Степень
с рациональным показателем

Преподаватель математики
Московского колледжа (филиала) 177
Бисултанова Хеди Рамазановна
г. Сургут

Цели и задачи урока

1) формирование знаний о степени с рациональным показателем и о свойствах степени с рациональным показателем.
2) формировать понятие о степени с рациональным показателем, изучить основные свойства степени с действительным и рациональным показателями;
3) способствовать выработке навыков решения задач, содержащих степень с рациональным показателем;
4) формировать умение находить значение степени с рациональным показателем, проводить по известным свойствам и правилам преобразование буквенных выражений, включающих степени.

«Пусть кто-нибудь попробует вычеркнуть из математики степени, и он увидит, что без них далеко не уедешь »

М.В.Ломоносов

Повторение: «Решение систем иррациональных уравнений»

1. Что тебуется для полученных значений переменной при решении систем иррационалных уравнений? ***(проверка)***
2. Способ, которым проводится проверка системы иррациональных уравнений. ***(подстановка)***
3. Как называется знак корня? (радикал)
4. Сколько решений имеет уравнение $x^2 = a$, если $a < 0$? ***(ноль)***
5. Как называется уравнение в которых под знаком корня содержится переменная? ***(иррациональное)***
6. Сколько решений имеет уравнение x2 =0 ***(1 решение)***
7. Корень какой степени существует из любого числа? ***(нечетной)***
8. Сколько решений имеет уравнение x2 =a, если a >0 ? ***(2 решения)***
9. Как называется корен системы уравнения, который получается в результате неравносильных преобразований? ***(посторонний)***
10. Корень какой степени существует толко из неотрицательного числа? ***(четной)***

Бисултанова Х.Р.

Напомним свойства степеней с действительным показателем

Для любых чисел a, b и любых целых чисел m и n справедливы равенства:

.

Определение

Степенью числа a>0 с рациональным показателем r = m\n, где m — целое число, а n — натуральное (n > 1), называется число $\sqrt[n]{a^m}$

Итак, по определению: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Степень числа 0 определена только для положительных показателей; по определению $0^r = 0$ для любого r>0.

Замечание 1.

Из определения степени с рациональным показателем сразу следует, что для любого положительного а и любого рационального r число a^r положительно.

Замечание 2.

Любое рациональное число допускает различные записи его в виде дроби, поскольку для любого натурального k. Значение a^r также не зависит от формы записи рационального числа r. В самом деле, из свойств корней следует, что

$$a^{\frac{mk}{nk}} = \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Замечание 3.

При a < 0 рациональная степень числа a не определяется, и это не случайно. Если бы мы сочли верной формулу (1) и для a<0, то, например, значение $(-8^{\frac{1}{3}})$ *равнялось бы* $\sqrt[3]{-8}$*, т. е. — 2. Но, с другой стороны,* $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ *, и поэтому должно выполняться равенство:* $-2 = (-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{8^2} = 2$

Дифференцированные задания

Вариант 1

Вычислите:

Уровень I	
$(-2)^{-2}$	
$\sqrt{5^2-4^2}$	
$27^{\frac{-2}{3}}\,3^{2}$	
$(6\sqrt{3})^{3}$	
$\dfrac{5^{-1}\cdot 8^{\frac{-2}{3}}}{8^{0}}$	
Уровень II	
$\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}$	
$\sqrt[3]{54\cdot 32}-\sqrt{8\cdot 162}$	
$\dfrac{6}{\sqrt{2}}$	
$(2-\sqrt{3})^{2}$	
$-0{,}064^{\frac{1}{3}}\,0{,}49^{\frac{1}{2}}$	

Вариант2

Вычислите:

Уровень I	
$(-3)^{-2}$	
$\sqrt{3^2+4^2}$	
$4^{2}\,64^{\frac{-2}{3}}$	
$(7\sqrt{2})^{2}$	
$\dfrac{((29)^{3})^{0}}{16^{\frac{3}{4}}\cdot 2^{-4}}$	
Уровень II	
$\sqrt{25}+\sqrt[5]{-32}$	
$(-2\sqrt{11})^{2}$	
$\sqrt{36a^{3}}\cdot\sqrt{81a^{5}}$ при $a=\dfrac{1}{2}$	
$(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+3)$	
$125^{\frac{1}{3}}\,16^{\frac{3}{4}}-36^{\frac{1}{2}}$	

ВАРИАНТ 1 Уровень I	ответ	ВАРИАНТ 2 Уровень I	ответ
$(-2)^{-2}$	$\frac{1}{4}$	$(-3)^{-2}$	$\frac{1}{9}$
$\sqrt{5^2-4^2}$	3	$\sqrt{3^2+4^2}$	5
$27^{\frac{-2}{3}}3^2$	1	$4^2 64^{\frac{-2}{3}}$	1
$(6\sqrt{3})^3$	$648\sqrt{3}$	$(7\sqrt{2})^2$	98
$\frac{5^{-1}\cdot 8^{\frac{-2}{3}}}{8^0}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{((29)^3)^0}{16^{\frac{3}{4}}\cdot 2^{-4}}$	2
Уровень II		**Уровень II**	
$\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}$	6	$\sqrt{25}+\sqrt[5]{-32}$	3
$\sqrt[3]{54\cdot 32}-\sqrt{8\cdot 162}$	-24	$(-2\sqrt{11})^2$	44
$\frac{6}{\sqrt{2}}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{36a^3}\cdot\sqrt{81a^5}$ при $a=\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{8}$
$(2-\sqrt{3})^2$	$7-4\sqrt{3}$	$(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+3)$	-7
$-0{,}064^{\frac{1}{3}}0{,}49^{\frac{1}{2}}$	-0,28	$125^{\frac{1}{3}}\ 16^{\frac{3}{4}}-36^{\frac{1}{2}}$	34

Бисултанова Х.Р.

Самостоятельная работа

Вариант №1

1. Вычислите $81^{\frac{1}{4}} \cdot 32^{\frac{2}{5}}$.
   1) 6 2) 12 3) 36 4) 24

2. Вычислите $5(125)^{\frac{1}{3}} - 2(243)^{\frac{1}{5}}$.
   1) 19 2) 31 3) 28 4) 7

3. Упростите выражение[1] $2c^2 - \dfrac{2c^{\frac{8}{3}}}{c^{\frac{2}{3}}}$.
   1) $2c^{\frac{4}{3}}$ 2) $c^{\frac{2}{3}}$ 3) 0 4) $2c$

4. Упростите выражение $\dfrac{8k^3 \cdot k^{3\frac{1}{2}}}{k^{-2\frac{1}{2}}}$.
   1) $8k^7$ 2) $8k^4$ 3) $8k^8$ 4) $8k^9$

5. Найдите значение выражения $(0{,}2)^{-2p} : (0{,}2)^p$ при $p = -1$.
   1) 0,008 2) 0,0008 3) 0,08 4) 125

6. Значение выражения $\dfrac{\left(0{,}216^{\frac{4}{9}}\right)^{\frac{3}{2}}}{0{,}09^{\frac{3}{4}} \cdot 0{,}027^{\frac{1}{6}}}$ принадлежит промежутку
   1) $[0;\ 0{,}04]$ 2) $(0{,}4;\ 1)$ 3) $[3;\ 4]$ 4) $[16;\ 20)$

7. Сократите дробь $\dfrac{2a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - 3a^{-\frac{1}{3}}}$.
   1) $2(a-3)^{-1}$ 2) $2(\sqrt[3]{a} - 3)^{-1}$ 3) $\dfrac{a}{a^{\frac{1}{3}}}$ 4) $-\dfrac{2}{3}$

8. Найдите значение выражения $4 \cdot (80 + 7^0)^{\frac{3}{4}} - 32^{\frac{3}{5}}$.
   1) 100 2) 108 3) 116 4) 28

Бисултанова Х.Р.

Самостоятельная работа

Вариант №2

1. Вычислите $(125)^{\frac{1}{3}} - (64)^{\frac{2}{3}}$.

1) -11 2) -3 3) 17 4) -5

2. Вычислите $\frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-18}}$.

1) 7^{-33} 2) 343 3) 21 4) 249

3. Упростите выражение $(32x^{-10})^{-\frac{3}{5}}$.

1) $8x^6$ 2) $\frac{1}{8}x^{-\frac{13}{5}}$ 3) $\frac{x^{\frac{7}{5}}}{8}$ 4) $\frac{x^6}{8}$

4. Выполните действия: $\left(5a^{\frac{3}{11}}\right)^4 + 4a^{\frac{12}{11}}$.

1) $629a^{\frac{12}{11}}$ 2) $9a^{\frac{12}{11}}$ 3) $9a^{\frac{24}{11}}$ 4) $629a^{\frac{25}{11}}$

5. Найдите значение выражения $\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x - y}$ при $x = 4$, $y = 9$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.

1) $\frac{1}{5}$ 2) $-0{,}2$ 3) $1{,}2$ 4) $0{,}2$

6. Сократите дробь $\frac{a^{\frac{5}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}}$.

1) $a - 1$ 2) $a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} + 1$ 3) $a + 1$ 4) $\frac{a^{-\frac{1}{3}}}{a - 1}$

7. Укажите промежуток, которому принадлежит значение выражения $\frac{b^{\frac{3}{2}}}{(3 \cdot 2)^{-3} \cdot \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^3} - 2{,}34$.

1) $(-1;\ 0)$ 2) $(213;\ 214)$ 3) $(122;\ 123)$ 4) $(-3;\ -2)$

8. Найдите наибольшее из чисел $0{,}5^2$; $0{,}5^3$; $(-0{,}5)^{-5}$; $(-0{,}5)^{-6}$.

1) $0{,}5^2$ 2) $0{,}5^3$ 3) $(-0{,}5)^{-5}$ 4) $(-0{,}5)^{-6}$

Бисултанова Х.Р.

Эталоны ответов к заданиям для самостоятельной работы и критерии оценивания

Ответы:

Вар.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
I	2	1	3	1	4	2	2	3
II	1	2	4	2	2	3	3	2

Критерии оценки:

40-38 баллов – оценка **«5»**

37-32 балла – оценка **«4»**

31-16 баллов – оценка **«3»**

15-1 балла-оценка **«2»** или **«1»**

Рефлексия

Закончи предложения

1) *Сегодня я узнал….*
2) *Было интересно…*
3) *Было трудно…*
4) *Теперь я могу…*
5) *Я попробую…*

•

Домашнее задание:

выучить теоретический материал;

выполнить задания стр. 222, №432 по №436 на выбор.

критерии оценок за письменные упражнения домашней работы:

«5» баллов – верно решены №435 и любые 2 упр.;

«4» балла – верно решены заданя из 2-х упр.;

«3» балла – верно решены задания из 1-го упр.

Всем спасибо за внимание!

До