Тригонометрические уравнения

Тригонометрические уравнения со сложным аргументом

$$2\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2};$$

$$\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$3x-\frac{\pi}{4}=(-1)^{n+1}\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z;$$

$$3x=\frac{\pi}{4}+(-1)^{n+1}\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z;$$

$$x=\frac{\pi}{12}+(-1)^{n+1}\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{3},\ n\in Z.$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)+1=0;$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=-1$$

$$\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$$

$$\frac{x}{2}=\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$$

$$\frac{x}{2}=-\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z;$$

$$x=-\frac{2\pi}{3}+4\pi n, n\in Z.$$

Тригонометрические уравнения, приводимые к квадратным уравнениям

1. Содержат тригонометрическую функцию и ее квадрат
2. Замена тригонометрической функции через *u*
3. Решение квадратного уравнения
4. Обратная замена
5. Нахождение корней простейших тригонометрических уравнений

- $$2sin^2x + \sin x - 1 = 0$$

замена $t = sinx$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$t_1 = -1, \qquad t_2 = \frac{1}{2}$$

обратная замена

$$sinx = -1 \qquad sinx = \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \qquad x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,$$

$$n \in Z$$

$$4\sin 3x + \cos^2 3x = 4;$$

$$4\sin 3x + 1 - \sin^2 3x - 4 = 0;$$

$$-\sin^2 3x + 4\sin 3x - 3 = 0;$$

$$\sin^2 3x - 4\sin 3x + 3 = 0.$$

Пусть $\sin 3x = t, |t| \le 1$;

$$t^2 - 4t + 3 = 0;$$

$t_1 = 3$, $t_2 = 1$;

нет решения

$$\sin 3x = 1;$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z.$$

Тригонометрические уравнения, решаемые путем преобразования тригонометрическими формулами

1. Формулы суммы и разности
2. Формулы двойного угла
3. Формулы половинного угла
4. Формулы понижения степени
5. Формулы приведения

Формулы суммы

- $$cos x + cos 3x = 0$$
$$2cos\frac{x+3x}{2}\cdot cos\frac{x-3x}{2} = 0$$
$$2cos 2x \cdot cos x = 0$$

$$cos 2x = 0 \qquad\qquad cos x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \qquad\qquad x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2},$$

$$n, k \in Z$$

Понижение степени

- $$\cos^2\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$$
$$\frac{1+\cos\left(6x-\frac{\pi}{3}\right)}{2}=\frac{3}{4}$$
$$1+\cos\left(6x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{2}$$
$$\cos\left(6x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$$
$$6x-\frac{\pi}{3}=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n$$
$$6x=\pm\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}+2\pi n$$
$$x=\pm\frac{\pi}{36}+\frac{\pi}{18}+\frac{\pi n}{3},\ n\in Z$$

Разложение на множители

$$\operatorname{tg}^2 x - 3 = 0;$$

$$(\operatorname{tg}x - \sqrt{3})(\operatorname{tg}x + \sqrt{3}) = 0;$$

$$\operatorname{tg}x = \sqrt{3}; \qquad \operatorname{tg}x = -\sqrt{3};$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z; \qquad x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z.$$

Формулы двойного угла

sin2t+sint=0

2sintcost+sint=0

$\sin t(2\cos t + 1) = 0;$

$\sin t = 0$ или $\cos t = -\frac{1}{2}.$

$t = \pi n,$

$t = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in z.$

Разложение на множители

$$2\cos^2\frac{x}{2}+\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}=0;$$

$$\cos\frac{x}{2}\left(2\cos\frac{x}{2}+\sqrt{3}\right)=0;$$

$$\cos\frac{x}{2}=0;$$

или

$$2\cos\frac{x}{2}+\sqrt{3}=0;$$

$$\frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi n,$$

$$x=\pi+2\pi n,$$

$$\cos\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\frac{x}{2}=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z;$$

$$x=\pm\frac{5\pi}{3}+4\pi n,\ n\in Z.$$

Однородные тригонометрические уравнения

- А) 1 степени

  $(\sin x, \cos x)$

  В) 2 степени

  $(sin^2 x, \ \ sin\, x\, cos\, x, \ \ cos^2 x)$

Однородные тригонометрические уравнения

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0 ;$$

$$\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0 ;$$

$$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3} ;$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n , \quad n \in Z.$$

Однородные тригонометрические уравнения

$$3\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0;$$

$$3\mathrm{tg}^2 x + \mathrm{tg} x - 2 = 0, \qquad \mathrm{tg}\, x = t;$$

$$3t^2 + t - 2 = 0;$$

$$t_1 = \frac{2}{3}, \qquad t_2 = -1;$$

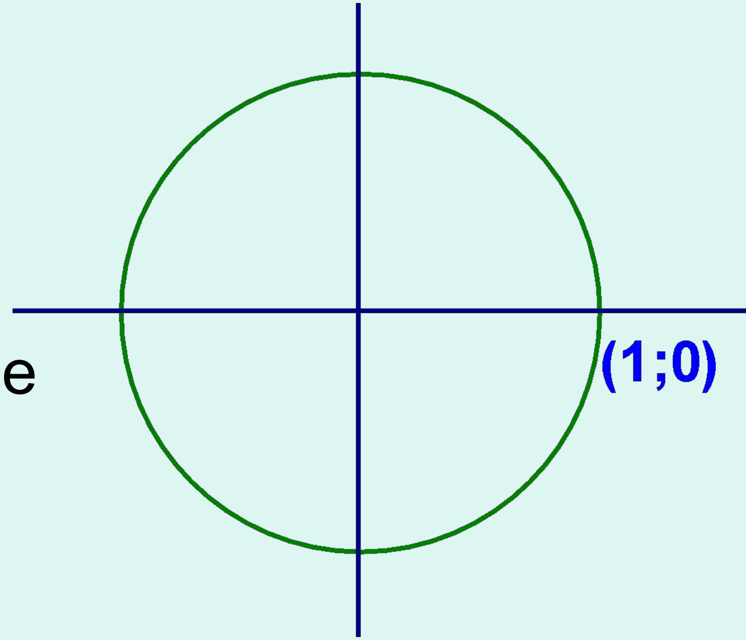
$$\mathrm{tg} x = \frac{2}{3} \qquad \mathrm{tg} x = -1;$$

$$x = \mathrm{arctg}\frac{2}{3} + \pi n,\ n \in Z; \qquad x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z.$$

Решение простейших уравнений

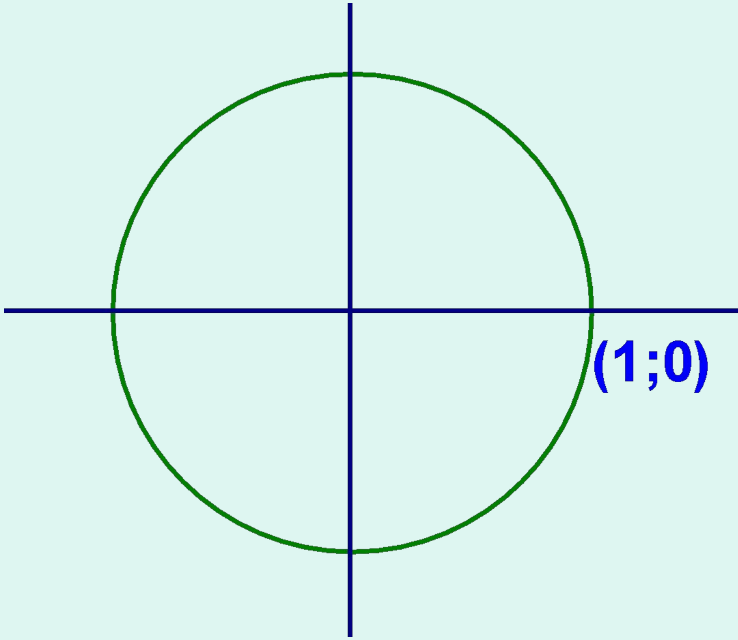
Решим
уравнение

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=0$$



Уравнение однородное,
так как степени слагаемых,
содержащих переменные одинаковые

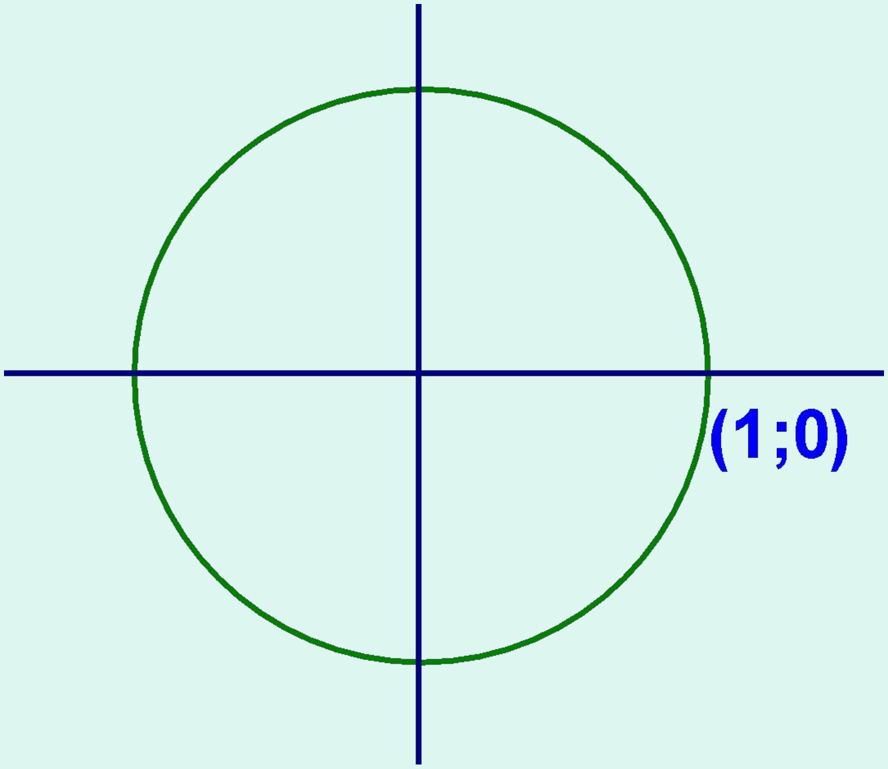
$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=0$$



$$\cos^2(\pi - x) - \frac{1}{2}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$$

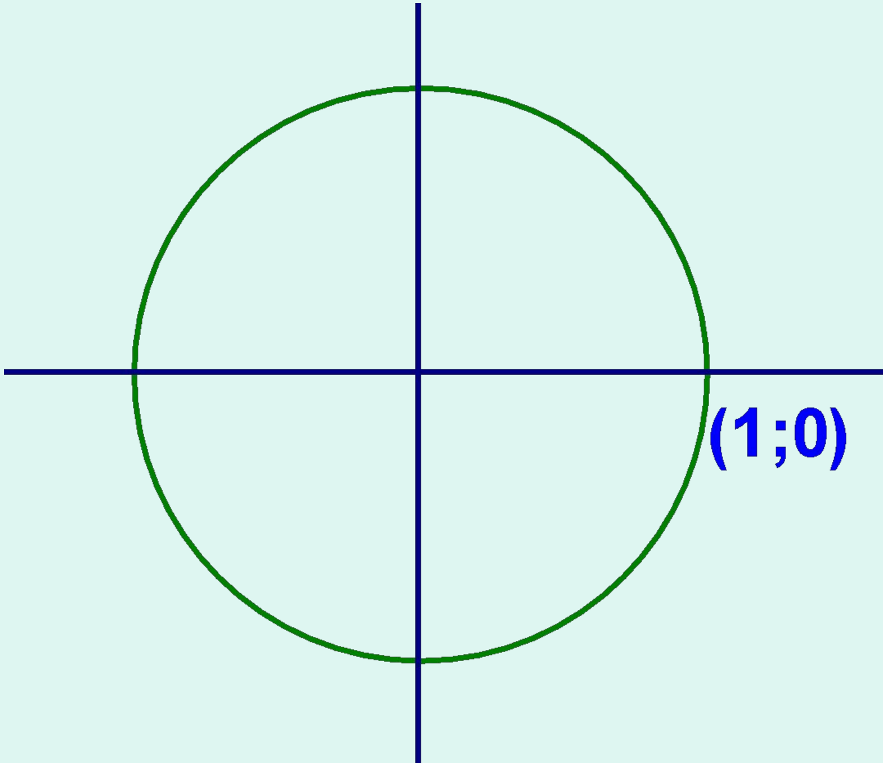
Решим уравнение

$$2cos^2 x + \sin^2 x - 3\sin x \cos x = 0$$



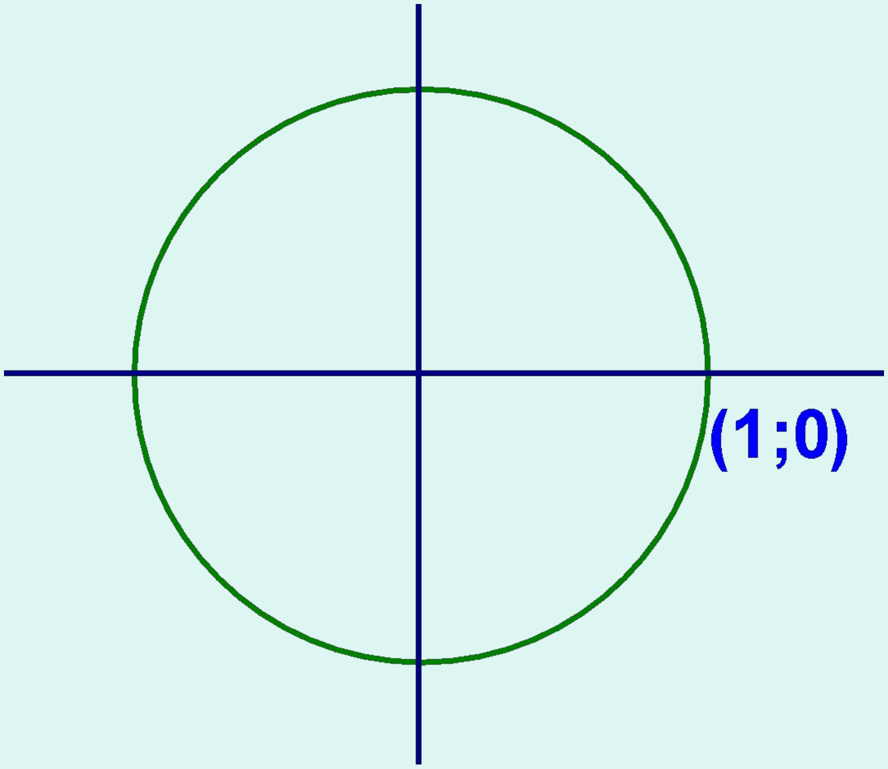
Решим уравнение

$$2\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=3\sin(1{,}5\pi+x)$$



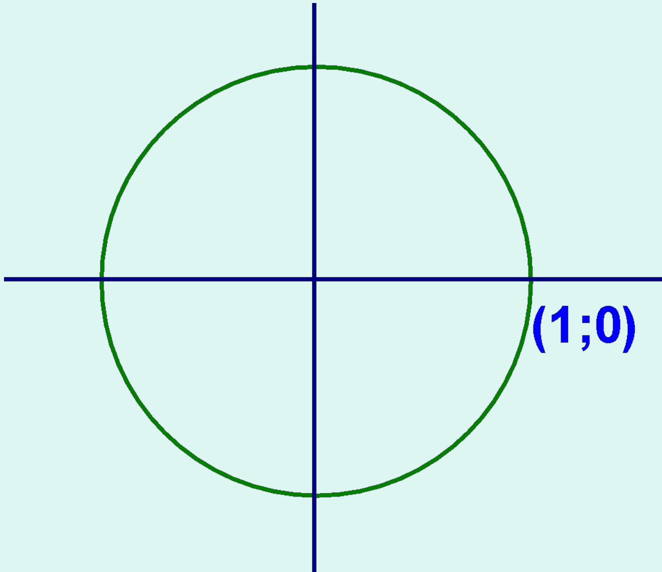
Решим уравнение

$$\frac{\cos 2x}{1 + tgx} = 0$$



Решим неравенство

$$2\sin x + \sqrt{3} \geq 0$$



ДЗ 1   П 7 № 2.1, 4.1, 5.4, , 5.7 П 8 №1.2, 1.3, 2.1, 2.4, 4.4
Тренинг - Шестаков
.Известно, что уравнение $ax^5 + bx^4 + c = 0$
имеет ровно три действительных корня.
Сколько корней может иметь уравнение $cx^5 + bx^4 + a = 0$?