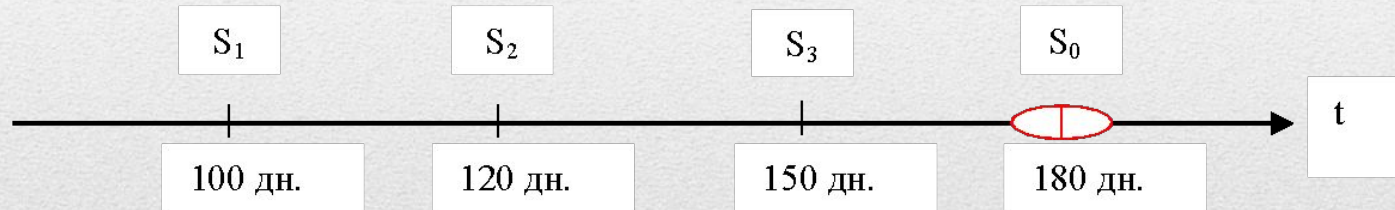
**Задача о нахождении суммы консолидированного платежа при известных сроках выплат всех платежей**

# Задача

Три платежа  $S_1 = 1$  млн. руб.,  $S_2 = 2$  млн. руб.,  $S_3 = 3$  млн руб. со сроками уплаты соответственно через 100, 120 и 150 дней заменяются одним со сроком уплаты через 180 дней при простой ставке 20%. Найти сумму консолидированного платежа (год принять равным 360 дней).

*Решение:*

Платежи и даты их выплат изобразим точками на временной оси в порядке возрастания дней выплат:



За базовую дату примем день выплаты консолидированного платежа  $S_0$ .

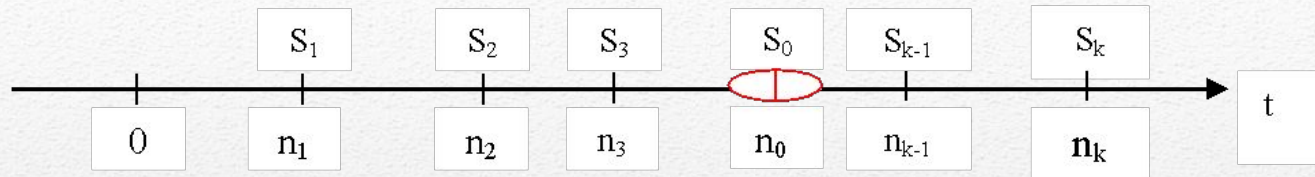
Т.к. срок объединяемых платежей меньше срока платежа  $S_0$ , то приведение платежей к моменту выплаты консолидированного платежа  $S_0$  будет выполняться с помощью операции наращения.

$$S_0 = S_1(1 + n_1i) + S_2(1 + n_2i) + S_3(1 + n_3i) = 1\left(1 + \frac{180 - 100}{360} \cdot 0,2\right) + 2\left(1 + \frac{180 - 120}{360} \cdot 0,2\right) + 3\left(1 + \frac{180 - 150}{360} \cdot 0,2\right) = 6,164 \text{ млн. руб.}$$





В этом случае все платежи приводятся на одну более раннюю дату операцией дисконтирования. Составляется уравнение эквивалентности, в левой части которого стоит дисконтированная стоимость платежа  $S_0$ , а в правой – сумма дисконтированных стоимостей объединяемых платежей  $P_0$ .



Решаем задачу, используя ставку  $i$ . Запишем уравнение эквивалентности, дисконтируя все платежи, включая  $S_0$  на начальную дату «0».

$$\frac{S_0}{1 + n_0 i} = \sum_k \frac{S_k}{1 + n_k i}$$

Обозначим через  $P_0$  сумму дисконтированных стоимостей объединяемых платежей, т.е.  $P_0 = \sum_k \frac{S_k}{1 + n_k i}$ .

$$P_0 = \frac{S_0}{1 + n_0 i}; \quad 1 + n_0 i = \frac{S_0}{P_0};$$

Тогда

$$n_0 = \left( \frac{S_0}{P_0} - 1 \right) \cdot \frac{1}{i}$$

*Очевидно, что в полученной формуле консолидированная стоимость платежей  $S_0$  должна быть больше суммы дисконтированных консолидируемых платежей  $P_0$ . Иначе срок платежа  $n_0$  получится отрицательным.*



**Задача о нахождении срока консолидированного платежа при известных суммах выплат всех платежей**



## Задача

Фирма, в погашение задолженности банку за предоставленный кредит под 70% годовых, должна произвести 2 платежа в сроки 18.05 (138-й день), 1.09 (244-й день) суммами  $S_1 = 2,7$  млн. руб. и  $S_2 = 3,5$  млн. руб. Фирма договорилась объединить оба платежа в один суммой  $S_0 = 7,0$  млн. руб. с продлением срока выплаты.

Найти срок выплаты консолидированного платежа. (В скобках указан порядковый номер даты платежа)

**Решение:**

Срок выплаты консолидированного платежа найдем по формуле

$$n_0 = \frac{1}{i} \left( \frac{S_0}{P_0} - 1 \right), \text{ где } P_0 - \text{современная величина консолидируемых платежей.}$$

$$P_0 = \frac{S_1}{1 + n_1 i} + \frac{S_2}{1 + n_2 i} = \frac{2,7}{1 + \frac{138}{360} \cdot 0,7} + \frac{3,5}{1 + \frac{244}{360} \cdot 0,7} = 4,5 \text{ млн. руб.}$$

$$n_0 = \frac{1}{0,7} \left( \frac{7,0}{4,5} - 1 \right) = 0,7937 \text{ года}$$

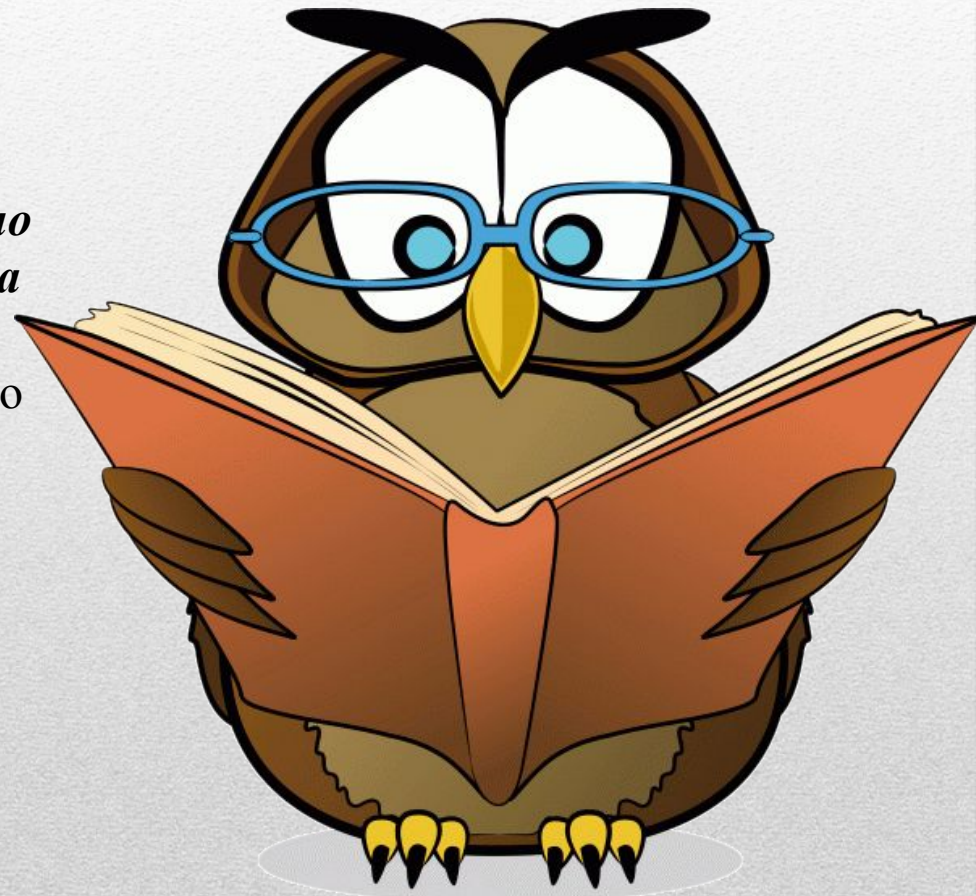
$t = 365 \text{ дней} \cdot 0,7937 \approx 287 \text{ дней.}$  По календарю это 14 октября





## *Общая постановка задачи изменения условий выплаты платежей*

При решении задачи изменения условий выплаты платежей составляется уравнение консолидации по следующему правилу:  
*«Старые» долги равны «новым» долгам, но и те, и другие должны быть приведены на одну дату консолидации.*  
Дата консолидации либо устанавливается во взаимном соглашении, либо выбирается произвольно.

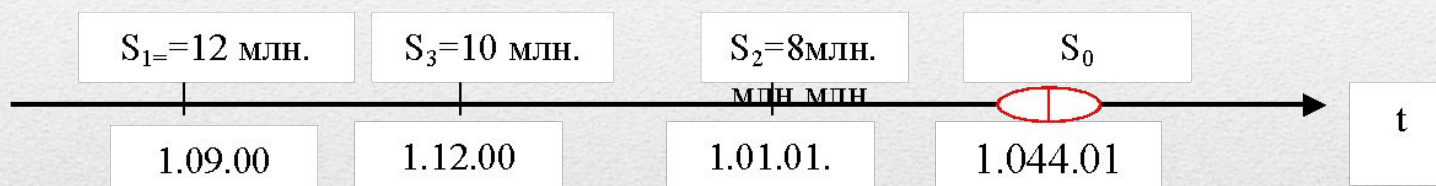




## Задача

Две суммы 12 и 8 млн. руб. должны быть выплачены 1.09.00 (244) и 1.01.01 (1). Стороны договорились пересмотреть условия контракта: должник 1.12.00 (335) выплачивает 10 млн. руб., остаток долга гасится 1.04.01 (91). Найти эту сумму при условии, что пересчет осуществляется по ставке простых процентов, равной 12% (год равен 365 дней).

## Решение



Возьмем за базовую дату 1.04.01 и составим уравнение эквивалентности, учитывая два условия:

- 1) все платежи приведены к базовой дате;
- 2) старые долги равны новым долгам.

Т.к. базовая дата самая поздняя из всех, то платежи  $S_1, S_2$  и  $S_3$  наращиваются.

$$S_1(1 + n_1i) + S_2(1 + n_2i) = S_0 + S_3(1 + n_3i)$$

$$12\left(1 + \frac{365 - 244 + 91}{365} \cdot 0,12\right) + 8\left(1 + \frac{91 - 1}{365} \cdot 0,12\right) = S_0 + 10\left(1 + \frac{365 - 335 + 91}{365} \cdot 0,12\right)$$

$$S_0 = 10,675 \text{ млн. руб.}$$



*Спасибо за  
внимание!*

