

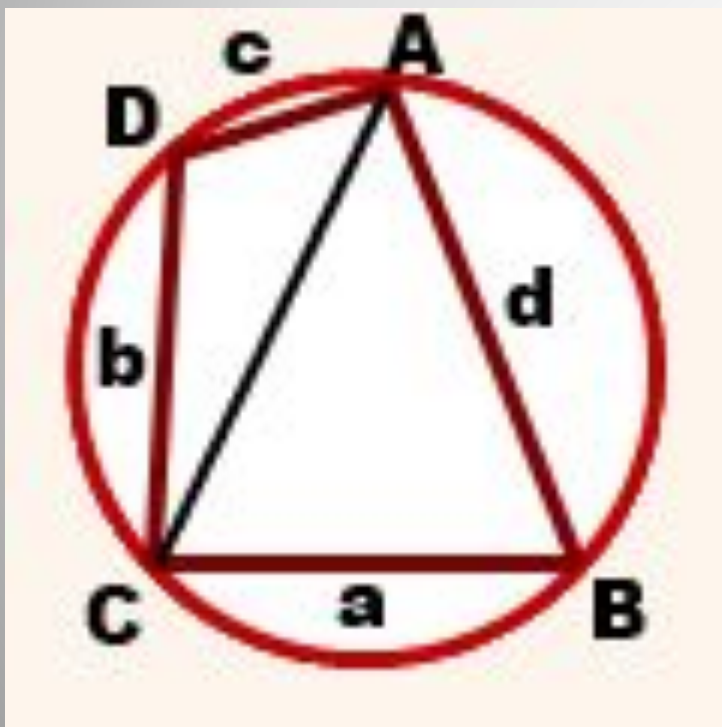
**МБОУ "Ики-Бурульская СОШ им.А.Пюрбеева"**

**Площадь  
вписанного  
четырёхугольника**

**Учитель: Мирзаханов К.Х.**

**Как найти площадь  
вписанного  
четырёхугольника?**

Площадь четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, можно найти как сумму площадей треугольников, например,  $ABC$  и  $ADC$ .



Из треугольника  $ABC$  по [теореме КОСИНУСОВ](#)

Аналогично, из треугольника  $ADC$



Так как четырехугольник ABCD вписан в окружность,

Так как  $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$

$$\cos \angle ADC = \cos(180^\circ - \angle ABC) = -\cos \angle ABC$$

Отсюда,

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 + 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos \angle ABC.$$

Приравниваем правы части равенств для  $AC^2$

$$\begin{aligned} AD^2 + DC^2 + 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos \angle ABC &= \\ &= AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC. \end{aligned}$$



Отсюда

$$2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos \angle ABC + 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = -AB^2 + BC^2 - AD^2 - DC^2,$$

$$2 \cos \angle ABC \cdot (AD \cdot DC + AB \cdot BC) = AB^2 + BC^2 - AD^2 - DC^2$$

$$\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AD^2 - DC^2}{2(AB \cdot BC + AD \cdot DC)}.$$

Найдём синус этого угла, используя  
основное тригонометрическое  
тождество

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

(для  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$   $\sin \alpha > 0$ )

$$\sin \angle ABC = \sqrt{1 - (\cos \angle ABC)^2}$$

И по формуле

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

найдем

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC.$$

Аналогично

$$S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot DC \cdot \sin \angle ADC,$$

$$\sin \angle ADC = \sin \angle ABC$$

(так как их сумма равна  $180^\circ$ ,  
а  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ )

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ADC}.$$



В частных случаях: если в окружность вписан правильный четырёхугольник (то есть квадрат), прямоугольник либо четырёхугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны — решение задачи может быть упрощено.

**Площадь любого  
четырёхугольника, в том  
числе, и вписанного, равна  
половине произведения его  
диагоналей на синус угла  
между ними:**

$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \varphi$$