



ГУ «СРЕДНЯЯ ШКОЛА КАНАША КАМЗИНА СЕЛА
ЖОЛКУДУК Г.АКСУ ПАВЛОДАРСКОЙ ОБЛАСТИ»

«Принцип Дирихле »

ВЫПОЛНИЛ

Ученик 6 б класса

Иглик Даурен

Учитель:

Бейсенбаева Нургуль Жумабековна.

5



7



3





Проблема: Решение логических задач методом рассуждений – принцип Дирихле.

Актуальность: В интеллектуальных конкурсах и олимпиадах по математике в основном логические задачи, для решения которых можно применить принцип Дирихле.

5

Гипотеза: Чтобы успешно решать логические задачи, нужно уметь выделять их общие признаки, подмечать закономерности, выдвигать гипотезы, проверять их, строить цепочки рассуждений, делать выводы.

Цели: исследование эффективности применения принципа Дирихле в решении задач интеллектуальных конкурсов и олимпиад, научиться решать задачи методом рассуждений по принципу Дирихле и уметь применять.

Задачи исследования:

- 1) Изучение литературы и сбор информации о принципе Дирихле .
- 2) изучение четырех формулировок решения задач по принципу Дирихле;
- 3) Отбор и систематизация задач, решаемых с помощью принципа Дирихле.
- 4) проведение эксперимента

Методы исследования:

1. Поисковый метод (сбор и изучение информации).
2. Обобщение теоретического материала.
3. Применение на практике.

3





5



7



3

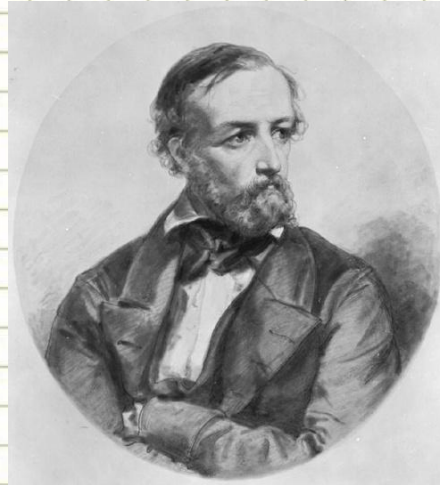


- **Введение.**

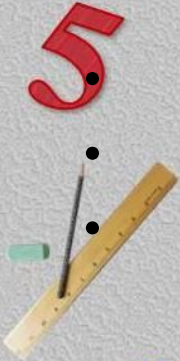
- Логическая задача – это особый вид задачи, который развивает логику, образное и творческое мышление, поэтому такие задачи являются основными заданиями интеллектуальных конкурсов по математике и олимпиад. Решение таких задач есть гимнастика ума и увлекательное занятие, поскольку для решения большинства из них требуется не только знание определенного программного материала, но и логическое мышление.
- При решении многих задач используется логический метод рассуждения — "от противного". Предметом исследования данной работы являются логические задачи, решаемые с помощью принципа Дирихле.
- Я хочу в своей работе рассмотреть — принцип Дирихле. Задачи на принцип Дирихле хороши тем, что порою не требуют для своего решения каких-нибудь дополнительных математических знаний. Чаще всего для решения достаточно умения четко логически строить свои рассуждения.



Краткая биография Дирихле Петер Густав Лежен.



- Дирихле Петер Густав Лежен (13. 02.1805–05.05. 1859) – немецкий математик. Родился в Дюрене. В 1822-1827гг. был домашним учителем в Париже. Входил в кружок молодых ученых, которые группировались вокруг Ж. Фурье. В 1827 занял место доцента в Бреславе; с 1829 работал в Берлине. В 1831-1855гг. – профессор Берлинского университета, после смерти К. Гаусса (1855г.) – Гёттингенского университета. Сделал ряд крупных открытий в теории чисел



7



3





5



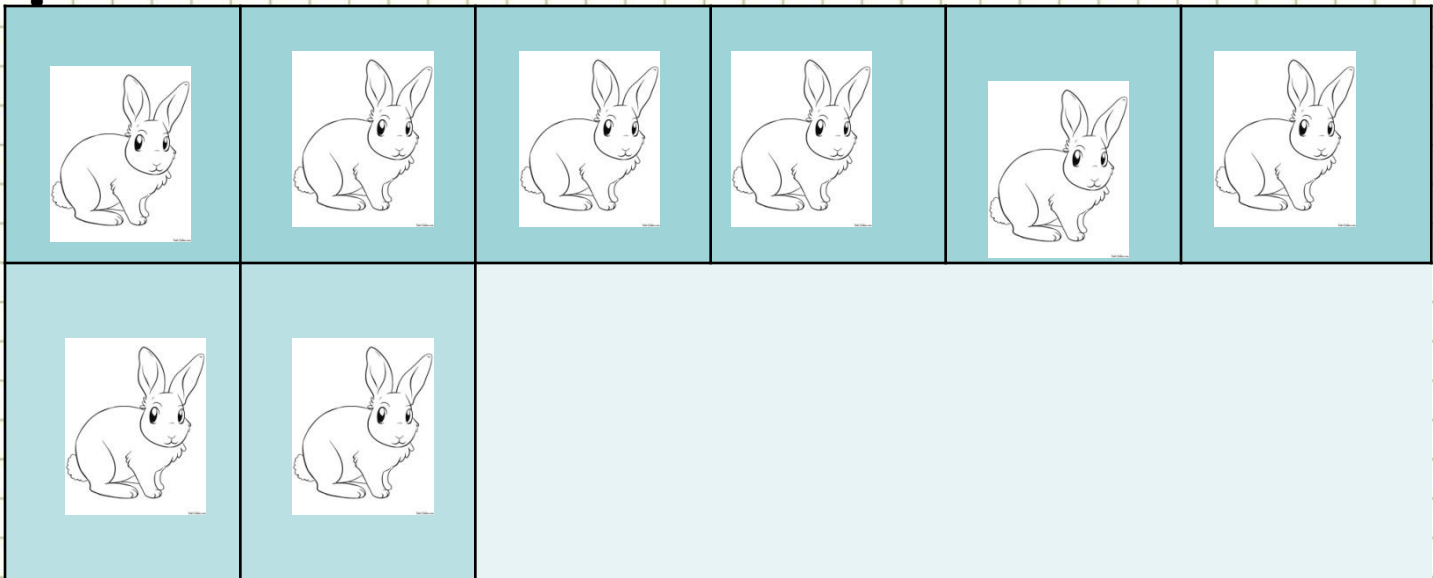
7



3



- **Формулировка** «Если в n клетках сидит m кроликов, причем $m > n$, то хотя бы в одной клетке сидят, по крайней мере, два кролика».
- **Например: 8 кроликов 6 клеток. В двух клетках по 2 кролика.**



- Пусть не найдется такой клетки, в которой сидят два кролика, тогда количество кроликов m должно быть меньше или равно количеству клеток n , что приводит нас к противоречию.



5



7



3



Объяснение на примере :

В классе 15 учеников. Доказать, что не менее двух учеников родились в один месяц.

Решение: месяцев 12 – Клетки
учеников 15 – Кролики

Так как $15 > 12$ то в клетках может оказаться что есть клетки в которых не менее 2 кроликов.



5



7

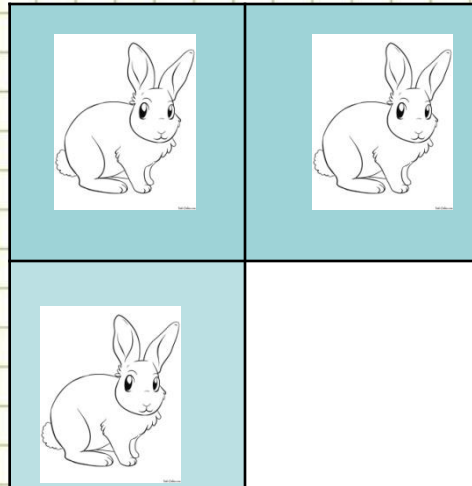


3



- **Пример № 1**

- В мешке лежат шарики двух разных цветов: черного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?



- Решение. Ясно, что «кроликами» здесь являются шарики, а «клетками» - цвета: черный и белый. Достанем из мешка 3 шарика. Если бы среди этих шариков было не более одного шарика каждого из двух цветов, то всего было бы не более двух шаров – это очевидно, и противоречит тому, что мы достали три шарика (снова же, обратите внимание – использован метод от противного). С другой стороны понятно, что двух шариков может и не хватить.

- **Вариант 1 : 2 черных и 1 белый, Вариант 2: 2 белых и 1 черный**

-



5




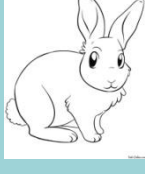
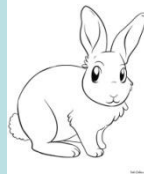
7



3



- **Пример: № 1**
- В коврике размером 3×3 метров проделали 8 дырок. Доказать, что из него можно вырезать коврик размером 1×1 метров, не имеющих дырок.

					
		пустая			

- Решение:
- Если разрезать коврик на 9 ковриков размером 1×1 метр. Количество ковриков «клеток» - 9, а количество дырок «зайцев» 8. Очевидно, что одна клетка останется пустой.
- Ответ: один коврик размером 1×1 метров не имеет дырок.



5



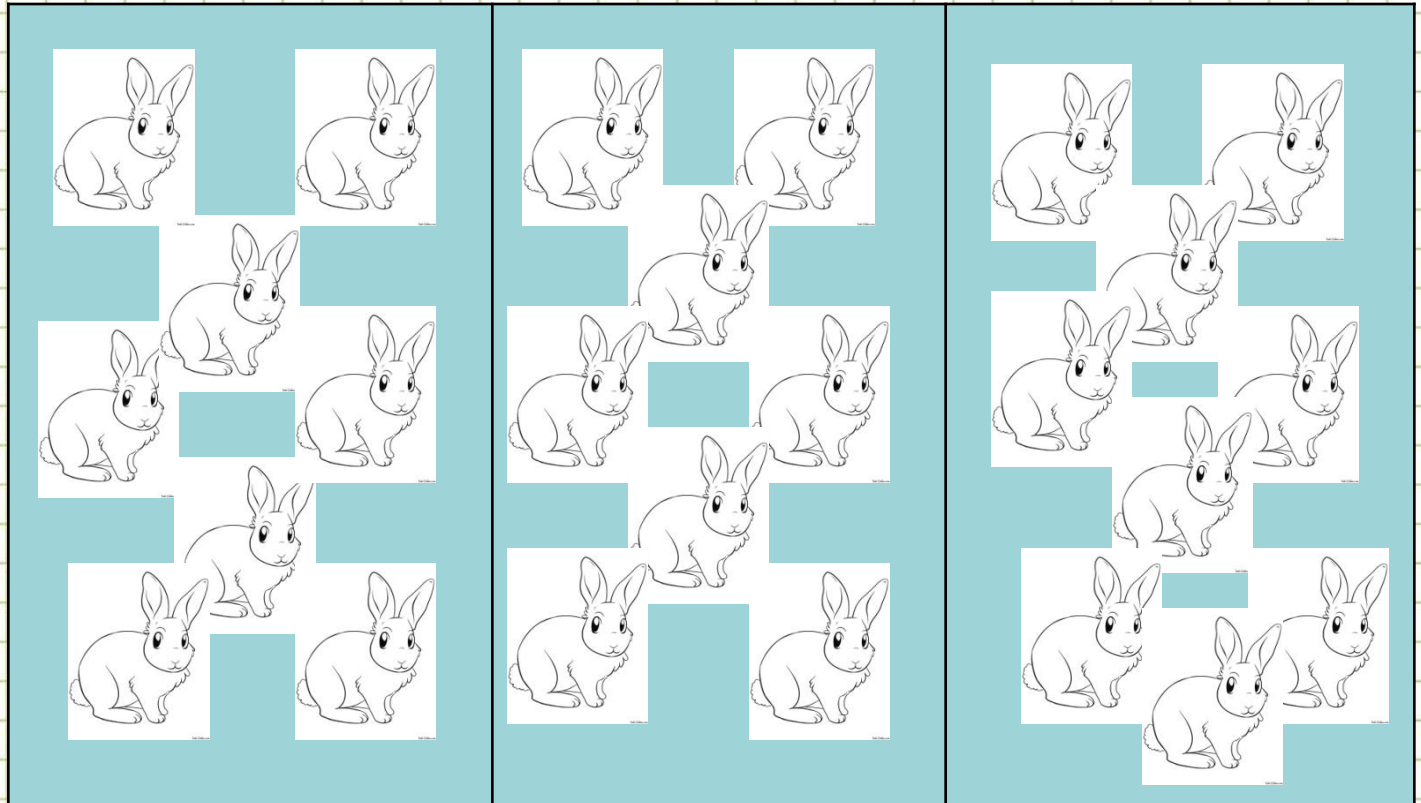
7



3



- **Пример**
- В магазин привезли 25 ящиков с тремя разными сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков с яблоками одного и того же сорта.



- **Решение.** 25 ящиков-«кроликов» рассадим по 3 «клеткам»-сортам. Так как $25 = 3 \cdot 8 + 1$, то применим обобщенный принцип Дирихле (для $N = 3$, $k = 8$) и получим, что в какой-то «клетке»-соре не менее 9 ящиков.



• Примеры решения задач на применение принципа Дирихле.

- 1. Из коробки, в которой находятся 4 красных и 3 синих карандаша, наугад извлекают карандаши.

5 Сколько надо взять карандашей, чтобы среди них было не менее одного синего? Ответ: 5

- 2. В ящике 100 красных, 100 белых, 100 синих и 100 черных шаров. Какое наименьшее число шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них было не меньше, чем 3 шара одного цвета?

Ответ: Если наугад вытащить 8 шаров (2 красных+2 белых+2 синих+2 черных шара) если еще вытащить один шар, то получим 3 шара одного цвета. 9 шаров.

- 3. В школе обучается 370 учеников. Докажите, что среди учащихся этой школы обязательно найдутся хотя бы 2 ученика, отмечающие свой день рождения в один и тот же день.

- Ответ: В году 366 дней, а учеников 370. $370 > 366$. Если каждый день - день рождения то 366 учеников, а у нас 370. Противоречие.

- 4. 17 учеников команды «Комета» набрали 125 баллов. Докажите, что какие-то двое из них набрали равное количество баллов.

- Ответ: да $17 \cdot 7 + 6 = 125$

- 5. В 26 пакетов разложили конфеты трех сортов. В каждом пакете конфеты только одного сорта. Докажите что в любом случае обязательно найдутся 8 пакетов, в которых окажутся конфеты одного сорта.

3 Ответ: 3 сорта – «клетки» пакеты – «кролики» $3 \cdot 8 + 2 = 26$.

- 6. В 6 клетках 8 зайцев. Докажите, что найдется клетка в которой находятся не менее 25% всех зайцев. Ответ: найдем 25% от 8 зайцев – 2 зайца. 6 клеток – $6 + 2 = 8$ зайцев.





5



7



3



- 7. В классе 30 учеников сидят за 15 партами. Более половины учеников класса девочки. Докажите, что какие-то 2 девочки сидят за одной партой. Ответ: $15 \cdot 2 = 30$, а девочек больше половины.
- 8. Прямоугольник длиной 3 см, шириной 2 см разделен на квадратные клеточки со стороной 1 см. В клеточках записано множество букв, составляющих слово «транспортир». Докажите, что найдется хотя бы одна клетка, в которой записано не менее 2 букв. Ответ: в слове 11 букв, а клеток 6. $11 > 6$, да найдется.
- 9. В прямоугольнике 10 см x 4 см расположены 3 квадрата, каждый из них площадью 16 см^2 . Докажите, что найдутся хотя бы 2 квадрата, налагающих друг на друга. Ответ: $3 \cdot 16 = 48$, $48 > 40$. Два квадрата налагаются друг на друга.
- 10. Квадрат со стороной 12 см разбит на квадратные клетки со стороной 4 см. В клетках отмечены 37 точек. Докажите, что найдется клетка, в которой отмечено не менее 5 точек. Ответ: $12 \cdot 12 = 144$, $4 \cdot 4 = 16$, $144 / 16 = 9$ значит клеток – 9, 37 кроликов рассадим по клеткам $4 \cdot 9 + 1 = 37$, в одной клетке 5 кроликов.
- 11. На внутри школьной олимпиаде 14 учащихся решили 58 задач. Некоторые из них решили 2 задачи, некоторые 3 задачи, а некоторые 4 задачи. Докажите, что некоторые из участников олимпиады решили не менее 5 задач. Ответ: $58 - 2 \cdot 3 - 4 = 49$, $14 - 3 \text{ ученика} = 11$, $11 \cdot 4 + 5 = 49$.
- 12. В школе 24 класса, в которых учатся 764 учащихся. Доказать, что в школе есть классы в которых учатся не менее 32 учеников. Ответ: 24 класса – клетки, ученики 764 – кролики. $31 \cdot 24 + 20 = 744$ то есть может быть $20 \cdot 32 = 640$ и 4 класса по 31 ученику.



5



7



3



- 13 Прямоугольник с измерениями 4 см х 3 см разделен на квадратные клеточки со стороной 1 см. Внутри прямоугольника отмечены 13 точек. Докажите, что расстояние между некоторыми двумя точками меньше, чем 1 см. Ответ: 12 клеток в них размещаем 13 кроликов $12 < 13$. Значит в одной клетке 2 точки и расстояние между ними меньше 1 см.
- 12 девочек собрали 61 яблоко. Докажите, что среди них есть девочки, которые собрали одинаковое количество яблок. Ответ: девочки клетки яблоки – кролики $12 * 5 + 1 = 61$. Да



5



7



3



Заключение

Итак, в ходе исследования выяснилась эффективность применения принципа Дирихле при решении алгебраических, комбинаторных, геометрических задач. Каждый решающий задачи применяя принцип Дирихле овладеет основными навыками математической логики: умение правильно строить отрицание логического высказывания, понятия общности («для всех», «найдется»).. Самым интересным и сложным было находить, казалось бы, в простых задачах "зайцев" и "клетки", т.к. это иногда было совсем не очевидно. Из-за неправильного выбора задачи не решались, а как только определялись "зайцы" и "клетки", принцип Дирихле начинал работать.

Изучив этот принцип, я прорешал множество задач. Я считаю, что проделанная мною работа, дала положительные результаты. Я проводил эксперимент в своем классе. Предложил задачу на принцип Дирихле. Чтобы решить задачу они долго думали искали варианты ответов, после того как я им рассказал о принципе Дирихле они быстрее стали решать задачи и еще составили задачи на принцип Дирихле. Задача: В классе 7 учеников и 5 парт. Докажите, что есть парты на которых сидят не менее 2 учеников. найдутся не Потому как проводя эксперимент в своем классе я сделал следующий вывод: Элементы моей работы можно использовать для ознакомления с принципом Дирихле в школьном курсе математики. Этот метод необходимо знать и применять его на практике.

На основе проделанного мною исследования можно с уверенностью сделать вывод о том, что умение решать логические задачи является необходимым в повседневной жизни для того, чтобы справляться с заданиями интеллектуальных конкурсов и заданиями олимпиад. Я собираюсь продолжить мои исследования дальше.