

Задания 2 части

Выполнила Скарлухина Настя

Задание №21

- Решите уравнение

$$x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8.$$

Решение №21

$$x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8.$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+2) = 0.$$

$$\begin{cases} x = -2, \\ x = 4. \end{cases}$$

Поскольку подкоренное выражение не может быть меньше нуля, область допустимых значений исходного уравнения ограничивается неравенством $3-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$, значит, решением уравнения является только $x = -2$.

Ответ: -2.

Задание №22

- Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

Решение №22

- Пусть первый оператор может выполнить данную работу за X часов, а второй за Y часов. За один час первый оператор выполняет часть $\frac{1}{x}$ всей работы, а второй $\frac{1}{y}$. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{y} = \frac{1}{8}; \end{cases}$$

$$y = 24, x = 12.$$

Ответ: первый оператор за 12 ч, второй оператор за 24 ч.

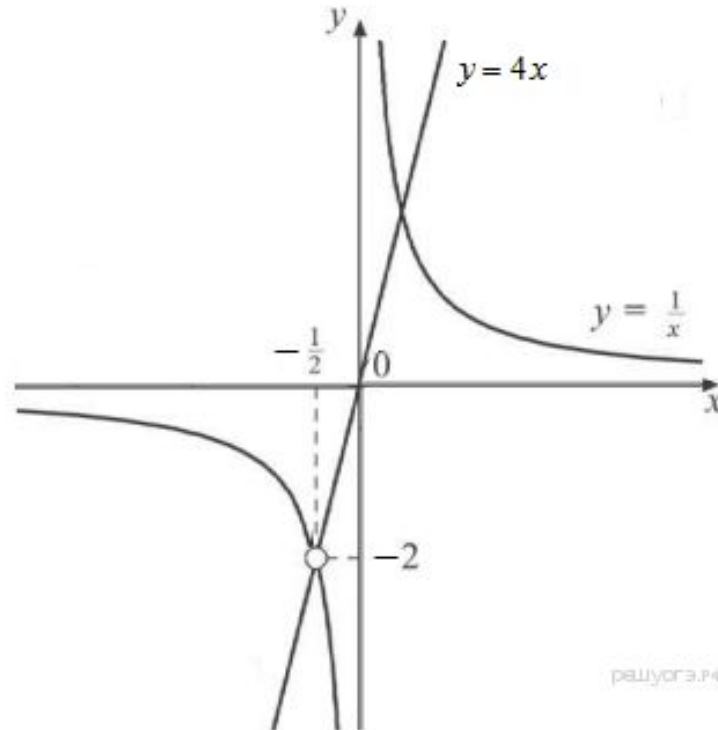
Задание №23

- Постройте график функции $y = \frac{2x+1}{2x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение №23

При $x \neq -0,5$ имеем:
$$y = \frac{2x+1}{2x^2+x} = \frac{2x+1}{x(2x+1)} = \frac{1}{x}.$$

Поэтому график заданной функции представляет собой гиперболу, с выколотой точкой $(-0,5; -2)$. Прямая $y = kx$ будет иметь с графиком одну общую точку, если пройдёт через выколотую точку. Тогда $k = \frac{-2}{-0,5} = 4$, и уравнение прямой примет вид $y = 4x$.



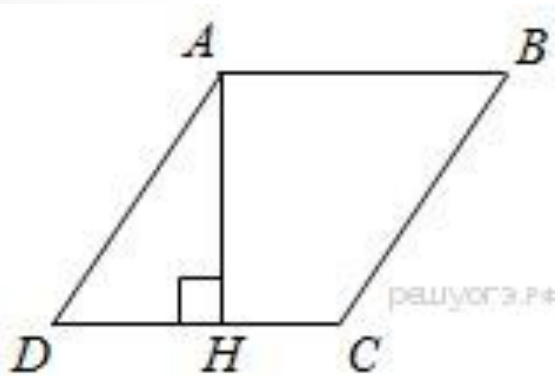
Задание №24

- Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 12$ и $CH = 3$. Найдите высоту ромба.

Решение №24

Поскольку $ABCD$ — ромб, $AD = DC = DH + HC = 15$.

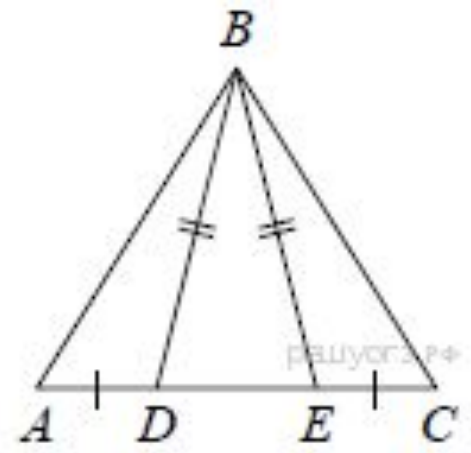
Треугольник ADH прямоугольный, поэтому: $AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = 9$.



Ответ: 9.

Задание №25

- На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



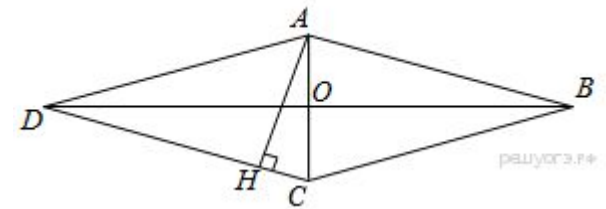
Решение №25

- Так как по условию $BD=BE$, то треугольник BDE является равнобедренным. Пусть угол при основании этого треугольника равен X , тогда $\angle BEC = \angle BDA = 180^\circ - X$. Треугольник BEC и BDA равны по 2-м сторонам и углу между ними, поэтому $AB=BC$ и треугольник ABC - равнобедренный.

Решение №26

Введём обозначения как показано на рисунке. Угол ODC и CAH равны как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Рассмотрим треугольники COD и ACH , они прямоугольные, углы ODC и CAH равны, следовательно, эти треугольники подобны, откуда $\frac{OD}{AH} = \frac{OC}{CH} = \frac{CD}{AC}$. Диагонали ромба делятся точкой пересечения пополам: $OC = \frac{1}{2}AC$. Получаем:

$$\frac{\frac{1}{2}AC}{CH} = \frac{CD}{AC} \Leftrightarrow AC = \sqrt{2CH \cdot CD} \Leftrightarrow AC = 4\sqrt{29}.$$



Из прямоугольного треугольника ACH используя теорему Пифагора найдём AH

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{464 - 64} = \sqrt{400} = 20.$$

Ответ: 20.

Задание №26

- Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 21$ и $CH = 8$. Найдите высоту ромба.