Дроби и их свойства

В древности использование дробей помогало людям в разделении неравного количества предметов и людей. Теперь они используются и для других целей.

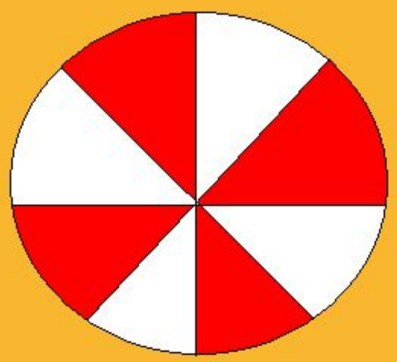
Введение

- Первой дробью, с которой познакомились люди, была половина. Следующей дробью была треть. И у египтян, и у вавилонян были специальные обозначения для дробей 1/3 и 2/3 , не совпадавшие с обозначениями для других дробей.
- Египтяне все дроби старались записать как суммы долей, то есть дробей вида 1/n. Например, вместо 8/15 они писали 1/3 + 1/5. Единственным исключением была, как мы сказали дробь 2/3. Иногда это бывало удобно.

Темы учебника

- Основные свойства дробей.
- Сокращение дробей
- Общий знаменатель
- Сравнение и действия с дробями
- Смешанные дроби
- Умножение дробей
- Деление, и взаимно обратные числа
- Нахождение дроби от числа

Основные свойства дробей



Как определить, какую часть всего круга составляют его закрашенные части? В этом нам помогут дроби.

Сосчитав все части на которые разделён круг, и части которые закрашены – получим числа 8 и 4. Закрашенные части составят 4/8 круга. Эту дробь можно упростить, получим ½. Как это вышло? У дроби есть свойство – **если разделить числитель и знаменатель дроби на одно и то же натуральное число – получится дробь равная исходной.** А что такое **числитель** и **знаменатель** дроби? **Числителем называют верхнюю часть дроби, написанную над чертой. Знаменатель – это нижнее число в дроби, написанное под чертой.**

Сокращение дробей

Как и было сказано в предыдущей теме, дроби имеют свойство сокращаться. Давайте рассмотрим это свойство получше. Если числитель и знаменатель дроби можно разделить без остатка на одно и тоже число, то эту дробь можно сократить. Выведем правило:

| **Деление числителя и знаменателя на их <u>общий делитель,</u> отличный от единицы, называют *сокращением дроби*.**

Но есть такие дроби как например 2/3. Эту дробь мы называем несократимой, т.е. ее числитель и знаменатель не разделятся без остатка на одно и то же число, так как они взаимно простые.

Наибольшее число на которое можно разделить числитель и знаменатель дроби называется **наибольшим общим делителем**. К примеру если дробь 15/30 можно разделить на 5 и получить 3/6, а затем еще разделить на 3 и получить ½ или в обратной последовательности. Но можно 3 умножить на 5 = 15, которое и будет являться наибольшим общим делителем дроби 15/30. Сравним 15/30 : 15 = ½. Результаты как видите одинаковы.

Вопросы:

1. Что называют сокращением дроби?
2. Почему некоторые дроби называют несократимыми?

Общий знаменатель

У дробей есть еще одно полезное свойство: **Приведение к новому знаменателю.** Мы можем привести к новому знаменателю абсолютно любую дробь. Возьмем например несократимую дробь ½. Ее числитель и знаменатель мы умножим на 3. В результате получим дробь 3/6. Выполнение этих действий с любой дробью и называется **<u>приведением к новому знаменателю.</u> Дробь можно привести к любому новому знаменателю кратному его исходному знаменателю.** Число, на которое мы умножаем дробь называют **дополнительным множителем** дроби.

<u>Полезные качества свойства:</u>

*Полезное это свойство дроби тем, что только дроби с одинаковыми (**<u>общими</u>**) знаменателями можно складывать и вычитать. Поэтому часто нам необходимо привести дроби к* **общему знаменателю.**

Иногда дроби приводят к **наименьшему общему знаменателю**. Можно привести дроби ¾ и 5/6 к наименьшему общему знаменателю. Итак, наименьшим общим кратным этих чисел является 12. Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю нужно

1. Найти наименьшее общее кратное их знаменателей.
2. Разделить наименьший общий знаменатель на знаменатели дробей (т.е. найти дополнительный множитель)
3. Умножить числитель и знаменатель каждой дроби на дополнительный множитель.

Таким образом: ¾=9/12, а 5/6=10/12.

Сравнения и действия с дробями

Пришло время ознакомиться с правилами выполнения действий в выражениях, где присутствуют дроби.

<u>Сравнение дробей</u>

Привести дроби к наименьшему общему знаменателю.

Сравнить дроби.

Сравним дроби ¼ и 3/12.

Общий знаменатель: 12.

¼ умножить на 3 равно 3/12.

Отсюда следует, что: 3/12=3/12.

<u>Сложение и вычитание дробей</u>

Выполняются все те же действия, но в результате мы получим:

а) 3/12+3/12=6/12=1/2.

б) 3/12-2/12=0

Решите выражения.

Смешанные числа

Переместительное и сочетательное свойства сложения позволяют привести сложение смешанных чисел к из сложению в виде целых частей и дробных. То есть мы отдельно складываем целые части двух дробей, а затем прибавляем к этому результату сумму их дробных частей.

Например:

Нам нужно найти сумму $2\frac{3}{4}$ и $7\frac{1}{2}$. Мы можем сложить их указанным выше способом не усложнив выражение: $2+\frac{3}{4}+7+\frac{1}{2}= (2+7)+(3/4+2/4)=9,5/4=10,1/4$.

После сложения, если дробь получилась неправильной, мы должны выделить из нее целую часть и добавить к уже существующей ее целой части.

Что бы выполнить вычитание смешанных чисел, нужно: **Привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю; если дробная часть уменьшаемого получается меньше дробной части вычитаемого, нужно превратить ее в неправильную дробь, уменьшив ее целую часть на единицу (или более); отдельно выполнить вычитание целых частей дроби и дробных.**

Умножение дробей

Иногда складывать одинаковые дроби несколько раз – трудно. Но дроби как и обычные числа можно умножать. Умножать дробь можно как на целое число, так и на другую дробь.

Что бы умножить дробь на натуральное число, надо ее числитель умножить на это число, а знаменатель оставить без изменения.

Что бы умножить дробь на дробь, нужно:

Найти произведение числителей и произведение знаменателей этих дробей;

Первое произведение записать числителем, а второе знаменателем.

Например:

½*1/3 = 1/6.

Так как:

1*1=1, а 2*3=6.

Взаимно обратные числа

Дроби, в результате умножения которых получается 1 – называются взаимно обратными.

Например при умножении дроби на число, например: 1/5 на 5, мы получим 1. Говорят, что это взаимно обратные числа.

Если в дроби числитель поставить на место знаменателя, т.е. поменять местами числитель и знаменатель в дроби, то мы получим обратное исходной дроби число.

Обратное натуральному числу мы найдем так же. Только в этом случае придется само число записать как дробь. Мы получим вместо 7, дробь 7/1. Обратное ей будет 1/7.

Обратное число смешанной дроби мы найдем переведя ее в неправильную дробь по такому же принципу.

Нахождение дроби от числа и числи по значению его дроби

Чтобы найти дробь от числа надо число умножить на эту дробь.

Чтобы найти число по данному значению его дроби, надо значение разделить на дробь.

Поле площадью 360га. Картофелем засажено 0, 4 всего поля. Какая площадь занята картофелем?

Применим первое правило: 360* 0,4= 144га

Ответ: 144га поля занято картофелем

Отведено под картофель 2400 га, что составляет 0,8 всего поля. Найдите площадь всего поля.

Применив второе правило, мы сможем легко решить эту задачу. 2400:0,8=2400:8=3000.

Ответ: Площадь всего поля равна 3000га.

Исторические факты

- Шестидесятеричными дробями, унаследованными от Вавилона, пользовались греческие и арабские математики и астрономы. Но было неудобно работать над натуральными числами, записанными по десятичной системе, и дробями, записанными по шестидесятеричной. А работать с обыкновенными дробями было уж совсем трудно. Поэтому голландский математик Симон Стевин предложил перейти к десятичным дробям. Сначала их писали весьма сложно, но постепенно перешли к современной записи. Сейчас ЭВМ используют двоичные дроби, которые когда-то применяли и на Руси: половина, четь, полчети, пол-полчети и т. д.
- Интересная система дробей была в Древнем Риме. Она основывалась на делении на 12 долей единицы веса, которая называлась асс. Двенадцатую долю асса называли унцией. А путь, время и другие величины сравнивали с наглядной вещью - весом. Например, римлянин мог сказать, что он прошел семь унций пути или прочел пять унций книги. При этом, конечно, речь не шла о взвешивании пути или книги. Имелось в виду, что пройдено 7/12 пути или прочтено 5/12 книги.
- А для дробей, получающихся сокращением дробей со знаменателем 12 или раздроблением двенадцатых долей на более мелкие, были особые названия. Даже сейчас иногда говорят: "Он скрупулезно изучил этот вопрос". Это значит, что вопрос изучен до конца, что ни одной самой малой неясности не осталось. А происходит странное слово "скрупулезно" от римского названия 1/288 асса - "скрупулус". В ходу были и такие названия: "семис" - половина асса, "секстане" - шестая его доля, "семиунция" - полунции, то есть 1/24 асса, и т. д. Всего применялось 18 различных названий дробей. Чтобы работать с дробями, надо было для этих дробей помнить и таблицу сложения, и таблицу умножения. Поэтому римские купцы твердо знали, что при сложении триенса (1/3 асса) и секстанса получается семис, а при умножении беса (2/3 асса) на сескунцию (3/2 унции, то есть 1/8 асса) получается унция. Для облегчения работы составлялись специальные таблицы, некоторые из них дошли до нас.

Интересная задача.

Разделить 7 хлебов между 8 людьми.

Решение 1: Если резать каждый хлеб на 8 частей, придется провести 49 разрезов

Решение 2 (Египетское): А по-египетски эта задача решалась так. Дробь 7/8 записывали в виде долей: 1/2 + 1/4 + 1/8. Значит, каждому человеку надо дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба; поэтому четыре хлеба разрезаем пополам, два хлеба - на 4 части и один хлеб - на 8 долей, после чего каждому даем его часть.