ГУ «СРЕДНЯЯ ШКОЛА КАНАША КАМЗИНА СЕЛА ЖОЛКУДУК г.АКСУ ПАВЛОДАРСКОЙ ОБЛАСТИ»

«Принцип Дирихле »

выполнил
Ученик 6 б класса
Иглик Даурен
Учитель:
Бейсенбаева Нургуль Жумабековна.

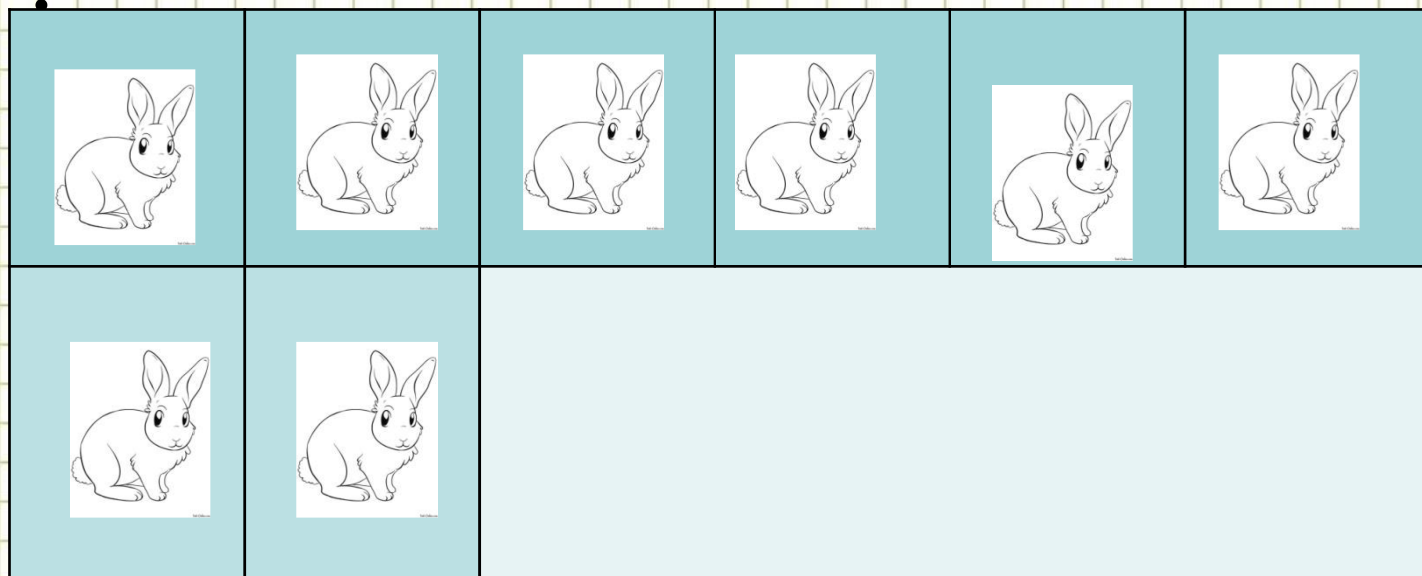
- **Проблема:** Решение логических задач методом рассуждений – принцип Дирихле.
- **Актуальность:** В интеллектуальных конкурсах и олимпиадах по математике в основном логические задачи, для решения которых можно применить принцип Дирихле.
- **Гипотеза**: Чтобы успешно решать логические задачи, нужно уметь выделять их общие признаки, подмечать закономерности, выдвигать гипотезы, проверять их, строить цепочки рассуждений, делать выводы.
- **Цели:** исследование эффективности применения принципа Дирихле в решении задач интеллектуальных конкурсов и олимпиад, научиться решать задачи методом рассуждений по принципу Дирихле и уметь применять.
- **Задачи исследования:**
- 1) Изучение литературы и сбор информации о принципе Дирихле .
- 2) изучение четырех формулировок решения задач по принципу Дирихле;
- 3) Отбор и систематизация задач, решаемых с помощью принципа Дирихле.
- 4) проведение эксперимента
- **Методы исследования:**
- 1. Поисковый метод (сбор и изучение информации).
- 2. Обобщение теоретического материала.
- 3. Применение на практике.

- **Введение.**
- Логическая задача – это особый вид задачи, который развивает логику, образное и творческое мышление, поэтому такие задачи являются основными заданиями интеллектуальных конкурсов по математике и олимпиад. Решение таких задач есть гимнастика ума и увлекательное занятие, поскольку для решения большинства из них требуется не только знание определенного программного материала, но и логическое мышление.
- При решении многих задач используется логический метод рассуждения — "от противного". Предметом исследования данной работы являются логические задачи, решаемые с помощью принципа Дирихле.
- Я хочу в своей работе рассмотреть — принцип Дирихле. Задачи на принцип Дирихле хороши тем, что порою не требуют для своего решения каких-нибудь дополнительных математических знаний. Чаще всего для решения достаточно умения четко логически строить свои рассуждения.

Краткая биография Дирихле Петер Густав Лежен.

- Дирихле Петер Густав Лежен (13. 02.1805–05.05. 1859) – немецкий математик. Родился в Дюрене. В 1822-1827гг. был домашним учителем в Париже. Входил в кружок молодых ученых, которые группировались вокруг Ж. Фурье. В 1827 занял место доцента в Бреславе; с 1829 работал в Берлине. В 1831-1855гг. – профессор Берлинского университета, после смерти К. Гаусса (1855г.) – Гёттингенского университета. Сделал ряд крупных открытий в теории чисел

- **<u>Формулировка</u> «Если в n клетках сидит m кроликов, причем m >n, то хотя бы в одной клетке сидят, по крайней мере, два кролика».**
- **Например: 8 кроликов 6 клеток. В двух клетках по 2 кролика.**



- Пусть не найдется такой клетки, в которой сидят два кролика, тогда количество кроликов m должно быть меньше или равно количеству клеток n, что приводит нас к противоречию.

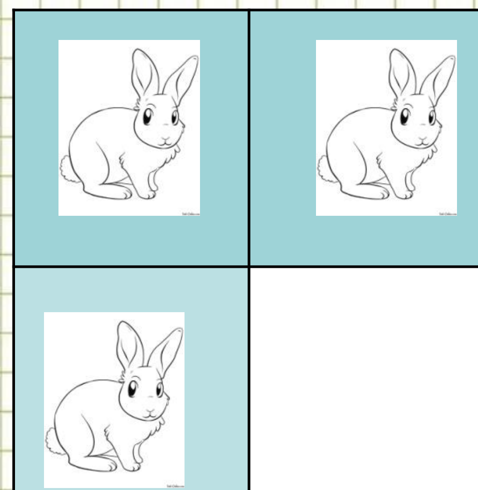
Объяснение на примере :

В классе 15 учеников. Доказать, что не менее двух учеников родились в один месяц.

Решение: месяцев 12 – Клетки
учеников 15 – Кролики

Так как 15>12 то в клетках может оказаться что есть клетки в которых не менее 2 кроликов.

- **Пример № 1**
- В мешке лежат шарики двух разных цветов: черного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?

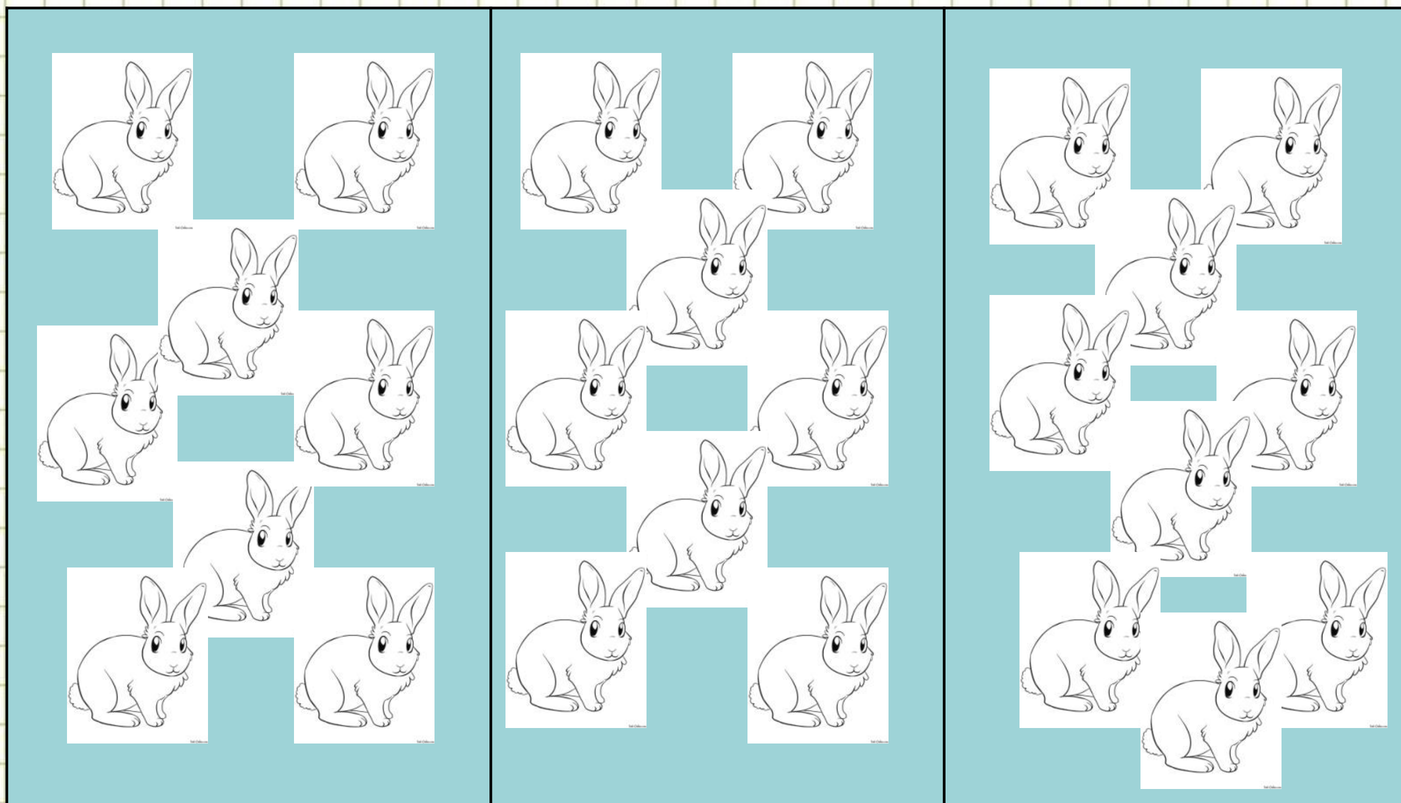


- Решение. Ясно, что «кроликами» здесь являются шарики, а «клетками» - цвета: черный и белый. Достанем из мешка 3 шарика. Если бы среди этих шариков было не более одного шарика каждого из двух цветов, то всего было бы не более двух шаров – это очевидно, и противоречит тому, что мы достали три шарика (снова же, обратите внимание – использован метод от противного). С другой стороны понятно, что двух шариков может и не хватить.
- **Вариант 1** : 2 черных и 1 белый**, Вариант 2:** 2 белых и 1 черный

- **. Пример:№ 1**
- В коврике размером 3х3 метров проделали 8 дырок. Доказать, что из него можно вырезать коврик размером 1х1 метров , не имеющих дырок.

- Решение:
- Если разрезать коврик на 9 ковриков размером 1х1 метр. Количество ковриков «клеток» - 9, а количество дырок «зайцев» 8. Очевидно, что одна клетка останется пустой.
- Ответ: один коврик размером 1х1 метров не имеет дырок.

- **Пример**
- В магазин привезли 25 ящиков с тремя разными сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков с яблоками одного и того же сорта.



- Решение. 25 ящиков-«кроликов» рассадим по 3 «клеткам»-сортам. Так как $25 = 3 \cdot 8 + 1$, то применим обобщенный принцип Дирихле (для $N = 3$, $k = 8$) и получим, что в какой-то «клетке»-сорте не менее 9 ящиков.

- **Примеры решения задач на применение принципа Дирихле.**
- 1. Из коробки, в которой находятся 4 красных и 3 синих карандаша, наугад извлекают карандаши. Сколько надо взять карандашей, чтобы среди них было не менее одного синего? Ответ:5
- 2.В ящике 100 красных,100 белых,100 синих и 100 черных шаров. Какое наименьшее число шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них было не меньше, чем 3 шара одного цвета? Ответ: Если наугад вытащить 8 шаров (2 красных+2 белых+2 синих+2 черных шара) если еще вытащить один шар, то получим 3 шара одного цвета. 9 шаров.
- 3.В школе обучается 370 учеников. Докажите, что среди учащихся этой школы обязательно найдутся хотя бы 2 ученика, отмечающие свой день рождения в один и тот же день.
- Ответ: В году 366 дней , а учеников 370 . 370>366. Если каждый день- день рождения то 366 учеников , а у нас 370. Противоречие.
- 4.17 учеников команды «Комета» набрали 125 баллов. Докажите, что какие- то двое из них набрали равное количество баллов.
- Ответ: да 17*7+ 6=125
- 5.В 26 пакетов разложили конфеты трех сортов. В каждом пакете конфеты только одного сорта. Докажите что в любом случае обязательно найдутся 8 пакетов, в которых окажутся конфеты одного сорта.
- Ответ: 3 сорта –« клетки» пакеты – «кролики» 3*8+2=26.
- 6.В 6 клетках 8 зайцев. Докажите, что найдется клетка в которой находятся не менее 25% всех зайцев. Ответ: найдем 25% от 8 зайцев – 2 зайца. 6 клеток – 6+2 =8 зайцев.

- 7. В классе 30 учеников сидят за 15 партами. Более половины учеников класса девочки. Докажите, что какие-то 2 девочки сидят за одной партой. Ответ: 15*2=30, а девочек больше половины.
- 8. Прямоугольник длиной 3 см, шириной 2 см разделен на квадратные клеточки со стороной 1 см. В клеточках записано множество букв, составляющих слово «транспортир». Докажите, что найдется хотя бы одна клетка, в которой записано не менее 2 букв. Ответ: в слове 11 букв , а клеток 6 . 11 >6 , да найдется.
- 9. В прямоугольнике 10 см х 4 см расположены 3 квадрата, каждый из них площадью 16 см^2. Докажите, что найдутся хотя бы 2 квадрата , налагающих друг на друга. Ответ: 3х16=48, 48>40. Два квадрата налагаются друг на друга.
- 10. Квадрат со стороной 12 см разбит на квадратные клетки со стороной 4 см. В клетках отмечены 37 точек. Докажите, что найдется клетка, в которой отмечено не менее 5 точек. Ответ: 12*12=144, 4*4=16, 144/16=9 значит клеток – 9, 37 кроликов рассадим по клеткам 4*9+1=37, в одной клетке 5 кроликов.
- 11.На внутри школьной олимпиаде 14 учащихся решили 58 задач. Некоторые из них решили 2 задачи, некоторые 3 задачи, а некоторые 4 задачи. Докажите, что некоторые из учасников олимпиады решили не менее 5 задач. Ответ: 58-2-3-4=49, 14-3 ученика=11, 11*4+5=49.
- 12. В школе 24 класса, в которых учатся 764 учащихся. Доказать, что в школе есть классы в которых учатся не менее 32 учеников. Ответ: 24 класса –клетки, ученики 764 – кролики. 31*24 + 20 =744 то есть может быть 20* 32=640 и 4 класса по 31 ученику.

- 13Прямоугольник с измерениями 4 см х 3 см разделен на квадратные клеточки со стороной 1 см. Внутри прямоугольника отмечены 13 точек. Докажите, что расстояние между некоторыми двумя точками меньше, чем 1 см. Ответ: 12 клеток в них размещаем 13 кроликов 12<13. Значит в одной клетке 2 точки и расстояние между ними меньше 1 см.
- 12 девочек собрали 61 яблоко. Докажите, что среди них есть девочки, которые собрали одинаковое количество яблок. Ответ: девочки клетки яблоки – кролики 12*5+1=61. Да

Заключение

Итак, в ходе исследования выяснилась эффективность применения принципа Дирихле при решении алгебраических, комбинаторных, геометрических задач. Каждый решающий задачи применяя принцип Дирихле овладеет основными навыками математической логики: умение правильно строить отрицание логического высказывания, понятия общности («для всех», «найдется»).. Самым интересным и сложным было находить , казалось бы, в простых задачах "зайцев" и "клетки", т.к. это иногда было совсем не очевидно. Из-за неправильного выбора задачи не решались, а как только определялись "зайцы" и "клетки", принцип Дирихле начинал работать.

Изучив этот принцип , я прорешал множество задач . Я считаю, что проделанная мною работа, дала положительные результаты. Я проводил эксперимент в своем классе. Предложил задачу на принцип Дирихле. Чтобы решить задачу они долго думали искали варианты ответов, после того как я им рассказал о принципе Дирихле они быстрее стали решать задачи и еще составили задачи на принцип Дирихле. Задача: В классе 7 учеников и 5 парт. Докажите , что есть парты на которых сидят не менее 2 учеников. найдутся не Потому как проводя эксперимент в своем классе я сделал следующий вывод: Элементы моей работы можно использовать для ознакомления с принципом Дирихле в школьном курсе математики. Этот метод необходимо знать и применять его на практике.

На основе проделанного мною исследования можно с уверенностью сделать вывод о том, что умение решать логические задачи является необходимым в повседневной жизни для того, чтобы справляться с заданиями интеллектуальных конкурсов и заданиями олимпиад. Я собираюсь продолжить мои исследования дальше.