

# Формула полной вероятности

Пусть в условиях эксперимента событие  $A$  появляется совместно с одним  $H_i (i=1, \dots, n)$  группы несовместных событий (гипотез  $\sum_{i=1}^n P(H_i) = 1$ ), образующих полную группу, известны или можно установить априорные вероятности  $P(H_i)$  каждой из гипотез  $H_i$  и условные вероятности  $P(A/H_i)$  события  $A$  при условии, что осуществилась та или иная гипотеза. Тогда вероятность события  $A$  определяется по формуле полной вероятности:
 
$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) P(A/H_i)$$
 где  $P(H_i)$  – вероятность гипотезы  $H_i$ ;  $P(A/H_i)$  – условная вероятность события  $A$  при выполнении гипотезы  $H_i$ .

Приведенная формула называется **формулой полной вероятности**.

**Задача** В магазине три холодильника в которых заканчивается мороженое. В первом 4 белых и 6 шоколадных, во втором - 2 белых и 8 шоколадных, в третьем - 3 белых и 7 шоколадных. Наугад выбирают холодильник и вынимают из него мороженое. Определить вероятность того, что оно белое.

- **Решение.** Обозначим события следующим образом  $H_i$  :  
– выбрана  $i$  - й холодильник  $A$  – выбрано белое мороженое
- Тогда имеем:  $P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$ .
- Вероятности, что из каждого холодильника можно извлечь белое мороженое будут равны

$$P(A/H_1) = \frac{4}{4+6} = \frac{4}{10} = 0,4;$$

$$P(A/H_2) = \frac{2}{2+8} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

$$P(A/H_3) = \frac{3}{3+7} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

- Используя формулу полной вероятности находим:

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{1}{3} \cdot 0,2 + \frac{1}{3} \cdot 0,3 = 0,3.$$

**Задача 2.** В офисе есть четыре ноутбука изготовленных компанией А , 6 компанией В , 8 компанией С и два, которые производит D . Гарантии, что ноутбуки этих компаний будут работать в течение гарантийного срока без ремонта составляют 70%, 80%, 85%, и 55% для каждой из них. Нужно найти вероятность, что выбранный ноутбук будет работать без ремонта в течение гарантийного срока

# ФОРМУЛА БАЙЕСА

- Пусть события  $H_i (i=1, \dots, n)$  образуют полную группу несовместных с  $\sum_{i=1}^n P(H_i) = 1$  и ( ) и пусть событие  $A$  происходит обязательно  $H_i$  одним из них ..  
Предположим событие произошло, тогда вероятность того, что оно произошла именно с  $H_k$  определяется

$$P(H_k / A) = \frac{P(H_k)P(A / H_k)}{P(A)} = \frac{P(H_k)P(A / H_k)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P(A / H_i)}$$

**Задача 3.** Заданны условия первой задачи.

Нужно установить вероятность того, что мороженое извлекли из второго холодильника.

$$P(H_2) = \frac{1}{3};$$

$$P(A / H_2) = 0,2;$$

$$P(A) = 0,3$$

$$P(H_2 / A) = \frac{0,33(3) \cdot 0,2}{0,3} = 0,22(2).$$

**Задача 5.** На склад поступают телефоны трех заводов, причем доля телефонов первого завода составляет 25%, второго - 60%, третьего - 15%. Известно также, что средний процент бракованных телефонов для первой фабрики составляет 2%, второй - 4%, третьей - 1%. Найти вероятность того, что:

- а) наугад взятый телефон окажется с браком;
- б) телефон изготовлен на первом заводе, если он бракованный;
- в) на каком заводе скорее был изготовлен телефон, если он сделан качественно ?

