

Тригонометрические уравнения

Тригонометрические уравнения со сложным аргументом

$$2\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2};$$

$$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$3x - \frac{\pi}{4} = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z;$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{12} + (-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z.$$

$$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0 :$$

$$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -1$$

$$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} ;$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z} .$$

Тригонометрические уравнения, приводимые к квадратным уравнениям

1. Содержат тригонометрическую функцию и ее квадрат
2. Замена тригонометрической функции через u
3. Решение квадратного уравнения
4. Обратная замена
5. Нахождение корней простейших тригонометрических уравнений

- $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

замена $t = \sin x$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$t_1 = -1, \quad t_2 = \frac{1}{2}$$

обратная замена

$$\sin x = -1$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

$$4 \sin 3x + \cos^2 3x = 4;$$

$$4 \sin 3x + 1 - \sin^2 3x - 4 = 0;$$

$$-\sin^2 3x + 4 \sin 3x - 3 = 0;$$

$$\sin^2 3x - 4 \sin 3x + 3 = 0.$$

Пусть $\sin 3x = t, |t| \leq 1;$

$$t^2 - 4t + 3 = 0;$$

$$t_1 = 3,$$

$$t_2 = 1;$$

$$\sin 3x = 1;$$

нет решения

$$3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z.$$

Тригонометрические уравнения, решаемые путем преобразования тригонометрическими формулами

- 1. Формулы суммы и разности**
- 2. Формулы двойного угла**
- 3. Формулы половинного угла**
- 4. Формулы понижения степени**
- 5. Формулы приведения**

Формулы суммы

- $$\begin{aligned} \cos x + \cos 3x &= 0 \\ 2\cos \frac{x+3x}{2} \cdot \cos \frac{x-3x}{2} &= 0 \\ 2\cos 2x \cdot \cos x &= 0 \end{aligned}$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi n,$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2},$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$n, k \in Z$$

Понижение степени

- $$\cos^2\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$$
$$\frac{1 + \cos\left(6x - \frac{\pi}{3}\right)}{2} = \frac{3}{4}$$
$$1 + \cos\left(6x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$$
$$\cos\left(6x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$
$$6x - \frac{\pi}{3} = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$
$$6x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$
$$x = \pm \frac{\pi}{36} + \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$$

Разложение на множители

$$\operatorname{tg}^2 x - 3 = 0;$$

$$(\operatorname{tg} x - \sqrt{3})(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3};$$

$$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3};$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Формулы двойного угла

$$\sin 2t + \sin t = 0$$

$$2\sin t \cos t + \sin t = 0$$

$$\sin t(2\cos t + 1) = 0:$$

$$\sin t = 0 \quad \text{или} \quad \cos t = -\frac{1}{2}.$$

$$t = \pi n,$$

$$t = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Разложение на множители

$$2 \cos^2 \frac{x}{2} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2} = 0;$$

$$\cos \frac{x}{2} \left(2 \cos \frac{x}{2} + \sqrt{3} \right) = 0;$$

$$\cos \frac{x}{2} = 0; \quad \text{или} \quad 2 \cos \frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0;$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n,$$

$$x = \pi + 2\pi n,$$

$$\cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\frac{x}{2} = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{3} + 4\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Однородные тригонометрические уравнения

- A) 1 степени
($\sin x, \cos x$)

B) 2 степени
($\sin^2 x, \sin x \cos x, \cos^2 x$)

Однородные тригонометрические уравнения

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0;$$

$$\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3};$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Однородные тригонометрические уравнения

$$3\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0;$$

$$3\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 2 = 0, \quad \operatorname{tg} x = t;$$

$$3t^2 + t - 2 = 0;$$

$$t_1 = \frac{2}{3},$$

$$t_2 = -1;$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{2}{3}$$

$$\operatorname{tg} x = -1;$$

$$x = \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

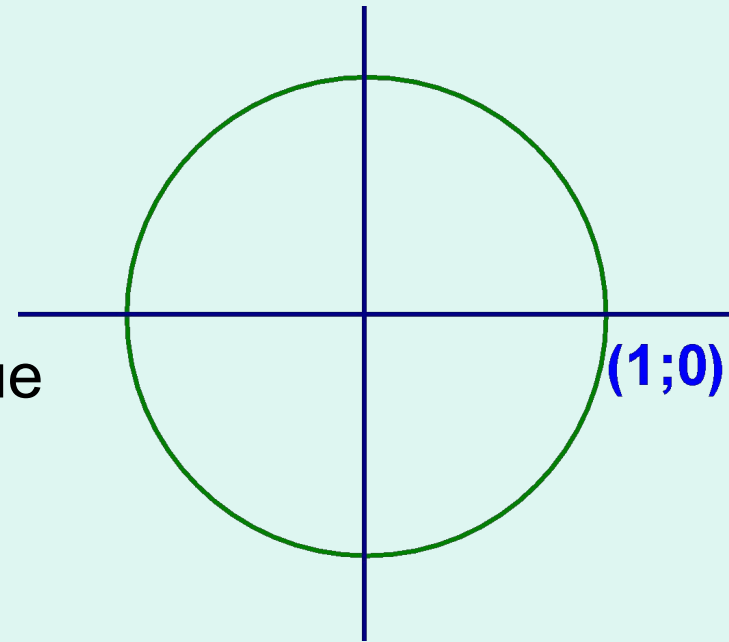
$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Решение простейших уравнений

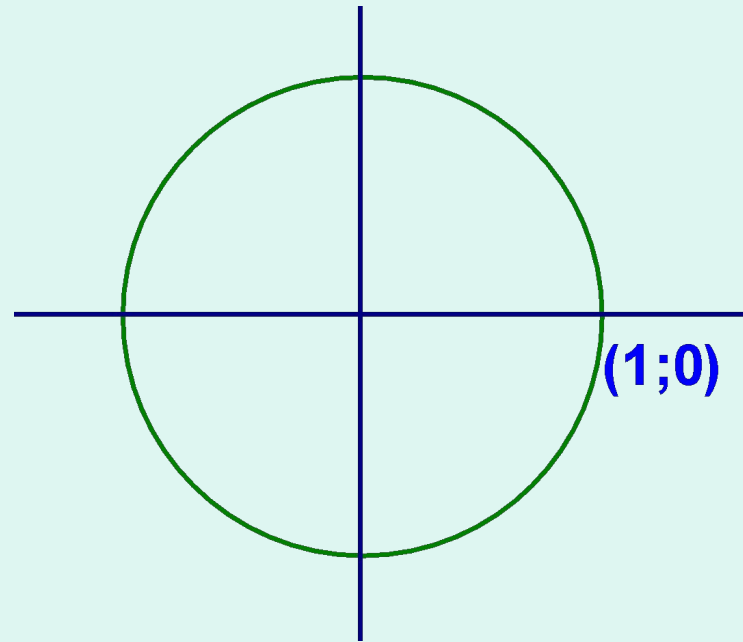
Решим
уравнение

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

Уравнение однородное,
так как степени слагаемых,
содержащих переменные одинаковые



$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

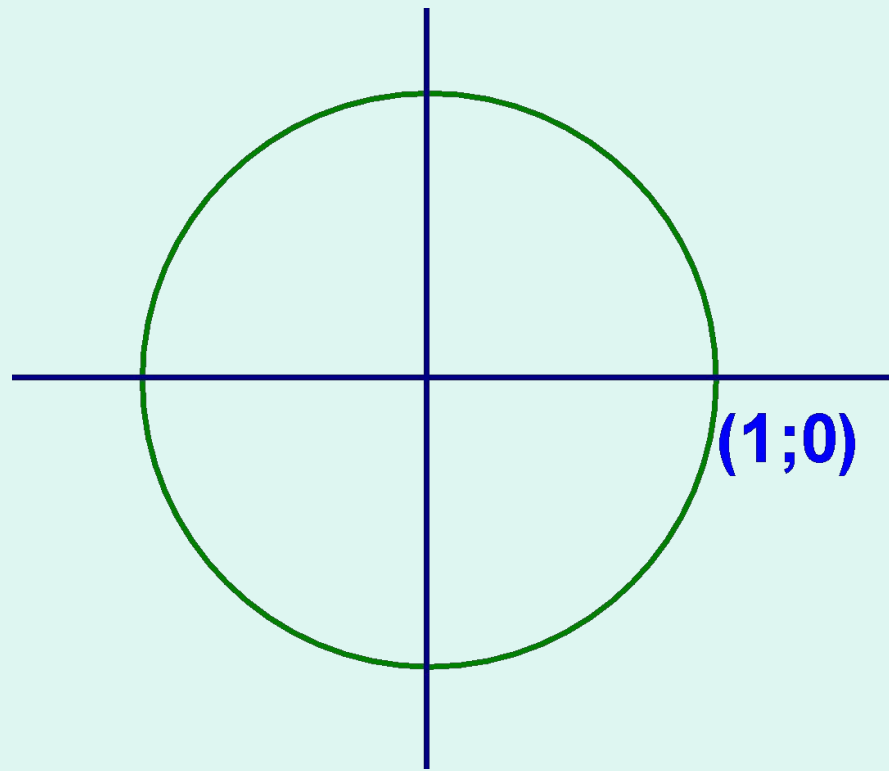


$$\cos^2(\pi - x) - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$$

Решим

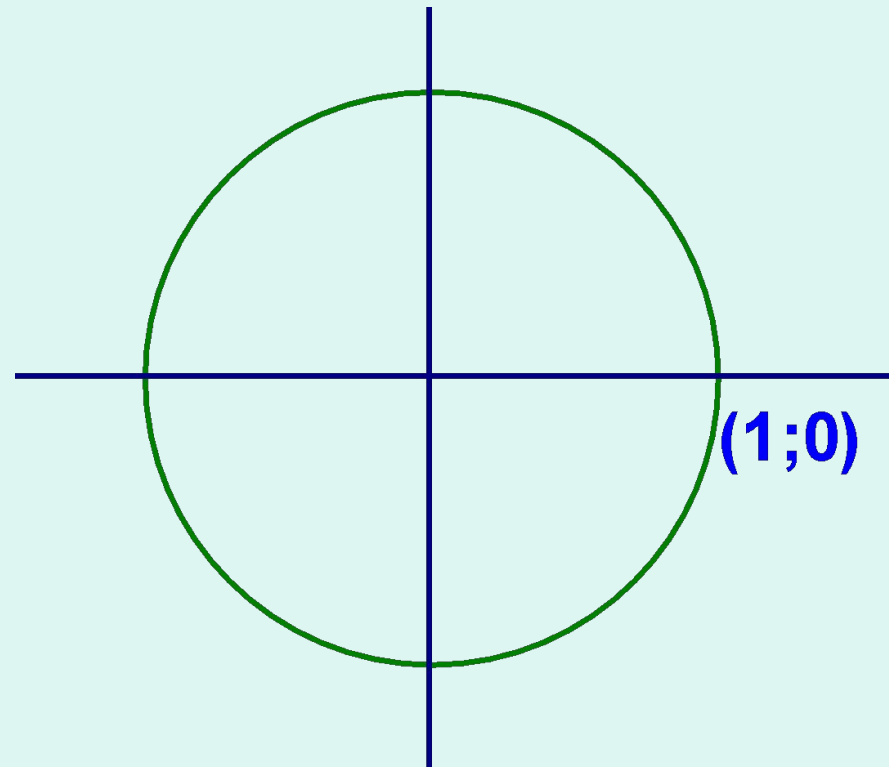
уравнение

$$2\cos^2 x + \sin^2 x - 3\sin x \cos x = 0$$

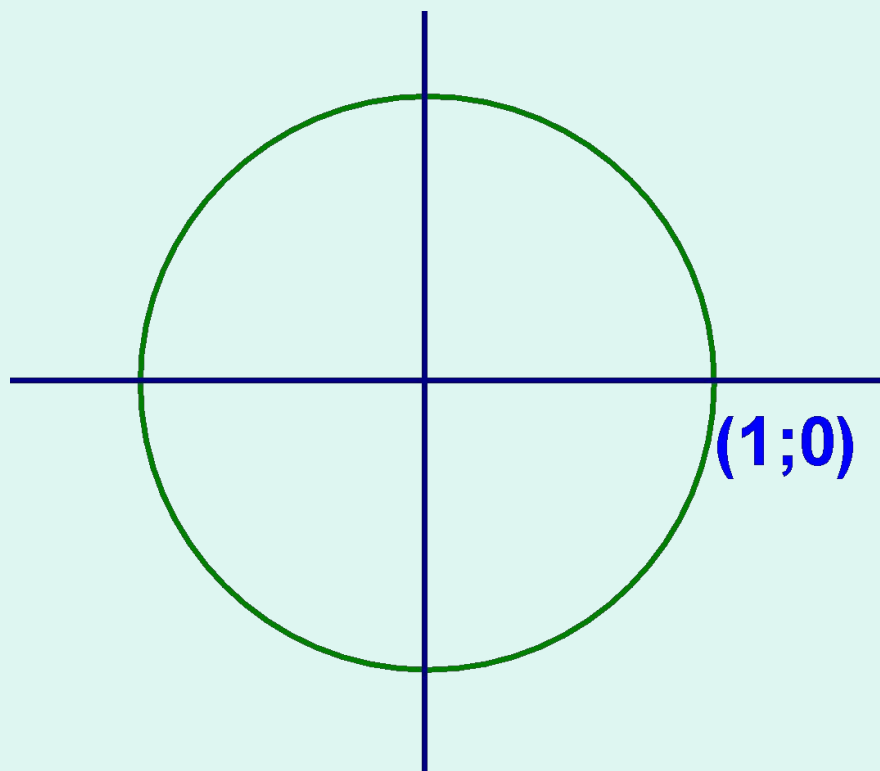


Решим
уравнение

$$2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 3 \sin(1,5\pi + x)$$



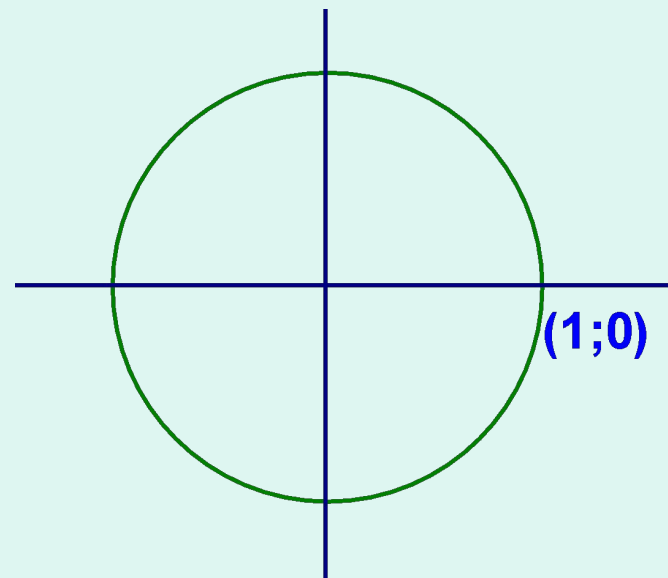
Решим
уравнение
$$\frac{\cos 2x}{1 + \operatorname{tg} x} = 0$$



Решим

неравенство

$$2 \sin x + \sqrt{3} \geq 0$$



ДЗ 1 П 7 № 2.1, 4.1, 5.4, , 5.7 П 8 №1.2, 1.3, 2.1, 2.4, 4.4

Тренинг - Шестаков

.Известно, что уравнение $ax^5 + bx^4 + c = 0$

имеет ровно три действительных корня.

Сколько корней может иметь уравнение $cx^5 + bx^4 + a = 0$?