

*

Тема №19

Применение Pascal в МС и ТВ



**«Генерация случайных
чисел слишком важна,
чтобы оставлять её на волю
случая»**
Роберт Кавью

Pascal



I. Случайные числа на компьютере

Случайные числа –

Последовательность чисел, в которой невозможно предсказать следующее число, даже зная все предыдущие

Способы получения:

- Бросание игрального кубика
- Измерение естественного шумового сигнала (радишум или из космоса)

Выход:

Псевдослучайные числа («как бы случайные») – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Алгоритмы получения псевдослучайных чисел

- **Метод середины квадрата** (Дж. фон Нейман, 1946 г.)
- **Метод середины произведения**
- **Мультипликативный метод (Линейный конгруэнтный генератор,**
Д.Г. Лемер, 1949 г.)



- Дорогая установка аппаратуры
- Невозможность повторения эксперимента

Метод середины квадрата (Дж. фон Нейман, 1946 г.)

зерно

564321

в квадрате

318 45819 041

1

209 93899 481



малый период

(последовательность повторяется через 10^6 чисел)

Линейный конгруэнтный генератор

(Д.Г. Лемер, 1949 г.)

Входит в стандартные библиотеки

языков программирования

$a=134775813, c=1, m=2^{32}$



Джон фон Нейман
(1903 — 1957)

- Квантовая физика
- Квантовая логика
- Функциональный анализ
- Теория множеств
- Информатика
- Экономика

Формула для генерации целых чисел $[0, m)$:

$$X_{i+1} = (a \cdot X_i + c) \bmod m$$

X_{i+1}, X_i – псевдослучайные числа

a, c, m – целые числа

Случайные вещественные числа $[0, 1]$ $= \left\{ (\pi + x_{i-1})^k \right\}$

дробная часть

числа

Получение случайных чисел в Pascal

- **randomize**

- процедура инициализации датчика случайных чисел
(задает начальное значение)

Тип	Формат	Промежуток	Выражение, содержащее функцию random
Целое	Положительное	[a, b)	a + random(b - a)
	Отрицательное	[a, b)	-(a + random(b - a))
	Положительное или отрицательное	[a, b)	(a + random(b - a)) - (a + random(b - a))
Вещественное	Положительное	[0, 1)	random
		[0, b)	random + random(b)
		[k, k+1)	k + random
		[a, b)	a + (b - a)*random
	Положительное или отрицательное	[a, b)	(a + (b - a)*random) - (a + (b - a)*random)

II. Моделирование случайных экспериментов

Задача 1.

Смоделировать 50 бросаний игрального кубика. Рассчитать частоты выпадения очков на гранях кубика

```
program z1;  
const N=50; {Количество испытаний}  
var i,r: integer;  
    F: array[1..6] of integer; {Массив частот}  
begin  
  randomize;  
  for i:=1 to N do begin  
    r:=random(6)+1; {Получение очередного исхода}  
    write(r);  
    inc(F[r]); {Подсчет частоты}  
  end;  
  writeln;  
  for i:=1 to 6 do  
    writeln(i:2,F[i]:6,F[i]/N:8:3);  
  readln;  
end.
```



```
36243452321346623114312431124255565616241221265226  
1      9      0.180  
2     13     0.260  
3      7      0.140  
4      7      0.140  
5      6      0.120  
6      8      0.160
```

Задача 2. (Задача Эйлера)

Три человека пришли в ресторан в одинаковых шляпах, сдали их в гардероб, а уходя, надели их наугад. Найдите вероятность события $V = \{\text{все надели чужие шляпы}\}$ с помощью статистического эксперимента.

Решение:

У опыта 6 возможных исходов (перестановки из 3-ёх элементов)

1	2	3
1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

$$n = 6$$

$$m = 2$$

\Rightarrow

$$P(V) = 1/3$$

Ответ: 1/3

Моделирование позволит нам исследовать и общий случай, когда в описанной ситуации участвует N человек.



Л. Эйлер (1707 — 1783)

- Математический анализ
- Дифференциальная геометрия
- Теория чисел
- Астрономия
- Математическая физика
- Оптика
- Баллистика
- Кораблестроение
- Теория музыки



Задача 2. (Задача Эйлера)

Три человека пришли в ресторан в одинаковых шляпах, сдали их в гардероб, а уходя, надели их наугад. Найдите вероятность события **V={все надели чужие шляпы}** с помощью статистического эксперимента.

Идея программируемого решения:

Нужно получить три случайных числа от 1 до 3, причем все они должны быть различны. То есть получить

N \ k	3	10	100
100	0,34000	0,31000	0,29000
1 000	0,34400	0,36300	0,35500
10 000	0,33740	0,37480	0,36680
100 000	0,33352	0,36839	0,36744
1 000 000	0,33344	0,36715	0,36804

```
program z2;
const k=3; {Количество человек}
var N,i,F: longint;
j,r,x,Count: integer;
    H: array[1..k] of integer;
begin randomize;
{Задаем число испытаний}
write('N='); readln(N);
F:=0;
for i:=1 to N do begin
{Генерация случайной перестановки из k чисел}
    for j:=1 to k do H[j]:=j;
    for j:=k downto 1 do begin
        r:=random(j)+1;
        x:=H[j]; H[j]:=H[r]; H[r]:=x;
    end;
{Сколько шляп надето на свои головы?}
    Count:=0;
    for j:=1 to k do
        if H[j]=j then inc(Count); {Подсчет частоты}
    if Count=0 then
        writeln(F/N:7:5);
    readln;
end.
```



К чему стремится вероятность события **V** с увеличением количества людей? $\frac{1}{e}$

III. Вычисление числа π . Метод Монте-Карло

Метод Монте-Карло

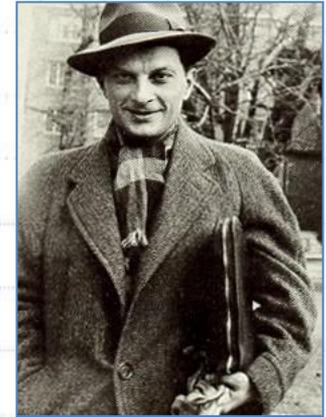
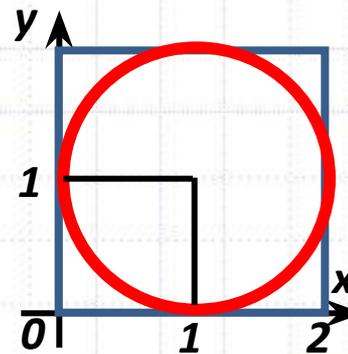
— метод основанный на моделировании случайных величин.

*Систематически изложили в 1949 г.,
Метрополис и Улам*

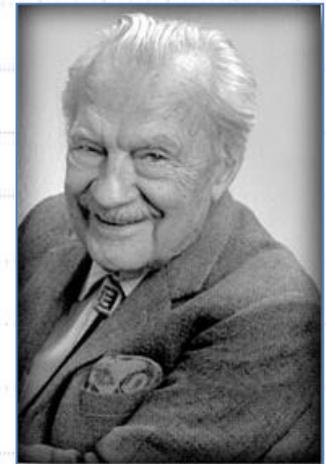
Для вычисления π используем формулу $S_{кр} = \pi \cdot R^2$

Применение метода Монете-Карло:

- 1) Рассмотрим круг $R=1$, с центром в точке $(1, 1)$
- 2) Круг вписан в квадрат, $S_{кв} = 2 \times 2 = 4$
- 3) Выберем внутри квадрата N **случайных точек** (зададим их координаты: числа x и y)
- 4) Обозначим $N_{кр}$ - число точек, попавших при этом внутрь круга
- 5) Точка принадлежит квадрату, если:
 $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$
- 6) Точка попадает в круг, если: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$



С. Улам
(1909 – 1984)

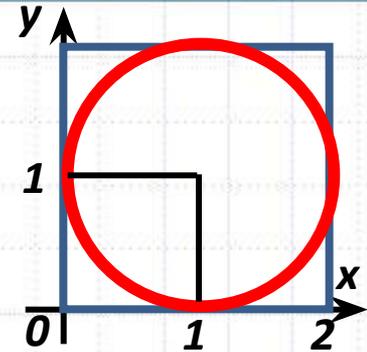


**Н.К.
Метрополис**
(1915 – 1999)

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

π

$$\frac{S_{\text{круга}}}{S_{\text{квадрата}}} = \frac{N_{\text{круга}}}{N} \Rightarrow S_{\text{круга}} = \frac{S_{\text{квадрата}} \cdot N_{\text{круга}}}{N}$$



$$\Rightarrow \pi = 4 \cdot \frac{N_{\text{круга}}}{N}$$

```

program z3;
var i, n, n1: longint;
    x, y, p: real;
begin randomize;
write('n='); readln(n);
for i:=1 to n do begin
  x:=2*random; y:=2*random;
  if sqr(x-1)+sqr(y-1)<=1 then n1:=n1+1;
end;
p:=4*n1/n;
writeln('pi=',p:15:11);
readln;
end.

```

N	Результат
50	2,8000000000
50	3,2800000000
50	3,2800000000
600	3,1400000000
600	3,1266666667
600	3,2333333333
2500	3,1408000000
2500	3,1008000000
2500	3,0784000000
5000	3,1184000000
5000	3,1280000000
5000	3,1656000000
10000	3,1404000000
1000000	3,1440640000
1000000000	3,1440640000

IV. Статистические характеристики

Задача 4.

Написать программу для нахождения статистических характеристик (среднее арифметическое, размах, мода, медиана) выборки. Исходные данные должны считываться из файла `input.txt`.

Выходные данные должны записываться в файл `output.txt`.

input.txt

```
21 18.5 25.3 18.5 17.9
```

output.txt

```
|srednee znachenie: 20.2400  
razmah: 7.4000  
mediana: 18.5000  
moda[1]: 18.5000
```

*

Домашнее задание

1. Конспект
2. «19_[ДЗ]Применение Pascal в MS и ТВ.doc»

