

Логарифмическая функция, её свойства и график





Устная работа

Вычисли

$$\log_9 81 =$$

$$\log_4 16 =$$

$$\log_{0.2} 5 =$$

$$\log_9 1 =$$

$$\log_9 9 =$$

$$\log_{0.3} 0.0081 =$$

$$\log_9 81 =$$

$$2^{\log_2 18} =$$

$$3^{\log_9 25} =$$

$$8^{\log_2 5} =$$

$$0.5^{\log_1 16} =$$



Определение.

Логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называют показатель степени, в которую нужно возвести число a , чтобы получить число b .

$$\text{Log}_a b = c, \quad a > 0, \quad b > 0, \quad a \neq 1$$

$$a^c = b$$

$$\log_a a^c = c \quad a^{\log_a c} = c \quad \log_a 1 = 0$$

Теорема об обратных фун.



Если функция $f(x)$ определена и
монотонна на некотором промежутке X ,
причем $D(f)=X$,
 $E(f)=Y$, то

существует обратная ей функция $g(x)$,
определенная на Y , т.е. $D(g)=Y$
 $E(g)=X$,

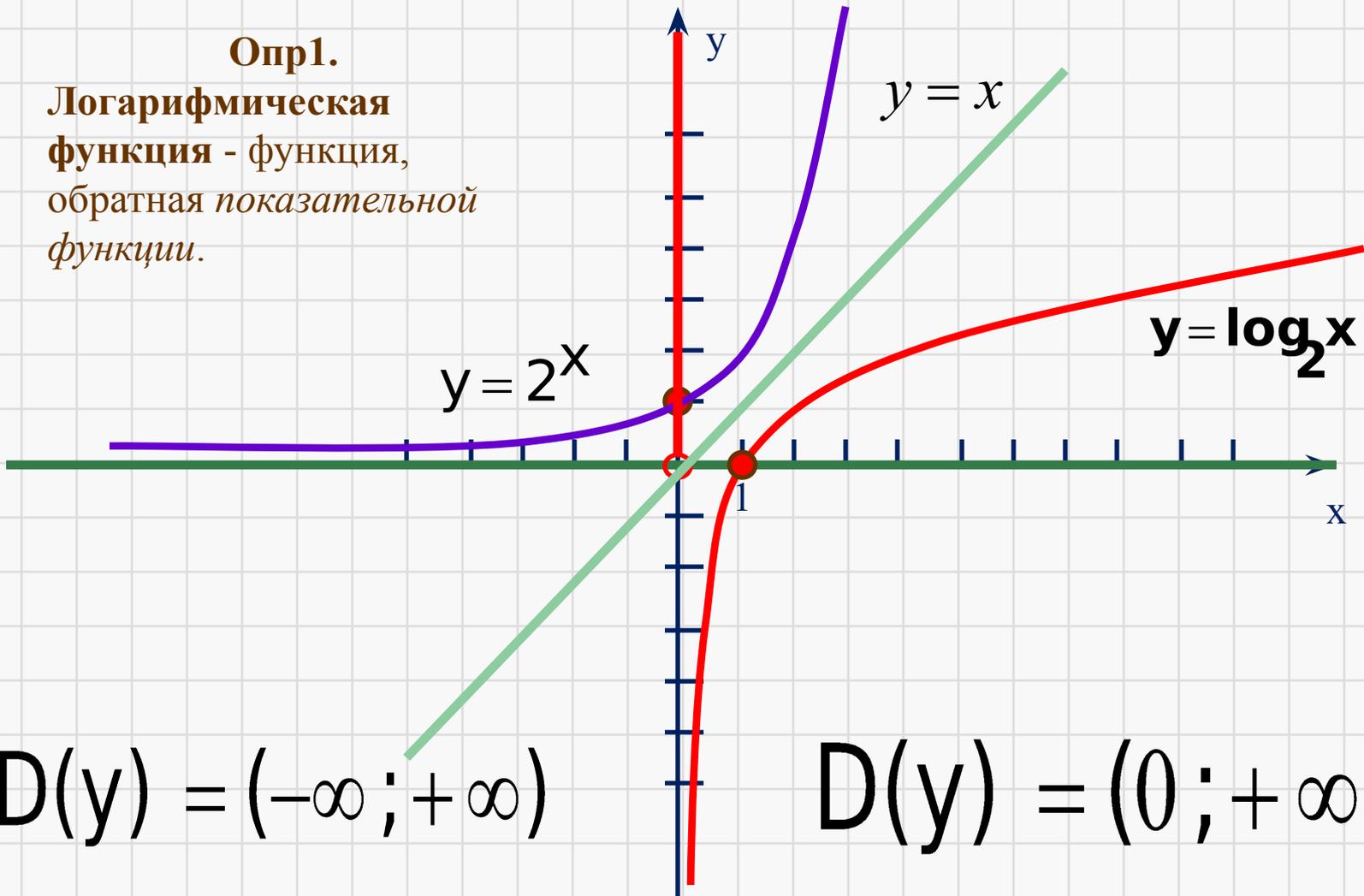
причем, монотонность сохраняется.

Графики взаимнообратных функций
симметричны относительно прямой $y=x$

Построим график функции $y=2^x$

Опр1.

Логарифмическая функция - функция, обратная *показательной* функции.



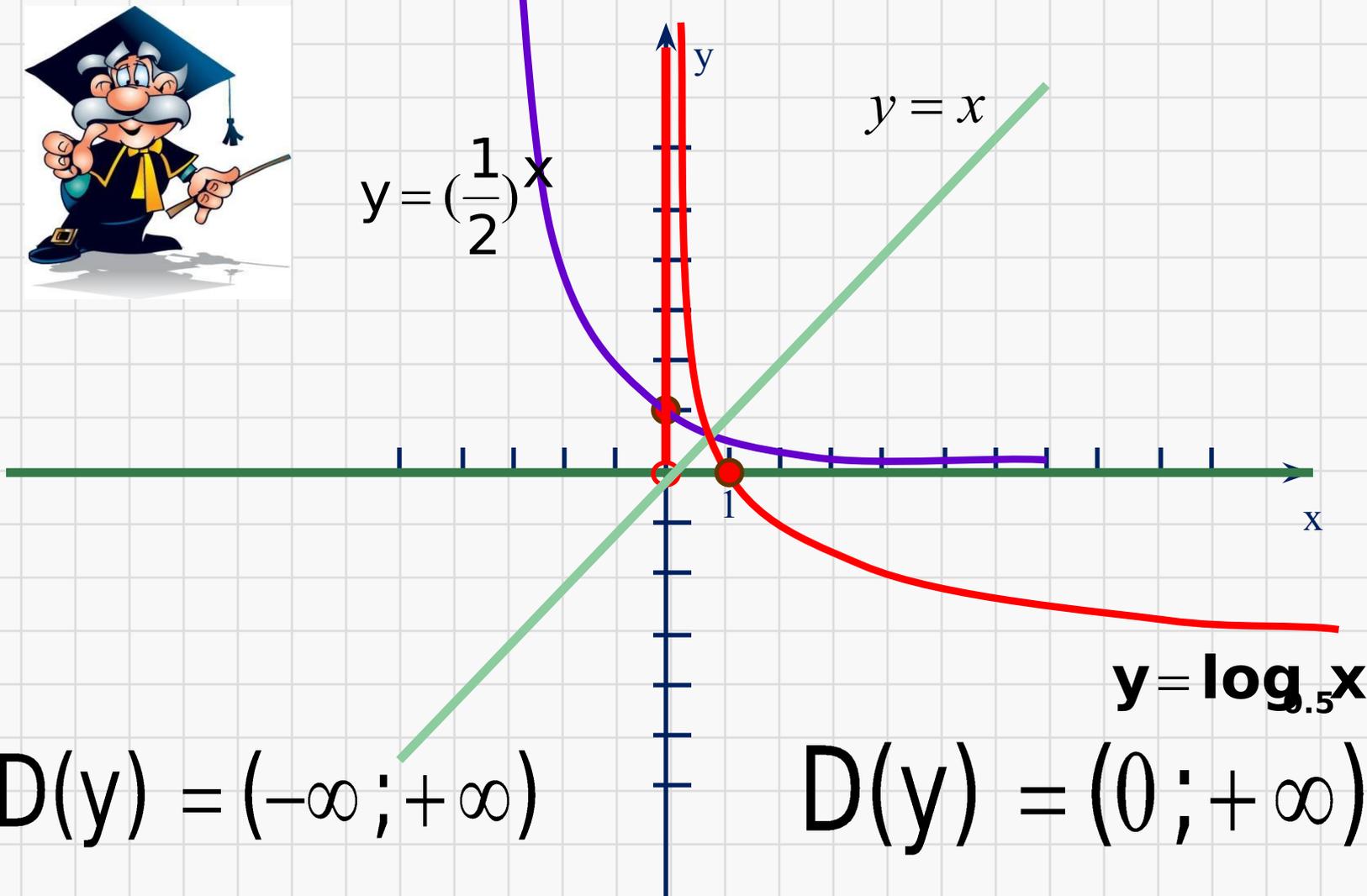
$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(y) = (0; +\infty)$$

$$D(y) = (0; +\infty)$$

$$E(y) = (-\infty; +\infty)$$

Построим график функции $y=(0.5)^x$



$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$y = x$$

$$y = \log_{0.5}x$$

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$D(y) = (0; +\infty)$$

$$E(y) = (0; +\infty)$$

$$E(y) = (-\infty; +\infty)$$





Функция вида $y = \log_a x$
(где $a > 0$, $a \neq 1$) называется
логарифмической.

1) $D(y): (0; +\infty)$

Это следует из определения
логарифма, так как
выражение $\log_a x$ имеет смысл
только при $x > 0$.



Постройте графики функций:

$$y = \log_2 x$$

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-2	-1	0	1	2	3

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	2	1	0	-1	-2	-3



Проверка:

График
логарифмичес
кой
функции
называют
логарифмичес
кой
кривой.

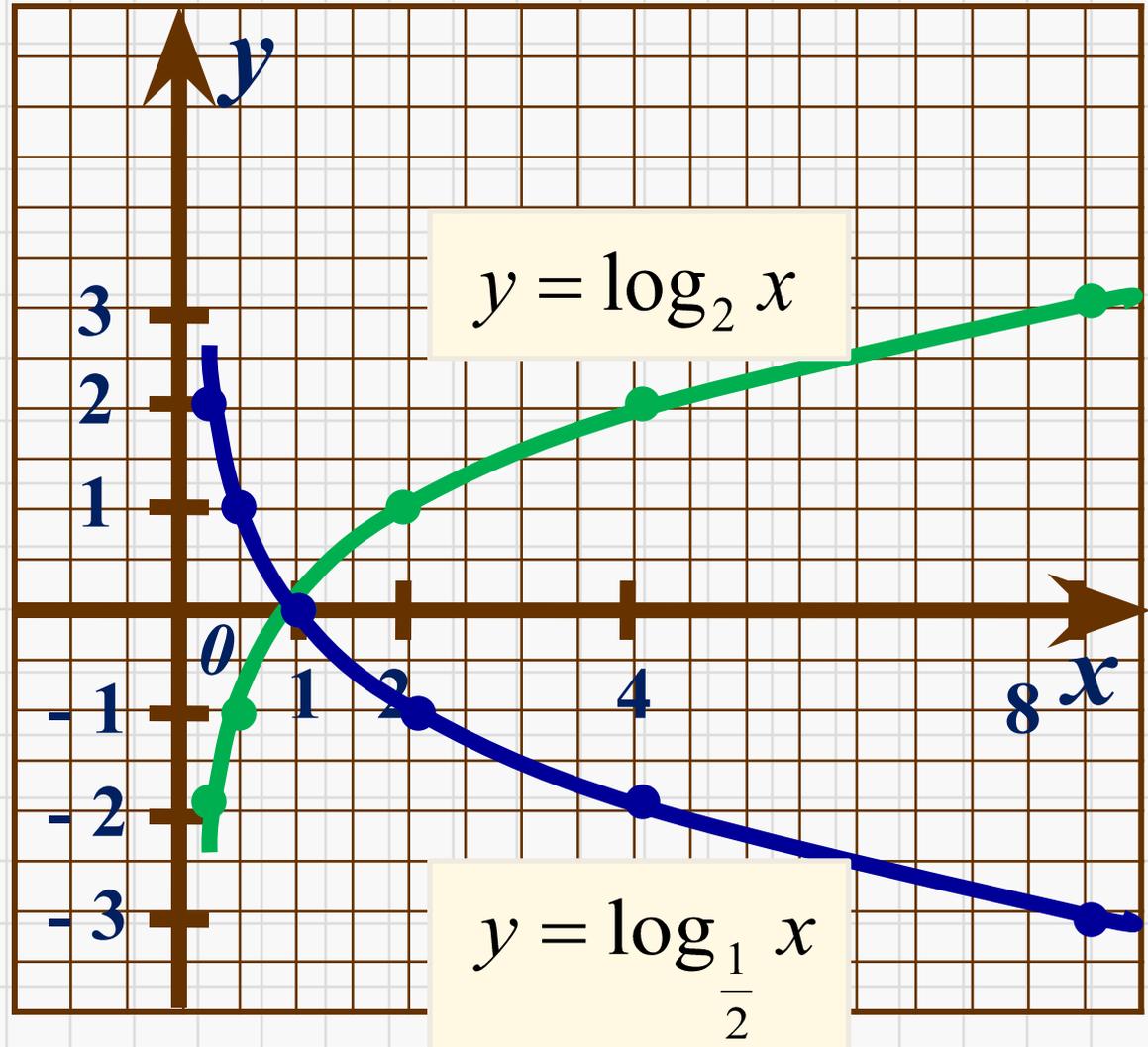
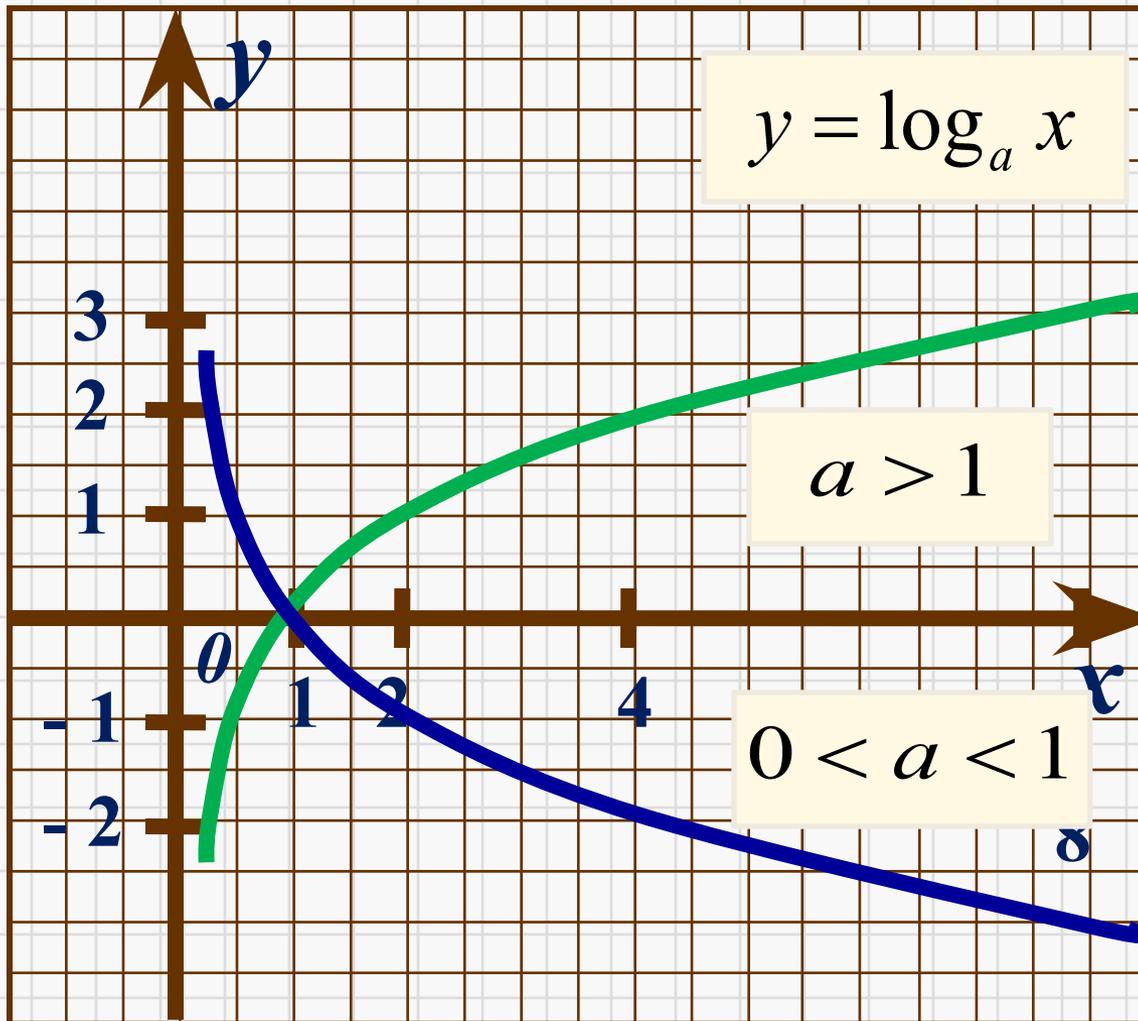


График функции $y = \log_a x$.

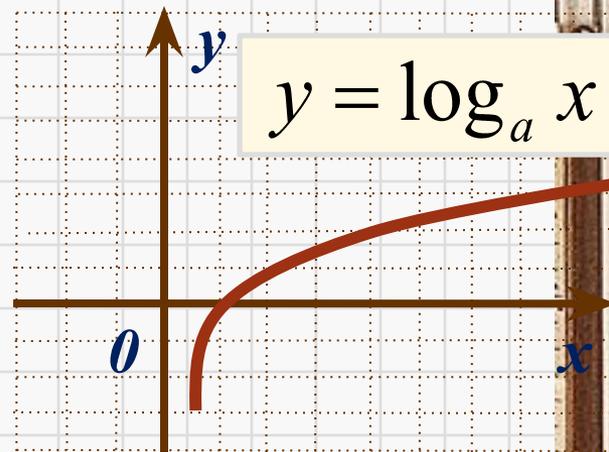


Опишите свойства
логарифмической
функции.



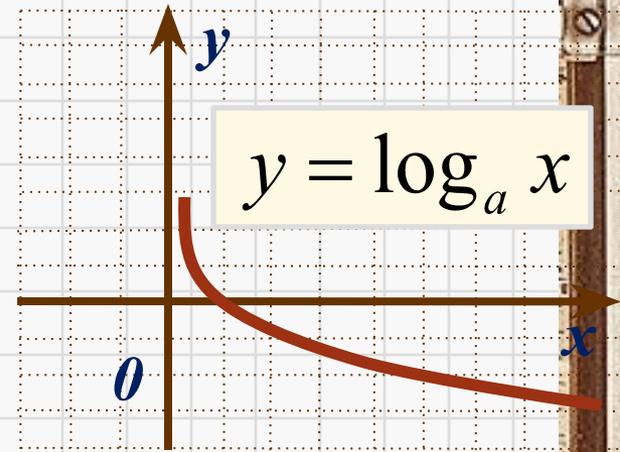
Свойства функции $y = \log_a x, a > 1$.

- 1) $D(f) = (0, +\infty)$;*
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;*
- 3) возрастает на $(0, +\infty)$;*
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*
- 6) непрерывна;*
- 7) $E(f) = (-\infty, +\infty)$;*
- 8) выпукла вверх.*



Свойства функции $y = \log_a x$, $0 < a < 1$.

- 1) $D(f) = (0, +\infty)$;**
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;**
- 3) убывает на $(0, +\infty)$;**
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;**
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;**
- 6) непрерывна;**
- 7) $E(f) = (-\infty, +\infty)$;**
- 8) выпукла вниз.**



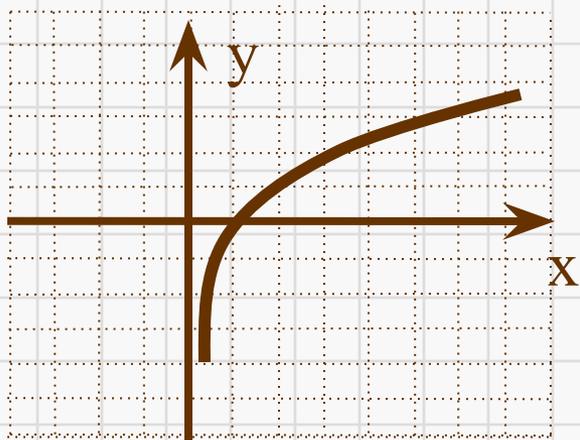
Основные свойства логарифмической функции

№	$a > 1$	$0 < a < 1$
1	$D(f) = (0, +\infty)$	
2	не является ни чётной, ни нечётной;	
3	возрастает на $(0, +\infty)$	убывает на $(0, +\infty)$
4	не ограничена сверху, не ограничена снизу	
5	не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений	
6	непрерывна	
7	$E(f) = (-\infty, +\infty)$	
8	выпукла вверх	выпукла вниз

Задание №1

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке:

$$y = \lg x, x \in [1, 1000]$$

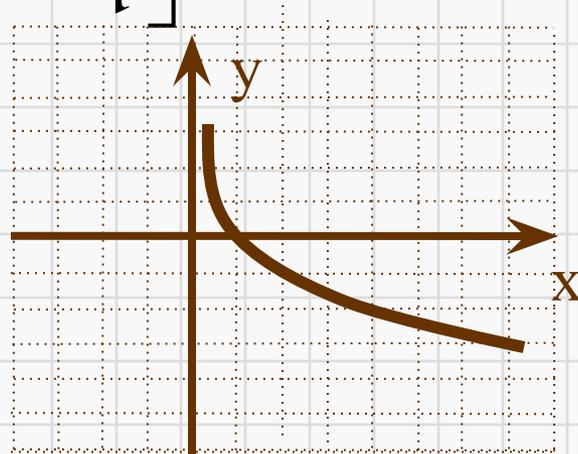


Функция возрастает ($a=10>1$),

$$\text{значит: } y_{\text{наим.}} = \lg 1 = 0$$

$$y_{\text{наиб.}} = \lg 1000 = \lg 10^3 = 3$$

$$\left[\frac{1}{27}, \frac{6}{9} \right] \ni x, x^{\frac{1}{3}} \lg 10 = 2$$



Функция убывает

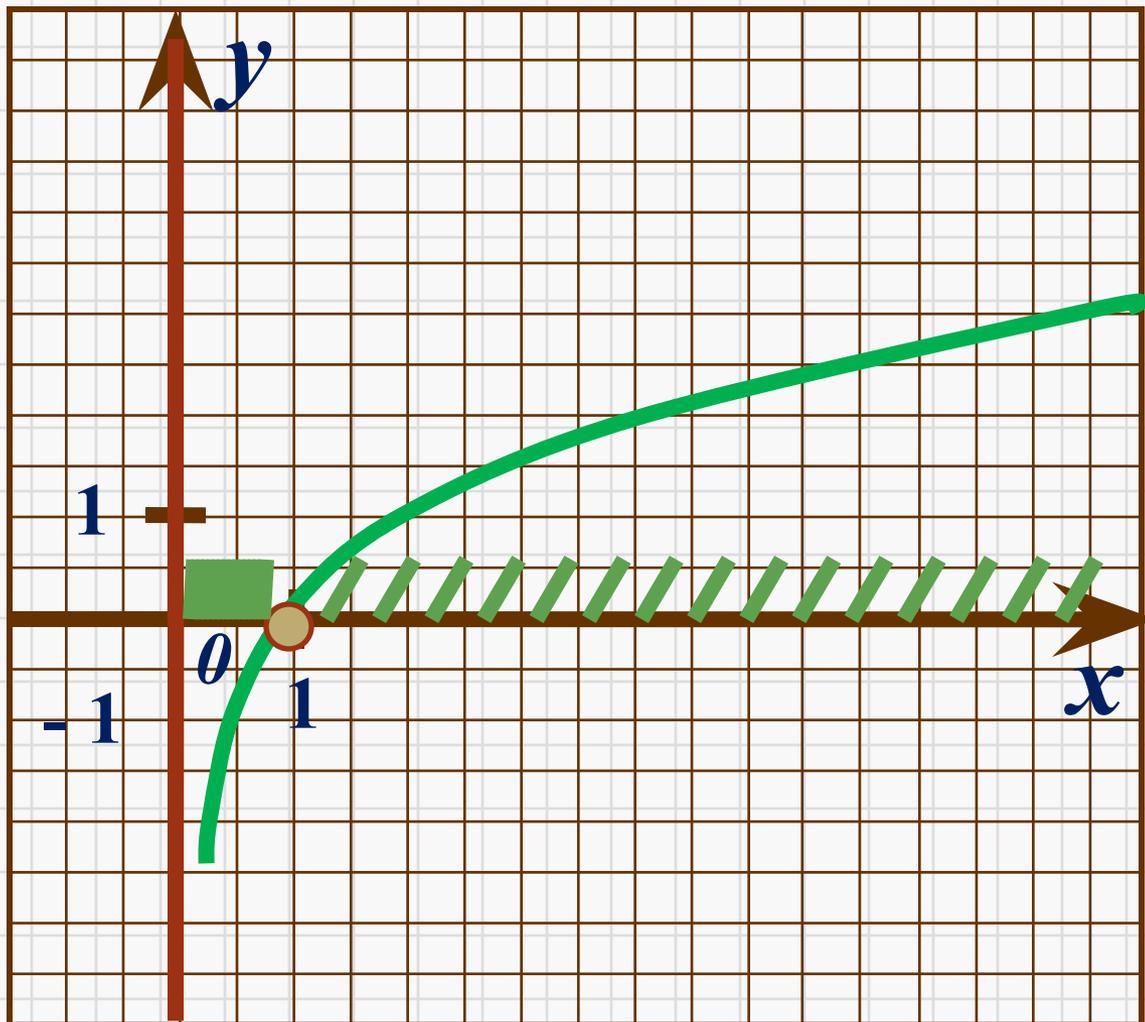
$$(0 < a = 1/3 < 1),$$

$$\text{значит: } y_{\text{наим.}} = -3$$

$$y_{\text{наиб.}} = 2$$

Задание №2

Решите уравнение и неравенства:



$$\log_5 x = 0$$

Ответ: $x = 1$

$$\log_5 x > 0$$

Ответ: $x > 1$

$$\log_5 x < 0$$

Ответ: $0 < x < 1$

Самостоятельно:

Решите уравнение и неравенства:

$$\log_{\frac{2}{5}} x = 0$$

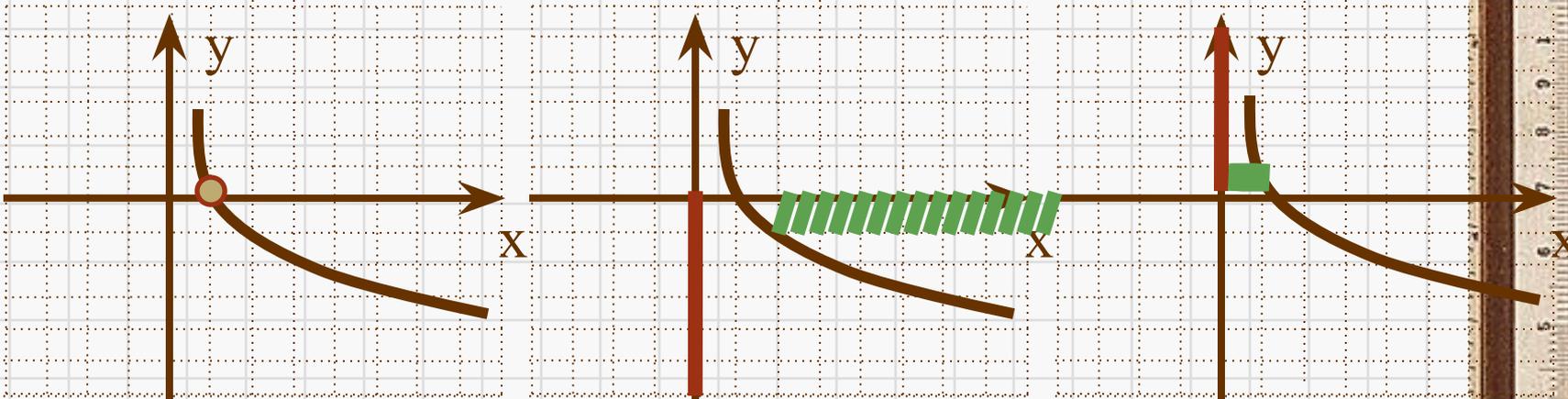
$$\log_{\frac{2}{5}} x < 0$$

$$\log_{\frac{2}{5}} x > 0$$

Ответ: $x = 1$

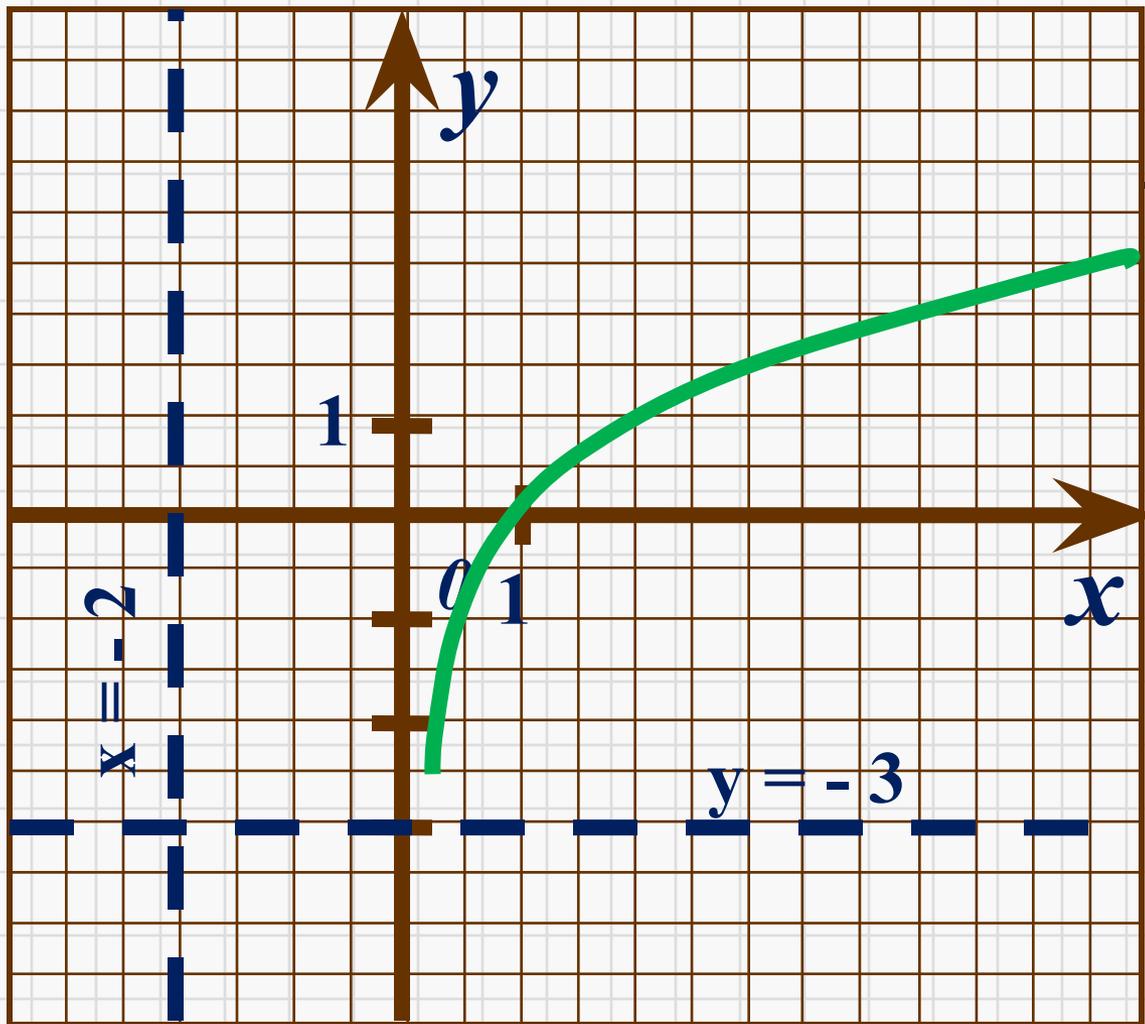
Ответ: $x > 1$

Ответ: $0 < x < 1$



Задание №3

Постройте графики функций: $y = \log_2(x + 2) - 3$



Самостоятельно.

$$y = \log_2(-x)$$

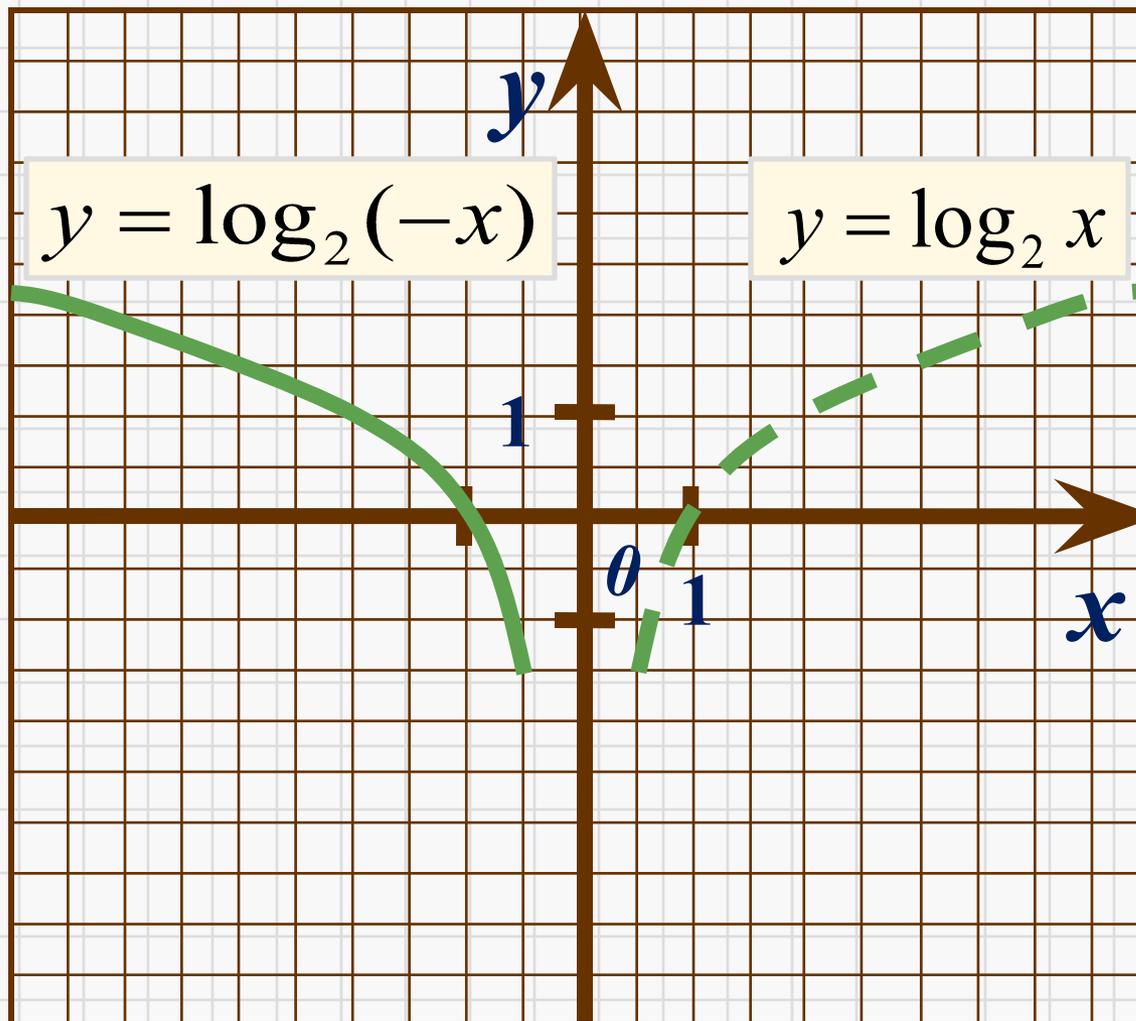
Проверить!

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

Проверить!

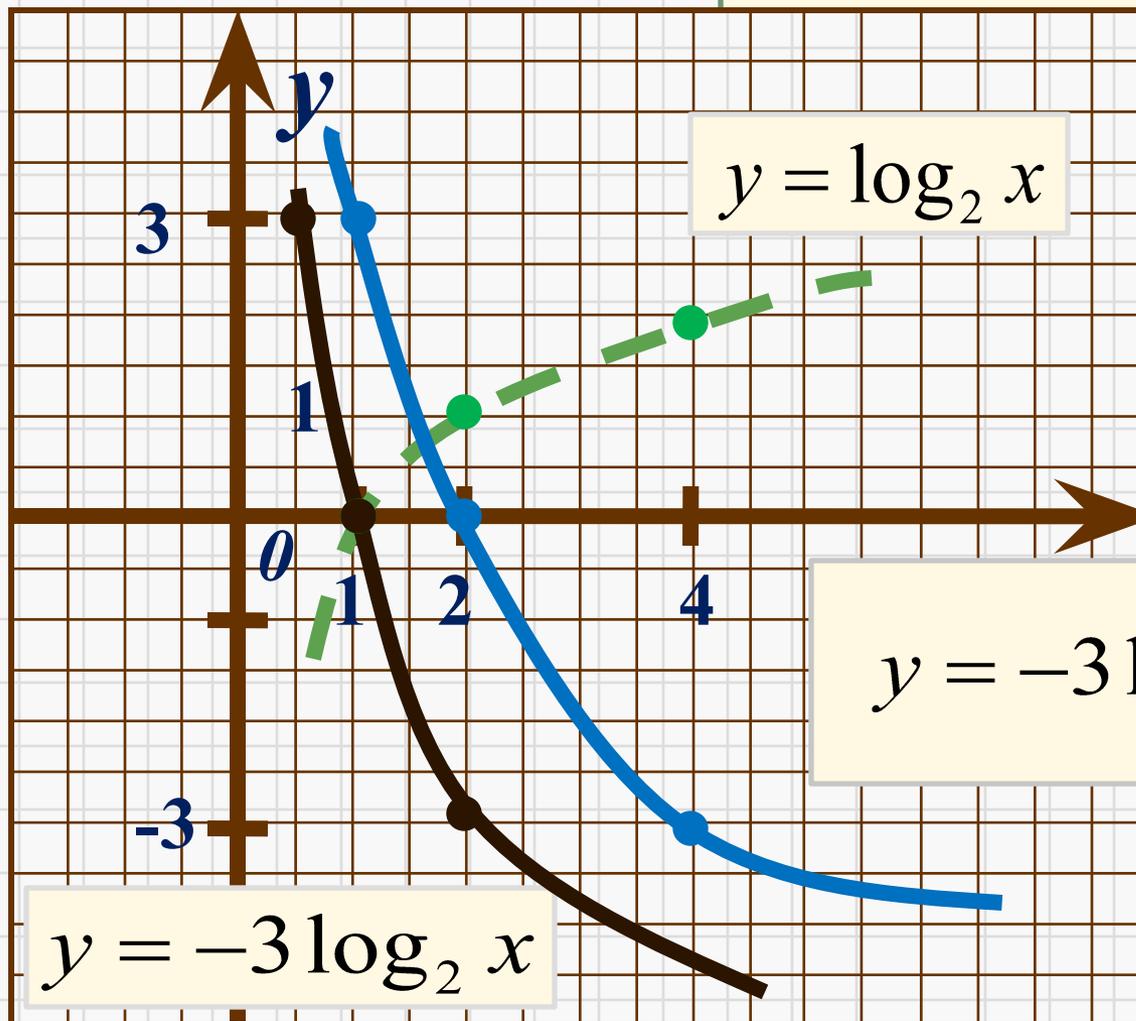
Проверка:

$$y = \log_2(-x)$$



Проверка:

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$



$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

$$y = -3 \log_2 x$$

$$y = \log_2 x$$