

Формула полной вероятности

Пусть в условиях эксперимента событие A появляется совместно с одним $H_i (i=1, \dots, n)$ группы несовместных событий (гипотез $\sum_{i=1}^n P(H_i) = 1$), образующих полную группу, известны или можно установить априорные вероятности $P(H_i)$ каждой из гипотез H_i и условные вероятности $P(A/H_i)$ события A при условии, что осуществилась та или иная гипотеза. Тогда вероятность события A определяется по формуле полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) P(A/H_i)$$
 где $P(H_i)$ – вероятность гипотезы H_i ; $P(A/H_i)$ – условная вероятность события A при выполнении гипотезы H_i .

Приведенная формула называется **формулой полной вероятности**.

Задача В магазине три холодильника в которых заканчивается мороженое. В первом 4 белых и 6 шоколадных, во втором - 2 белых и 8 шоколадных, в третьем - 3 белых и 7 шоколадных. Наугад выбирают холодильник и вынимают из него мороженое. Определить вероятность того, что оно белое.

- **Решение.** Обозначим события следующим образом H_i :
– выбрана i - й холодильник A – выбрано белое мороженое
- Тогда имеем: $P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$.
- Вероятности, что из каждого холодильника можно извлечь белое мороженое будут равны

$$P(A/H_1) = \frac{4}{4+6} = \frac{4}{10} = 0,4;$$

$$P(A/H_2) = \frac{2}{2+8} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

$$P(A/H_3) = \frac{3}{3+7} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

- Используя формулу полной вероятности находим:

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{1}{3} \cdot 0,2 + \frac{1}{3} \cdot 0,3 = 0,3.$$

Задача 2. В офисе есть четыре ноутбука изготовленных компанией А , 6 компанией В , 8 компанией С и два, которые производит D . Гарантии, что ноутбуки этих компаний будут работать в течение гарантийного срока без ремонта составляют 70%, 80%, 85%, и 55% для каждой из них. Нужно найти вероятность, что выбранный ноутбук будет работать без ремонта в течение гарантийного срока

ФОРМУЛА БАЙЕСА

- Пусть события $H_i (i=1, \dots, n)$ образуют полную группу несовместных с $\sum_{i=1}^n P(H_i) = 1$ и () и пусть событие A происходит обязательно H_i одним из них ..
Предположим событие произошло, тогда вероятность того, что оно произошла именно с H_k определяется

$$P(H_k / A) = \frac{P(H_k)P(A / H_k)}{P(A)} = \frac{P(H_k)P(A / H_k)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P(A / H_i)}$$

Задача 3. Заданны условия первой задачи.

Нужно установить вероятность того, что мороженое извлекли из второго холодильника.

$$P(H_2) = \frac{1}{3};$$

$$P(A / H_2) = 0,2;$$

$$P(A) = 0,3$$

$$P(H_2 / A) = \frac{0,33(3) \cdot 0,2}{0,3} = 0,22(2).$$

Задача 5. На склад поступают телефоны трех заводов, причем доля телефонов первого завода составляет 25%, второго - 60%, третьего - 15%. Известно также, что средний процент бракованных телефонов для первой фабрики составляет 2%, второй - 4%, третьей - 1%. Найти вероятность того, что:

- а) наугад взятый телефон окажется с браком;
- б) телефон изготовлен на первом заводе, если он бракованный;
- в) на каком заводе скорее был изготовлен телефон, если он сделан качественно ?

