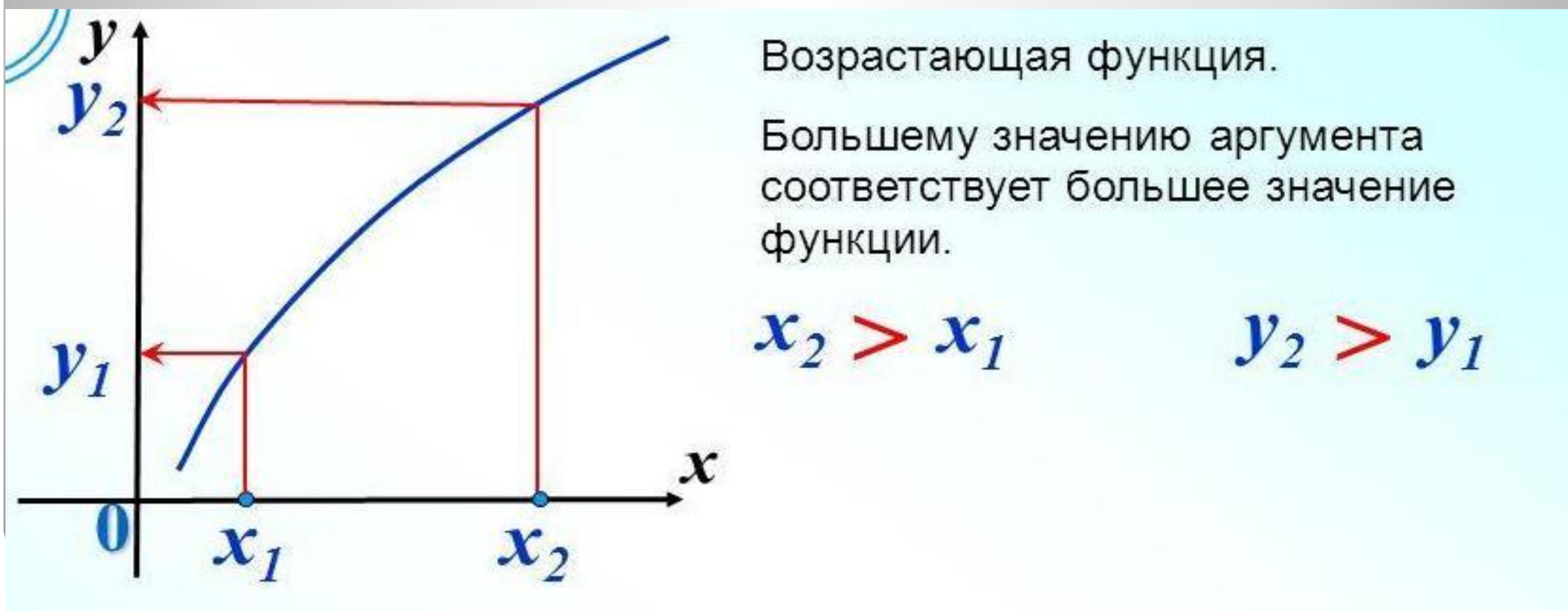
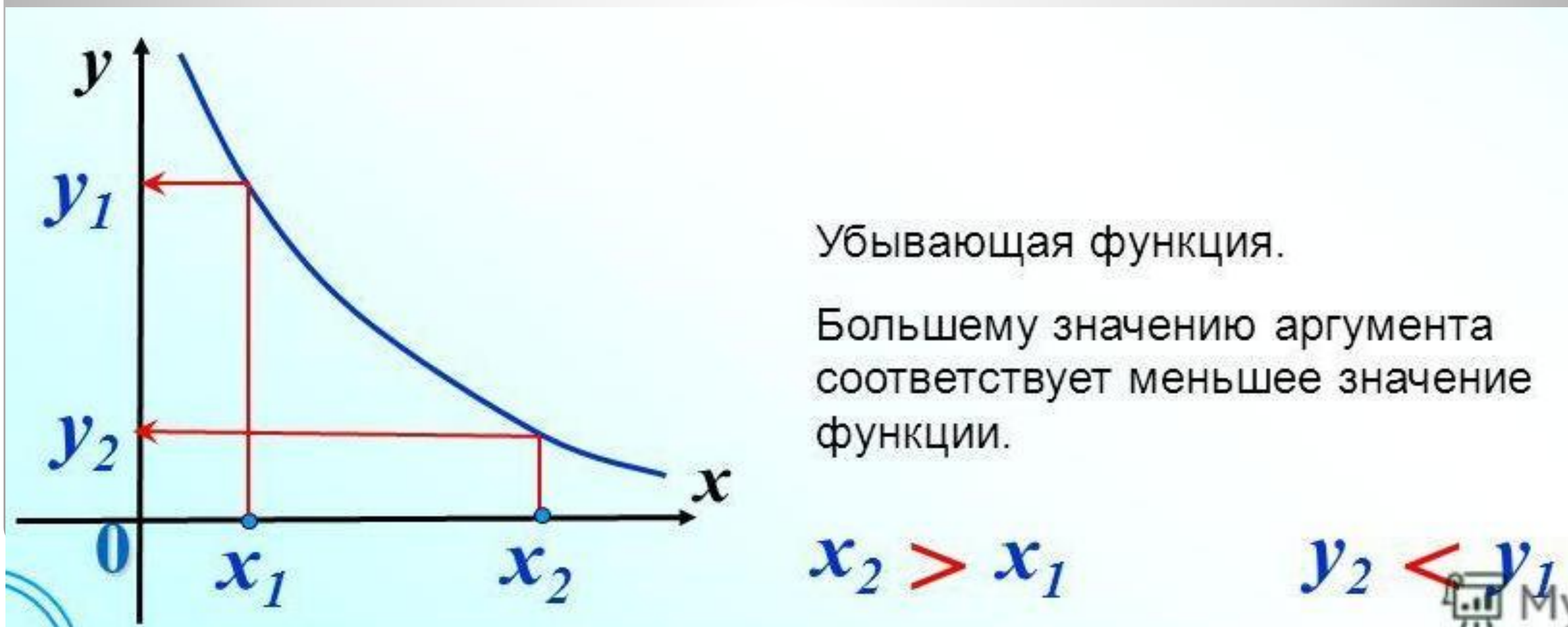
1. Возрастание и убывание функции

Функция y = f(x) возрастает на промежутке, если для любых значений аргумента x_1 и x_2 из этого промежутка, таких что $x_2 > x_1$ выполняется соотношение $f(x_2) > f(x_1)$



1. Возрастание и убывание функции

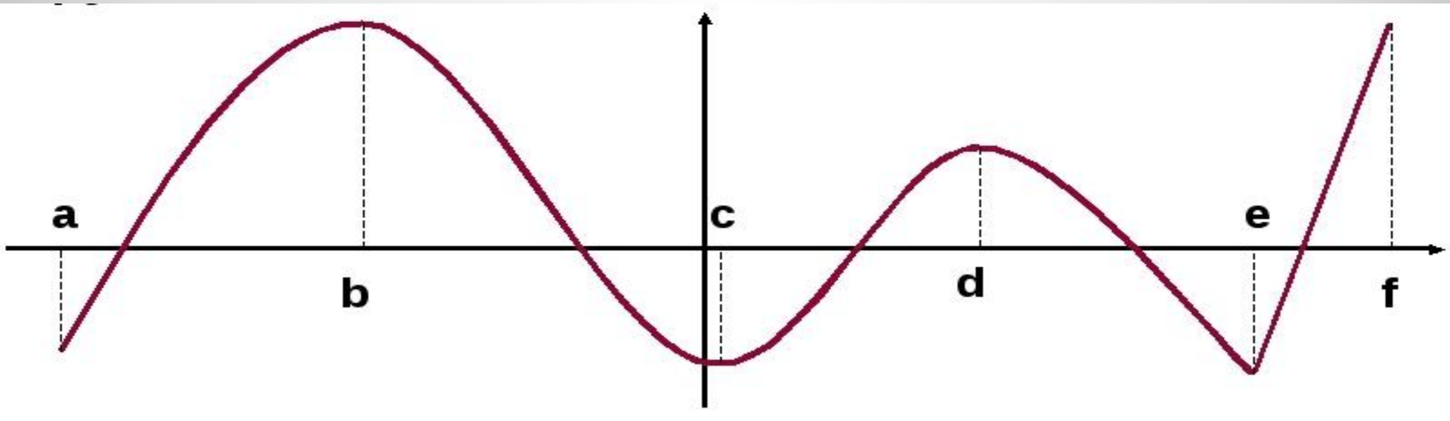
Функция $y = f(x)$ убывает на промежутке, если для любых значений аргумента x_1 и x_2 из этого промежутка, таких что $x_2 > x_1$ выполняется соотношение $f(x_2) < f(x_1)$



1. Возрастание и убывание функции

Определение промежутков монотонности по графику (двигаясь слева направо вдоль линии графика):

- график идет вверх (промежутки возрастания)
- график идет вниз (промежутки убывания)



Возрастает на отрезках [a;b], [c;d],[e;f]

Убывает на отрезках [b;c], [d;e]

1. Возрастание и убывание функции

Теорема:

1. Если функция f(x) дифференцируема на интервале (a; b) и $f'(x)>0$ для всех $x \in (a; b)$, то функция возрастает на промежутке (a; b)

2. Если функция f(x) дифференцируема на интервале (a; b) и $f'(x)<0$ для всех $x \in (a; b)$, то функция убывает на промежутке (a; b)

1. Возрастание и убывание функции

Промежутки возрастания и убывания функции называют промежутками монотонности функции

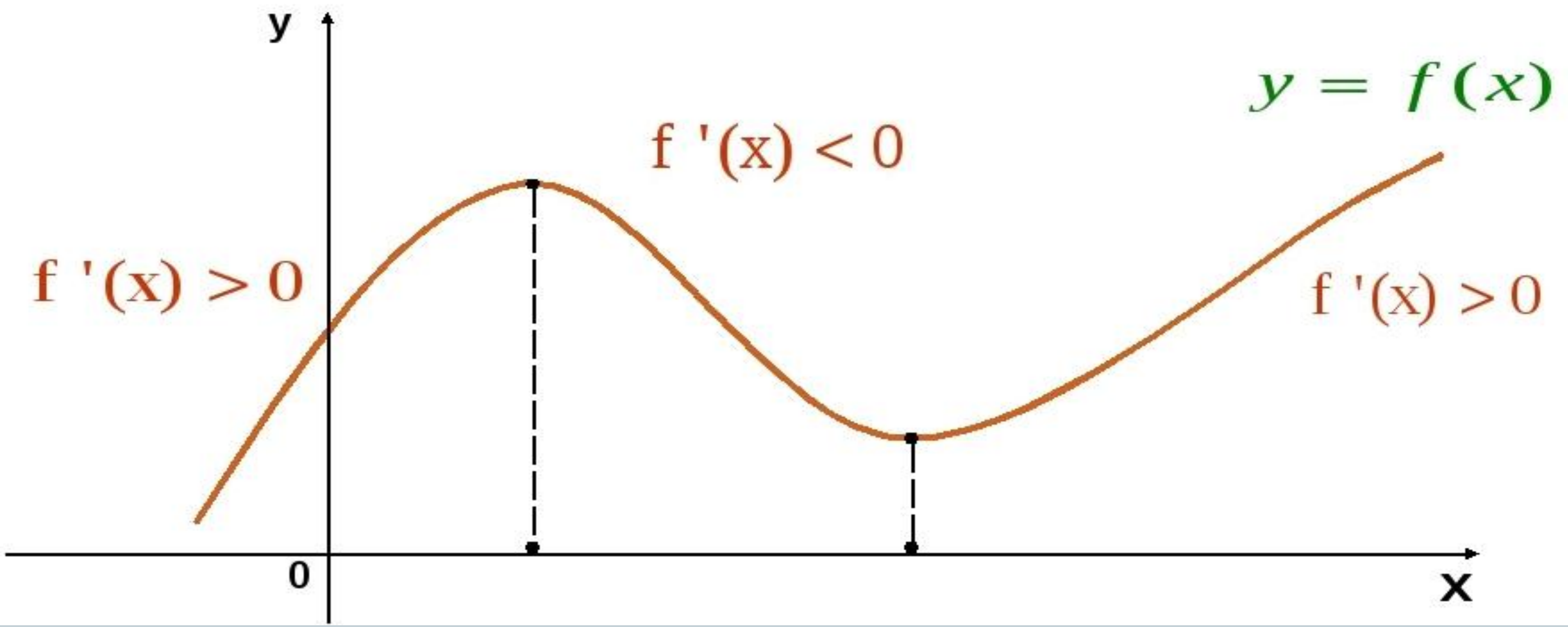
Пример: Найти промежутки монотонности функции

1. $$f(x) = x^3 - 3x^2$$

2. $$f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$$

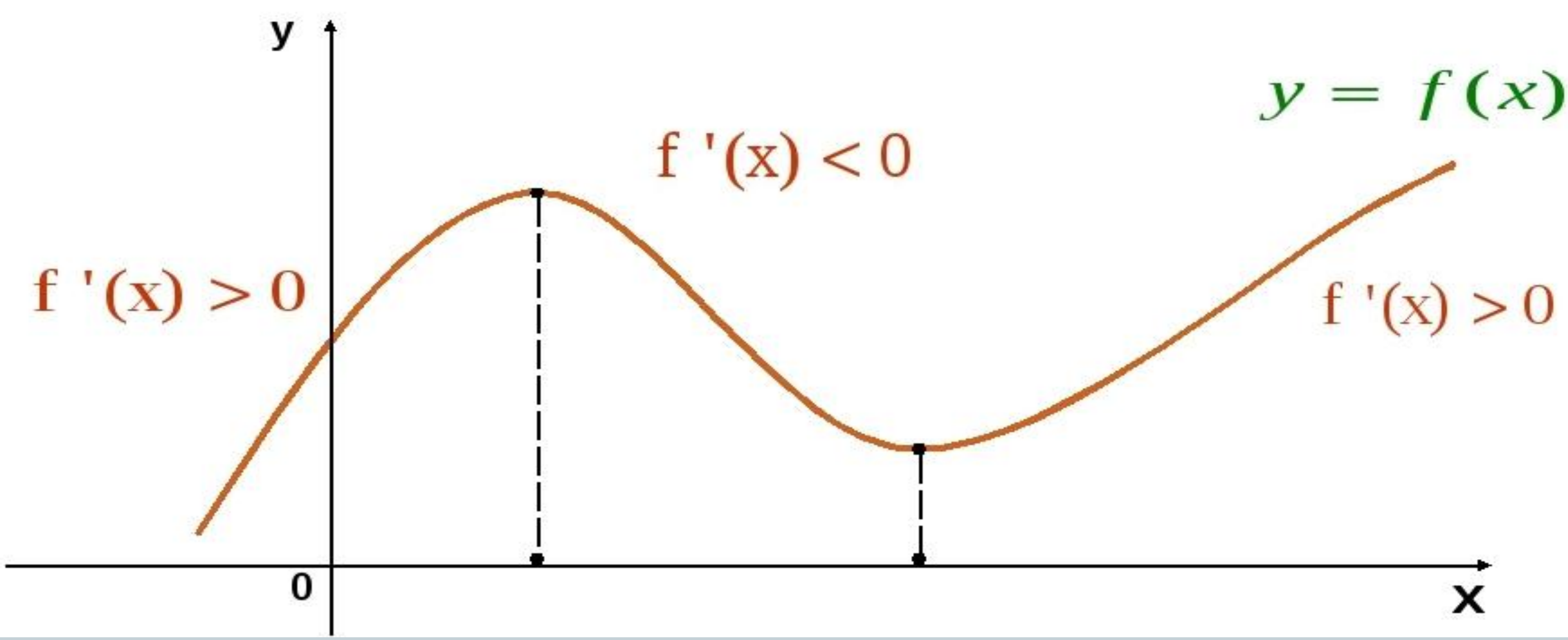
2. Экстремумы функции

Точка x_0 называется точкой максимума функции f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x_0)>f(x)$



2. Экстремумы функции

Точка x_0 называется точкой минимума функции $f(x)$, если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x_0)<f(x)$



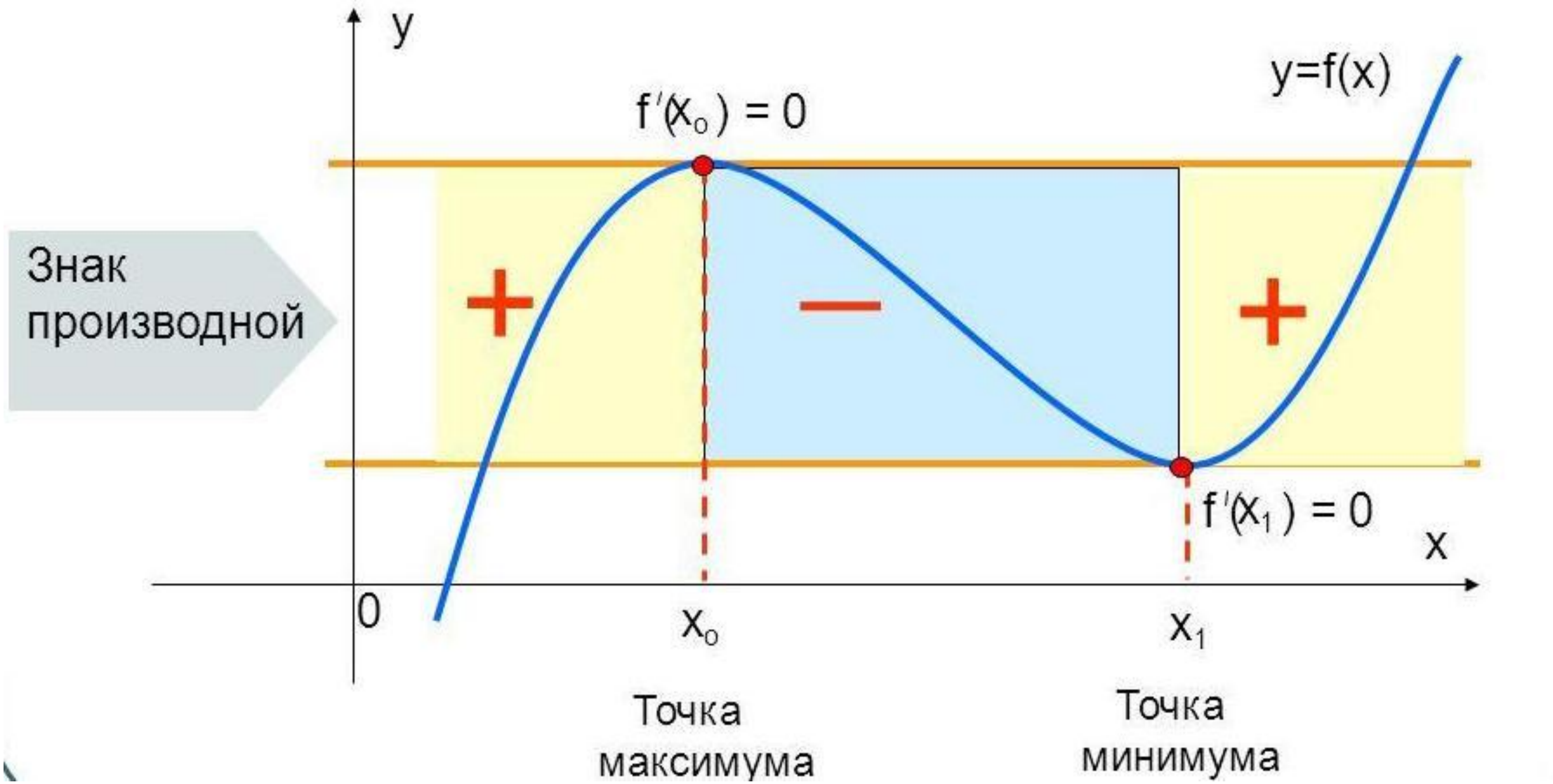
2. Экстремумы функции

Теорема:

Пусть функция f(x) дифференцируема на интервале (a; b), $x_0 \in (a; b)$ и $f'(x_0)=0$. Тогда

1. если при переходе через стационарную точку x_0 функции f(x) ее производная меняет знак с “+” на “–”, то x_0 – точка максимума функции
2. если при переходе через стационарную точку x_0 функции f(x) ее производная меняет знак с “–” на “+”, то x_0 – точка минимума функции

2. Экстремумы функции



2. Экстремумы функции

Точки минимума и точки максимума называют точками экстремума, а значения функции в этих точках называются экстремумами функции

Пример:

1. Найти точки экстремума функции $f(x) = x^4 - 4x^3$

2. Найти экстремумы функции $f(x) = x^3 - 3x$