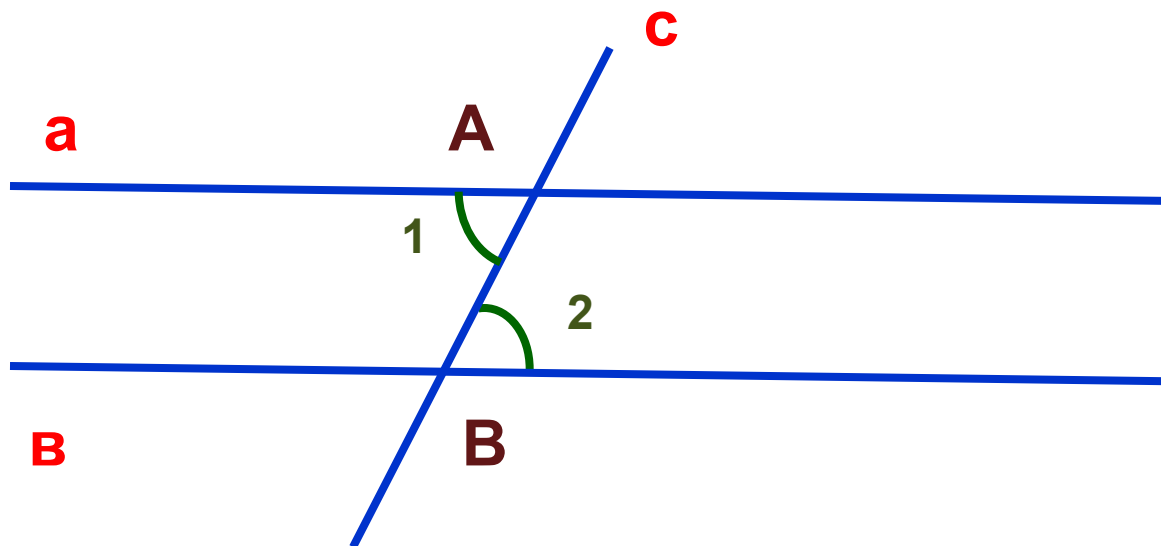


**Теоремы об углах,
образованных
двумя параллельными
прямыми и секущей.**

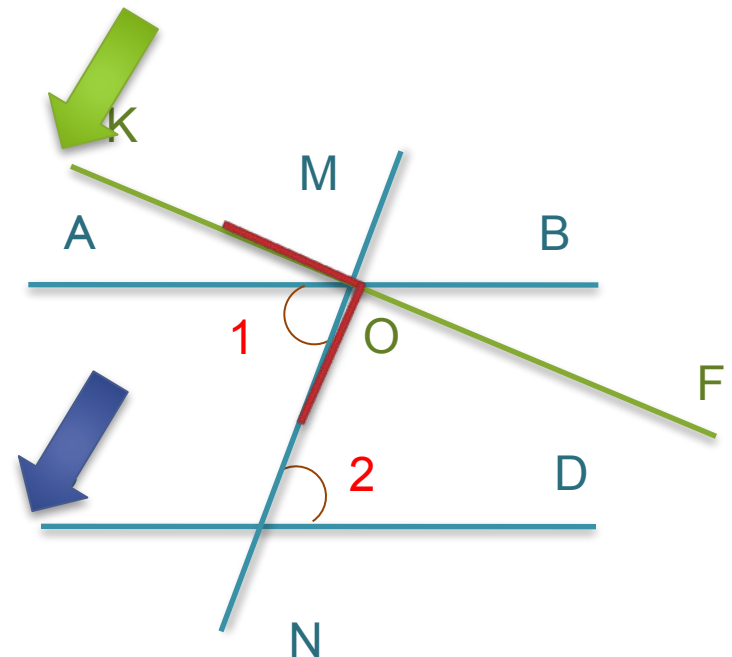
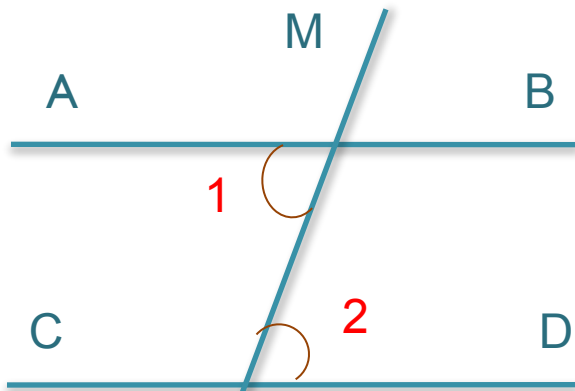
Теорема:

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.



$$\angle 1 = \angle 2$$

Доказательство:



Допустим, что $\angle 1$ и $\angle 2$ не равны. Проведем через точку O прямую KF .

Тогда при точке O можно построить $\angle KON$, накрест лежащий и равный $\angle 2$. Пусть прямые AB и CD параллельны, MN — их секущая.

Докажем, что накрест лежащие углы 1 и 2 равны между собой.

Но если $\angle KON = \angle 2$, то прямая KF будет параллельна CD .

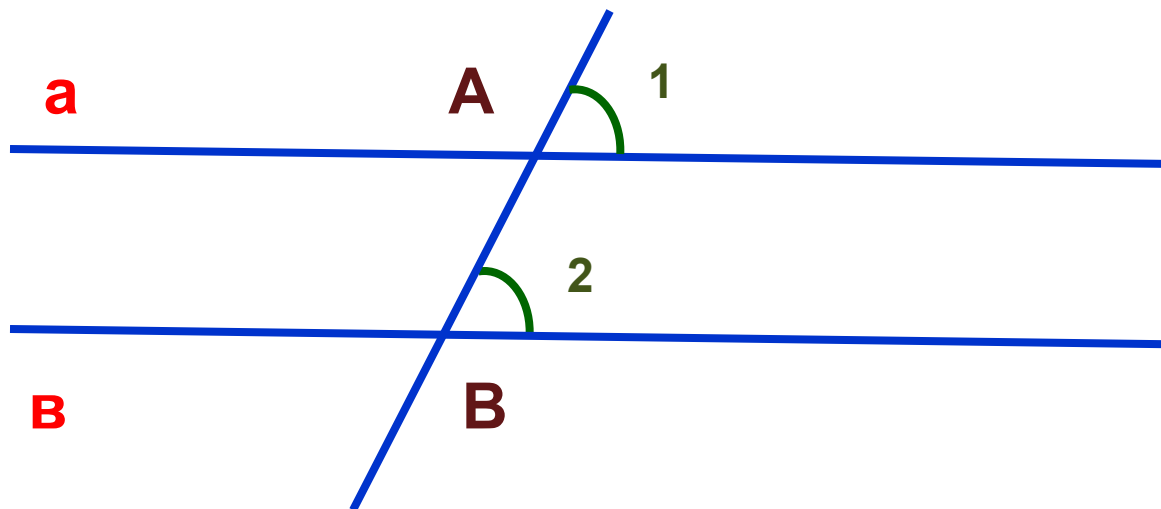
Получили, что через точку O проведены две прямые AB и KF , параллельные прямой CD . Но этого не может быть.

Мы пришли **к противоречию**, потому что допустили, что $\angle 1$ и $\angle 2$ не равны. Следовательно, наше допущение является неправильным и

$\angle 1$ должен быть равен $\angle 2$, т. е. накрест лежащие углы равны.

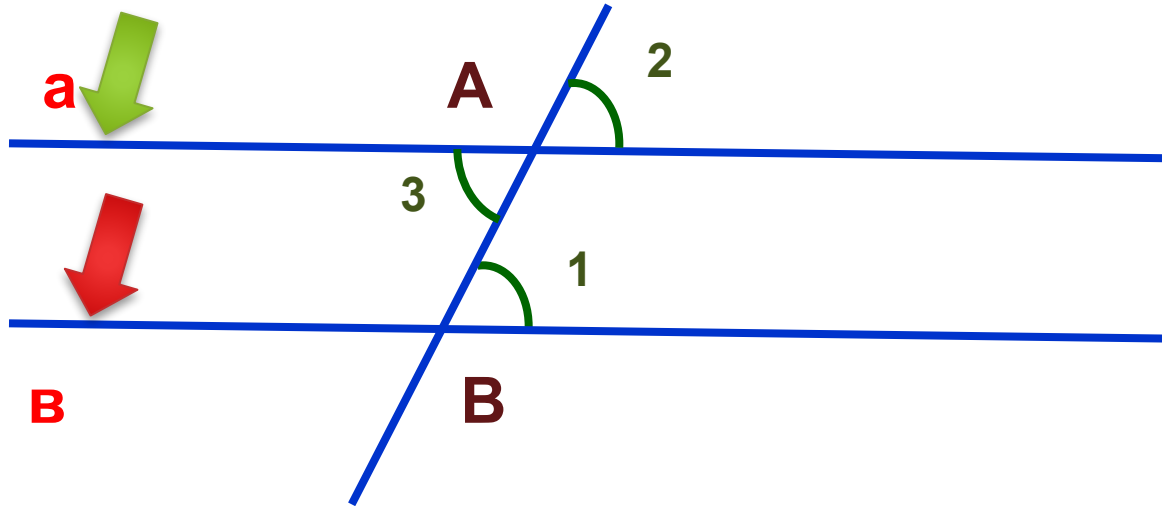
Теорема:

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.



$$\angle 1 = \angle 2$$

Доказательство:



Пусть параллельные прямые **a** и **b** пересечены секущей **AB**, то накрест лежащие $\angle 1$ и $\angle 3$ будут равны.

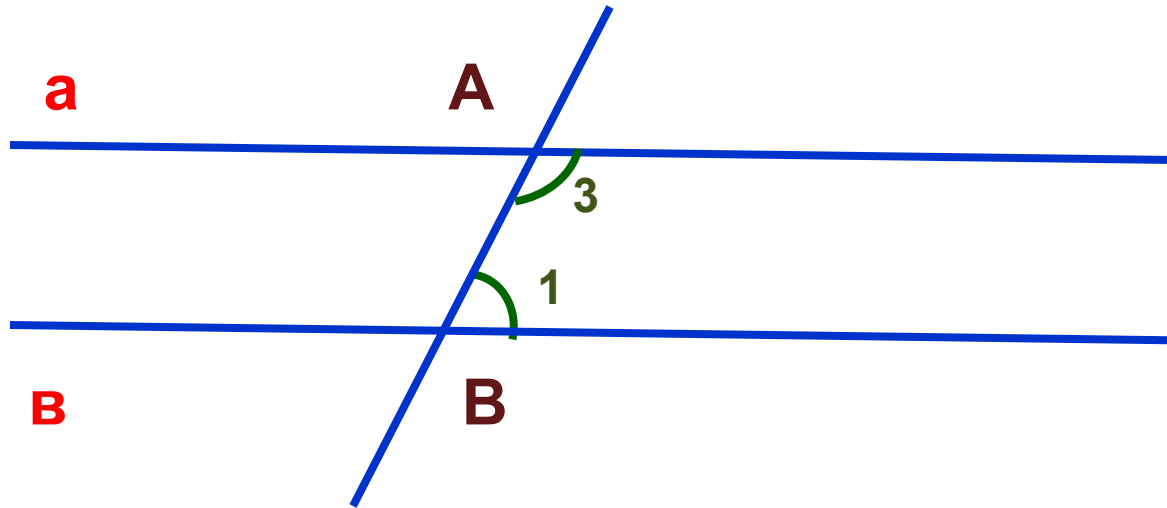
$\angle 2$ и $\angle 3$ равны как вертикальные.

Из равенств $\angle 1 = \angle 3$ и $\angle 2 = \angle 3$ следует, что $\angle 1 = \angle 2$.

Теорема доказана

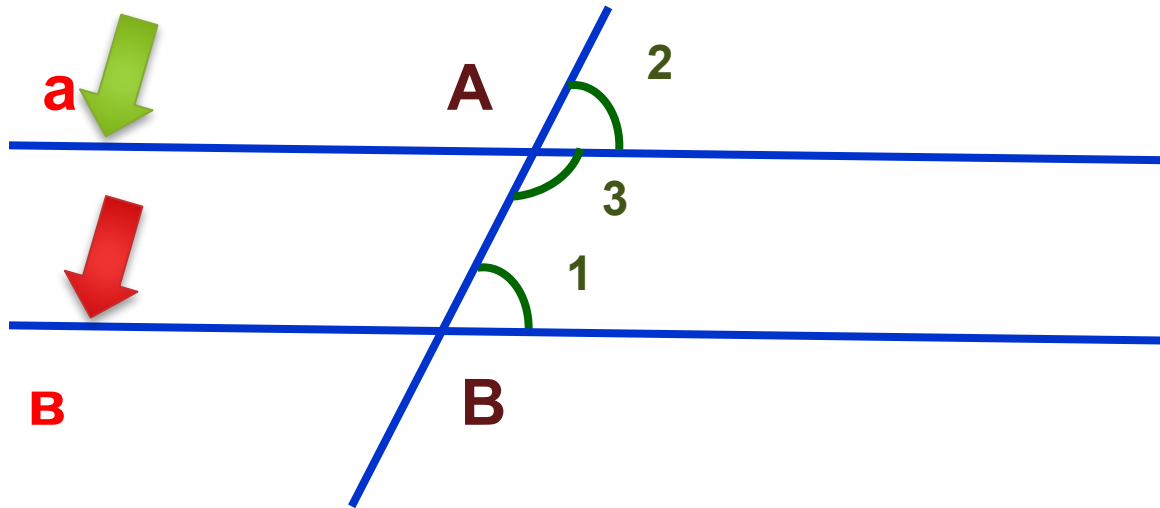
Теорема:

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180° .



$$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$$

Доказательство:



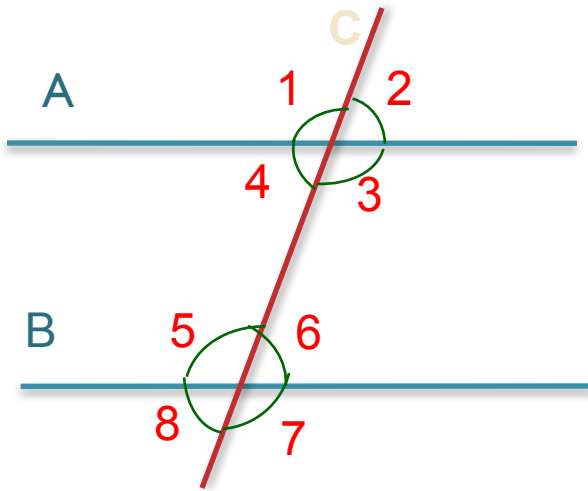
Пусть параллельные прямые **a** и **b** пересечены секущей **AB**,
то соответственные $\angle 1$ и $\angle 2$ будут равны,
 $\angle 2$ и $\angle 3$ – смежные, поэтому $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

Из равенств $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ следует,
что $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$.

Теорема доказана.

Задача №1:

Условие: найдите все углы, образованные при пересечении двух параллельных А и В секущей С, если один из углов на 70° больше другого.



Решение:

1. Пусть X – это $\angle 2$, тогда $\angle 1 = (X+70^\circ)$, т.к. сумма углов 1 и 2 = 180° , в силу того, что они смежные.

Составим уравнение:

$$X + (X+70^\circ) = 180^\circ$$

$$2X = 110^\circ$$

$$X = 55^\circ \text{ (Угол 2)}$$

2. Найдем $\angle 1$.

$$55^\circ + 70^\circ = 125^\circ$$

3. $\angle 1 = \angle 3$, т.к. они вертикальные.

$$\angle 3 = \angle 5, \text{ т.к. они накрест лежащие.}$$

$$\angle 5 = \angle 7, \text{ т.к. они вертикальные.}$$

125°

$$\angle 2 = \angle 4, \text{ т.к. они вертикальные.}$$

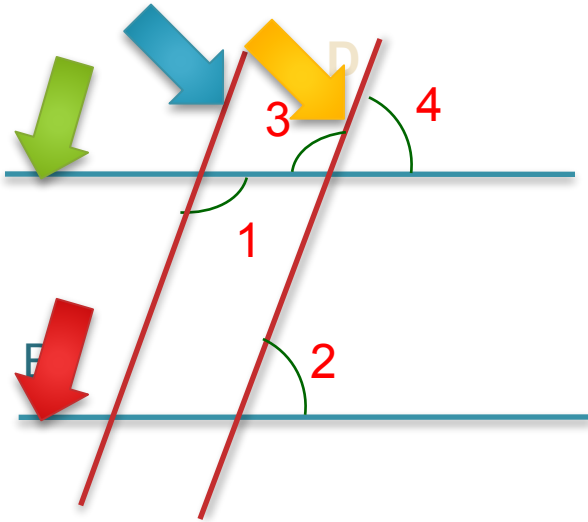
$$\angle 4 = \angle 6, \text{ т.к. они накрест лежащие.}$$

$$\angle 6 = \angle 8, \text{ т.к. они вертикальные.}$$

55°

Задача №2:

Условие: на рисунке прямые $A \parallel B$ и $C \parallel D$, $\angle 4 = 45^\circ$. Найти углы 1, 2, 3.



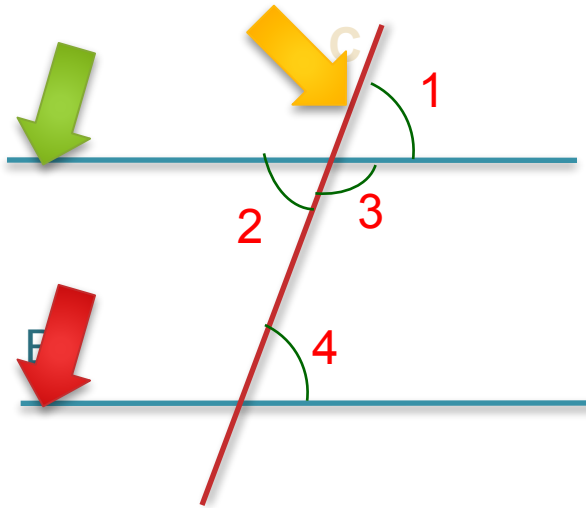
Решение:

1. Т.к. $\angle 4 = 45^\circ$, то $\angle 2 = 45^\circ$, потому что $\angle 2 = \angle 4$ (как соответственные)
2. $\angle 3$ смежен с $\angle 4$, поэтому $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,
и из этого следует, что $\angle 3 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.
3. $\angle 1 = \angle 3$, т.к. они накрест лежащие.
 $\angle 1 = 135^\circ$.

Ответ: $\angle 1 = 135^\circ$; $\angle 2 = 45^\circ$; $\angle 3 = 135^\circ$.

Задача №3:

Условие: две параллельные прямые А и В пересечены секущей С. Найти, чему будут равны $\angle 4$ и $\angle 3$, если $\angle 1=45^\circ$.



Решение:

1. $\angle 1 = \angle 2$, т.к. они вертикальные, значит $\angle 2 = 45^\circ$.
2. $\angle 3$ смежен с $\angle 2$, поэтому $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$,
и из этого следует, что $\angle 3 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.
3. $\angle 4 + \angle 3 = 180^\circ$, т.к. они односторонние.
 $\angle 4 = 45^\circ$.

Ответ: $\angle 4 = 45^\circ$; $\angle 3 = 135^\circ$.