

# Степень с рациональным показателем

Преподаватель математики  
Московского колледжа (филиала) 177  
Бисултанова Хеди Рамазановна  
г. Сургут

# Цели и задачи урока

- 1) **формирование знаний о степени с рациональным показателем и о свойствах степени с рациональным показателем.**
- 2) **формировать понятие о степени с рациональным показателем, изучить основные свойства степени с действительным и рациональным показателями;**
- 3) **способствовать выработке навыков решения задач, содержащих степень с рациональным показателем;**
- 4) **формировать умение находить значение степени с рациональным показателем, проводить по известным свойствам и правилам преобразование буквенных выражений, включающих степени.**





*«Пусть кто-нибудь попробует вычеркнуть  
из математики степени, и он увидит,  
что без них далеко не уедешь »*

*М.В.Ломоносов*

# Повторение: «Решение систем иррациональных уравнений»

1. Что требуется для полученных значений переменной при решении систем иррациональных уравнений? (*проверка*)
2. Способ, которым проводится проверка системы иррациональных уравнений. (*подстановка*)
3. Как называется знак корня? (радикал)
4. Сколько решений имеет уравнение  $x^2 = a$ , если  $a < 0$ ? (*ноль*)
5. Как называется уравнение в которых под знаком корня содержится переменная? (*иррациональное*)
6. Сколько решений имеет уравнение  $x^2 = 0$  (*1 решение*)
7. Корень какой степени существует из любого числа? (*нечетной*)
8. Сколько решений имеет уравнение  $x^2 = a$ , если  $a > 0$ ? (*2 решения*)
9. Как называется корень системы уравнения, который получается в результате неравносильных преобразований? (*посторонний*)
10. Корень какой степени существует только из неотрицательного числа? (*четной*)



# Напомним свойства степеней с действительным показателем

Для любых чисел  $a$ ,  $b$  и любых целых чисел  $m$  и  $n$  справедливы равенства:

.

## Определение

Степенью числа  $a > 0$  с рациональным показателем  $r = \frac{m}{n}$ , где  $m$  — целое число, а  $n$  — натуральное ( $n > 1$ ), называется число  $\sqrt[n]{a^m}$

Итак, по определению:  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Степень числа 0 определена только для положительных показателей; по определению  $0^r = 0$  для любого  $r > 0$ .



## *Замечание 1.*

*Из определения степени с рациональным показателем сразу следует, что для любого положительного  $a$  и любого рационального  $r$  число  $a^r$  положительно.*

## *Замечание 2.*

*Любое рациональное число допускает различные записи его в виде дроби, поскольку для любого натурального  $k$ . Значение  $a^r$  также не зависит от формы записи рационального числа  $r$ . В самом деле, из свойств корней следует, что*

$$a^{\frac{mk}{nk}} = \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

### Замечание 3.

При  $a < 0$  рациональная степень числа  $a$  не определяется, и это не случайно. Если бы мы сочли верной формулу (1) и для  $a < 0$ , то, например, значение  $(-8^{\frac{1}{3}})$  равнялось бы  $\sqrt[3]{-8}$ , т. е.  $-2$ . Но, с другой стороны,  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ , и поэтому должно выполняться равенство:  $-2 = (-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{8^2} = 2$



# Дифференцированные задания

## Вариант 1

Вычислите:

Уровень I	
$(-2)^{-2}$	
$\sqrt{5^2 - 4^2}$	
$27^{-\frac{2}{3}} \cdot 3^2$	
$(6\sqrt{3})^3$	
$\frac{5^{-1} \cdot 8^{\frac{-2}{3}}}{8^0}$	
Уровень II	
$\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$	
$\sqrt[3]{54 \cdot 32} - \sqrt{8 \cdot 162}$	
$\frac{6}{\sqrt{2}}$	
$(2 - \sqrt{3})^2$	
$-0,064^{\frac{1}{3}} \cdot 0,49^{\frac{1}{2}}$	

## Вариант 2

Вычислите:

Уровень I	
$(-3)^{-2}$	
$\sqrt{3^2 + 4^2}$	
$4^2 \cdot 64^{\frac{-2}{3}}$	
$(7\sqrt{2})^2$	
$\frac{((29)^3)^0}{16^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{-4}}$	
Уровень II	
$\sqrt{25} + \sqrt[5]{-32}$	
$(-2\sqrt{11})^2$	
$\sqrt{36a^3} \cdot \sqrt{81a^5}$	
при $a = \frac{1}{2}$	
$(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} + 3)$	
$125^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} - 36^{\frac{1}{2}}$	

Бисултанова Х.Р.

<b>ВАРИАНТ 1</b> <b>Уровень I</b>	<b>ответ</b>	<b>ВАРИАНТ 2</b> <b>Уровень I</b>	<b>ответ</b>
$(-2)^{-2}$	$\frac{1}{4}$	$(-3)^{-2}$	$\frac{1}{9}$
$\sqrt{5^2 - 4^2}$	3	$\sqrt{3^2 + 4^2}$	5
$27^{\frac{-2}{3}} 3^2$	1	$4^2 64^{\frac{-2}{3}}$	1
$(6\sqrt{3})^3$	$648\sqrt{3}$	$(7\sqrt{2})^2$	98
$\frac{5^{-4} \cdot 8^{\frac{-2}{3}}}{8^0}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{((29)^3)^0}{16^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{-4}}$	2
<b>Уровень II</b>		<b>Уровень II</b>	
$\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$	6	$\sqrt{25} + \sqrt[3]{-32}$	3
$\sqrt[3]{54 \cdot 32} - \sqrt{8 \cdot 162}$	-24	$(-2\sqrt{11})^2$	44
$\frac{6}{\sqrt{2}}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{36a^3} \cdot \sqrt{81a^5}$ при $a = \frac{1}{2}$	$3\frac{3}{8}$
$(2 - \sqrt{3})^2$	$7 - 4\sqrt{3}$	$(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} + 3)$	-7
$-0,064^{\frac{1}{3}} 0,49^{\frac{1}{2}}$	-0,28	$125^{\frac{1}{3}} 16^{\frac{3}{4}} - 36^{\frac{1}{2}}$	34

Бисултанова Х.Р.



# Самостоятельная работа

## Вариант №1

1. Вычислите  $81^{\frac{1}{4}} \cdot 32^{\frac{2}{5}}$ .

- 1) 6                                      2) 12                                      3) 36                                      4) 24

2. Вычислите  $5(125)^{\frac{1}{3}} - 2(243)^{\frac{1}{5}}$ .

- 1) 19                                      2) 31                                      3) 28                                      4) 7

3. Упростите выражение  $2c^2 - \frac{2c^{\frac{8}{3}}}{c^{\frac{2}{3}}}$ .

- 1)  $2c^{\frac{4}{3}}$                                       2)  $c^{\frac{2}{3}}$                                       3) 0                                      4)  $2c$

4. Упростите выражение  $\frac{8k^3 \cdot k^{3\frac{1}{2}}}{k^{-2\frac{1}{2}}}$ .

- 1)  $8k^7$                                       2)  $8k^4$                                       3)  $8k^8$                                       4)  $8k^9$

5. Найдите значение выражения  $(0,2)^{-2p} : (0,2)^p$  при  $p = -1$ .

- 1) 0,008                                      2) 0,0008                                      3) 0,08                                      4) 125

6. Значение выражения  $\frac{(0,216^{\frac{4}{9}})^{\frac{3}{2}}}{0,09^{\frac{3}{4}} \cdot 0,027^{\frac{1}{6}}}$  принадлежит промежутку

- 1)  $[0; 0,04]$                                       2)  $(0,4; 1)$                                       3)  $[3; 4]$                                       4)  $[16; 20)$

7. Сократите дробь  $\frac{2a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - 3a^{-\frac{1}{3}}}$ .

- 1)  $2(a - 3)^{-1}$                                       2)  $2(\sqrt[3]{a} - 3)^{-1}$                                       3)  $\frac{a}{a^{\frac{1}{3}}}$                                       4)  $-\frac{2}{3}$

8. Найдите значение выражения  $4 \cdot (80 + 7^0)^{\frac{3}{4}} - 32^{\frac{3}{5}}$ .

- 1) 100                                      2) 108                                      3) 116                                      4) 28

# Самостоятельная работа

## Вариант №2

- Вычислите  $(125)^{\frac{1}{3}} - (64)^{\frac{2}{3}}$ .  
1) -11                      2) -3                      3) 17                      4) -5
- Вычислите  $\frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-15}}$ .  
1)  $7^{-33}$                       2) 343                      3) 21                      4) 249
- Упростите выражение  $(32x^{-10})^{-\frac{3}{5}}$ .  
1)  $8x^6$                       2)  $\frac{1}{8}x^{-\frac{13}{5}}$                       3)  $\frac{x^7}{8}$                       4)  $\frac{x^6}{8}$
- Выполните действия:  $(5a^{\frac{3}{11}})^4 + 4a^{\frac{12}{11}}$ .  
1)  $629a^{\frac{12}{11}}$                       2)  $9a^{\frac{12}{11}}$                       3)  $9a^{\frac{24}{11}}$                       4)  $629a^{\frac{25}{11}}$
- Найдите значение выражения  $\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x - y}$  при  $x = 4$ ,  $y = 9$ . Ответ запишите в виде десятичной дроби.  
1)  $\frac{1}{5}$                       2) -0,2                      3) 1,2                      4) 0,2
- Сократите дробь  $\frac{a^{\frac{5}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}}$ .  
1)  $a - 1$                       2)  $a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} + 1$                       3)  $a + 1$                       4)  $\frac{a^{-\frac{1}{3}}}{a - 1}$
- Укажите промежуток, которому принадлежит значение выражения  $\frac{b^{\frac{3}{2}}}{(3 \cdot 2)^{-3} \cdot (b^{\frac{1}{2}})^3} - 2,34$ .  
1) (-1; 0)                      2) (213; 214)                      3) (122; 123)                      4) (-3; -2)
- Найдите наибольшее из чисел  $0,5^2$ ;  $0,5^3$ ;  $(-0,5)^{-5}$ ;  $(-0,5)^{-6}$ .  
1)  $0,5^2$                       2)  $0,5^3$                       3)  $(-0,5)^{-5}$                       4)  $(-0,5)^{-6}$



## Эталоны ответов к заданиям для самостоятельной работы и критерии оценивания

### Ответы:

Вар.	1	2	3	4	5	6	7	8
I	2	1	3	1	4	2	2	3
II	1	2	4	2	2	3	3	2

### Критерии оценки:

40-38 баллов – оценка «5»

37-32 балла – оценка «4»

31-16 баллов – оценка «3»

15-1 балла-оценка «2» или «1»

# Рефлексия

## *Закончи предложения*

- 1) Сегодня я узнал....*
- 2) Было интересно...*
- 3) Было трудно...*
- 4) Теперь я могу...*
- 5) Я попробую...*



## **Домашнее задание:**

выучить теоретический материал;

выполнить задания стр. 222, №432 по №436 на выбор.

## **критерии оценок за письменные упражнения домашней работы:**

«5» баллов – верно решены №435 и любые 2 упр.;

«4» балла – верно решены задания из 2-х упр.;

«3» балла – верно решены задания из 1-го упр.

*Всем спасибо за внимание!*

*До*



Бисултанова Х.Р.