

*Идите, идите вперёд, уверенность придёт к вам позже...*

Д'Ламбер

Тема урока:

Обратные  
тригонометрические  
функции

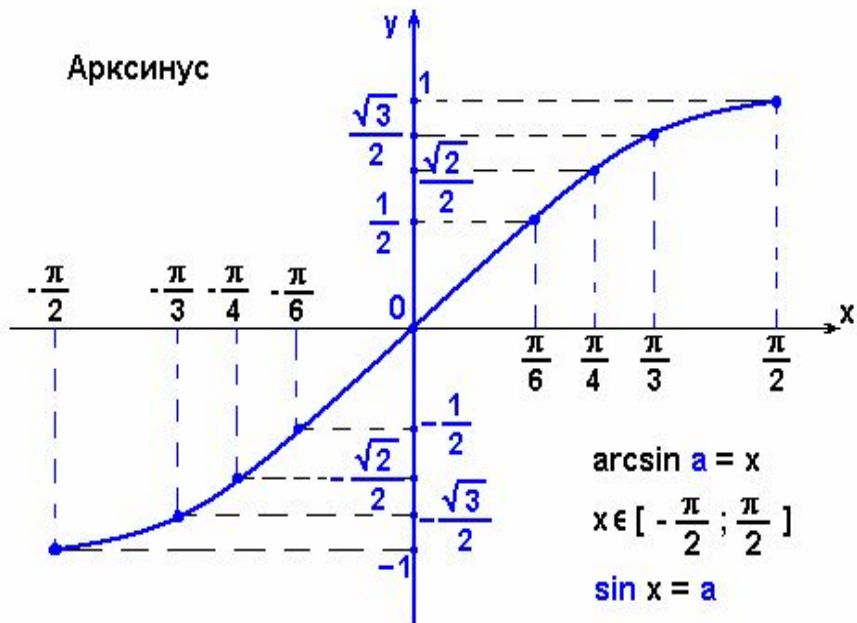


Zone

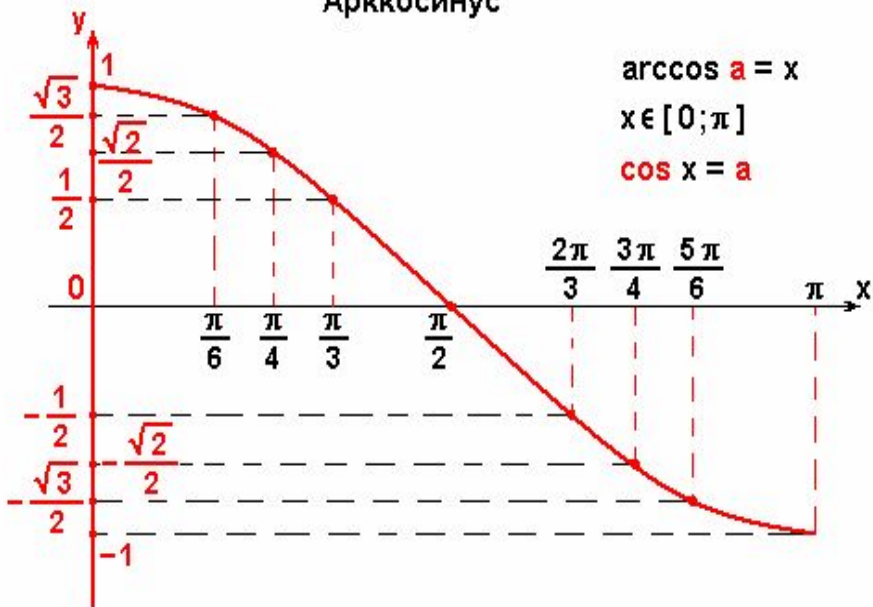


# Арксинус и Арккосинус

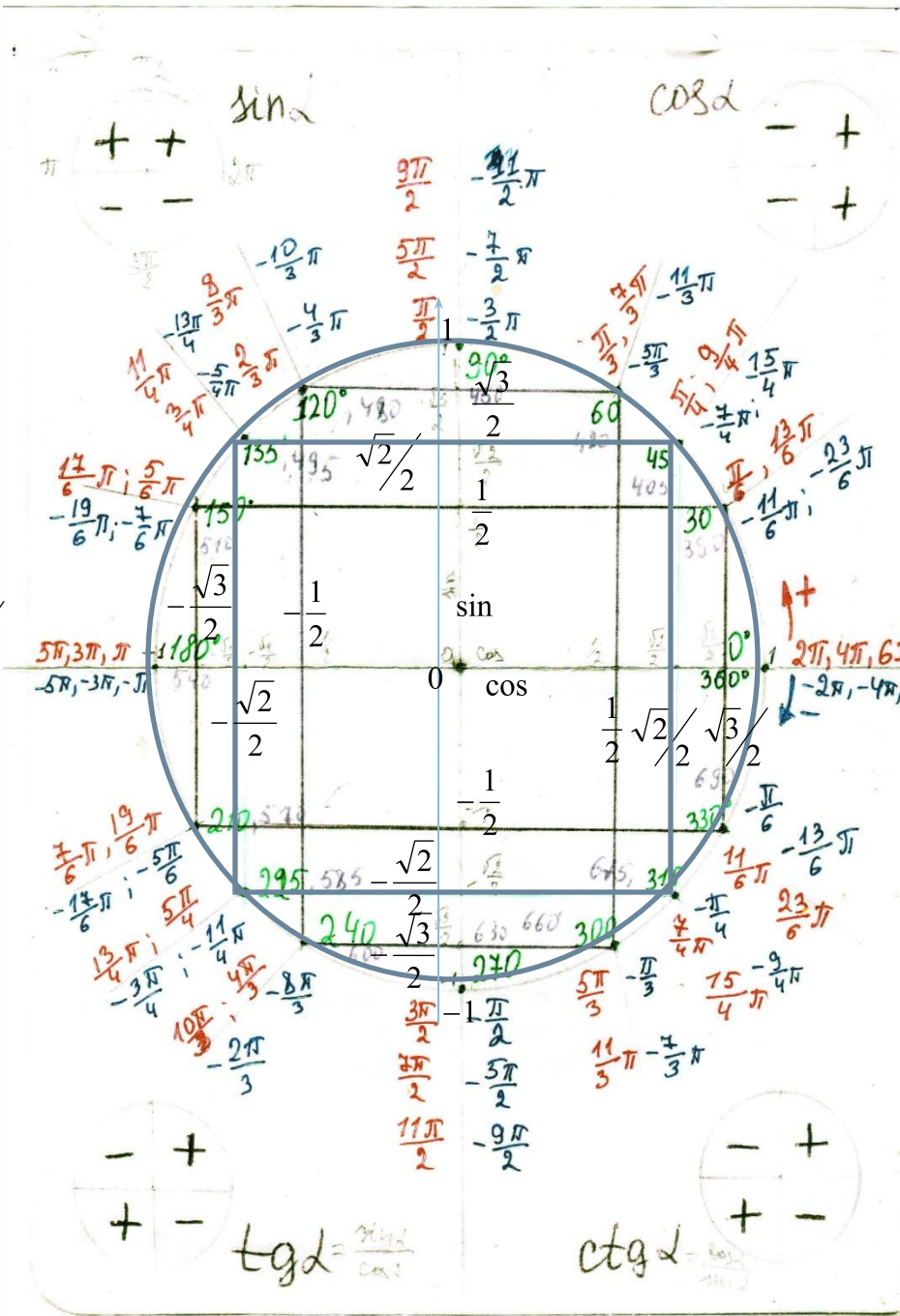
Арксинус



Арккосинус



$\frac{\sqrt{3}}{2}$



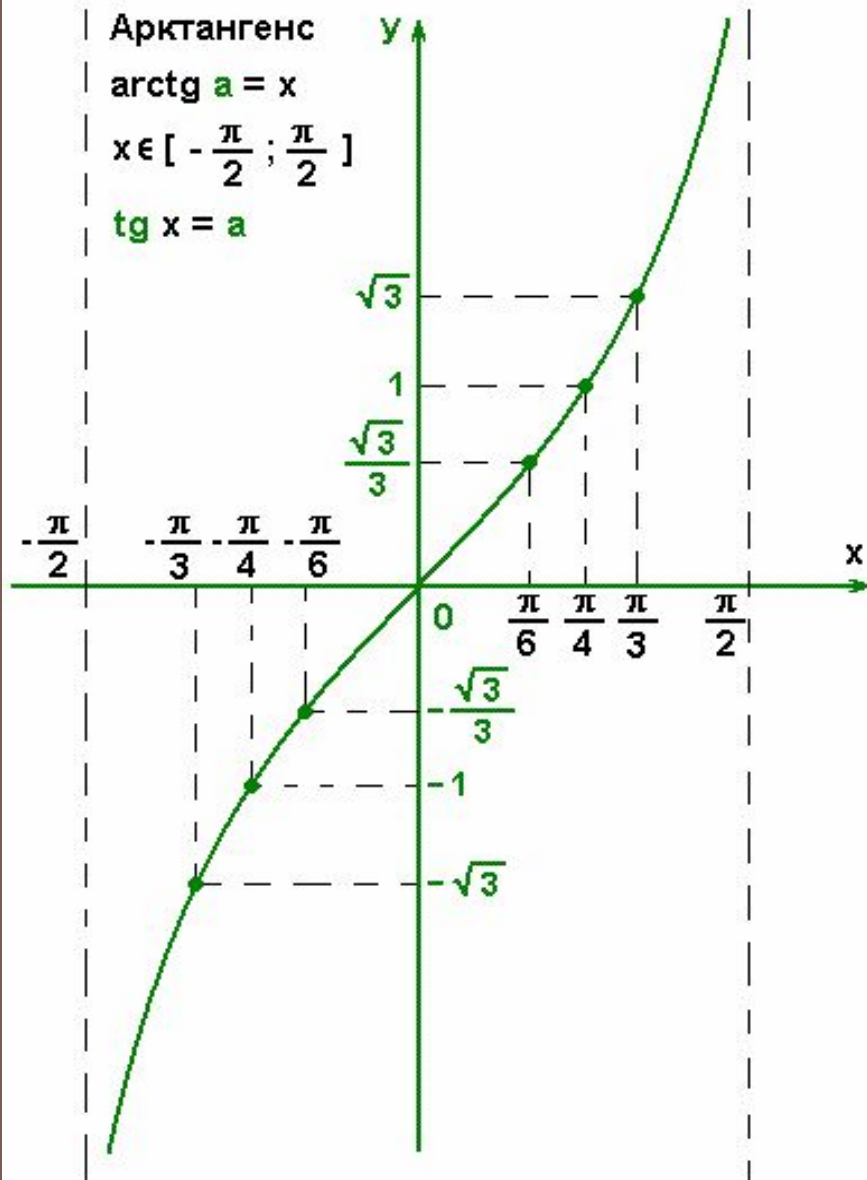
## Арктангенс и арккотангенс

Арктангенс

$$\operatorname{arctg} a = x$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\operatorname{tg} x = a$$

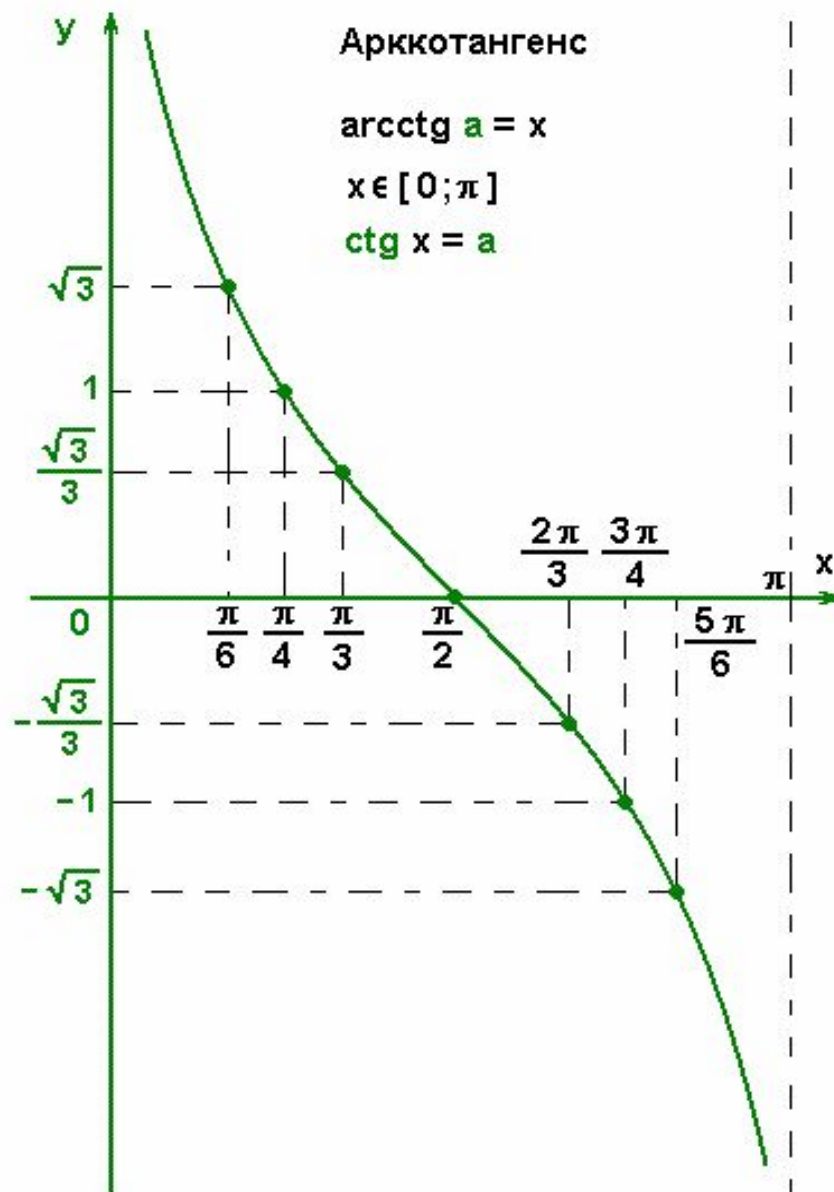


Арккотангенс

$$\operatorname{arcctg} a = x$$

$$x \in [0; \pi]$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$



# Тестирование:

1. Вычислить  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Вычислить  $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$

3. Вычислить  $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

4. Вычислить  $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

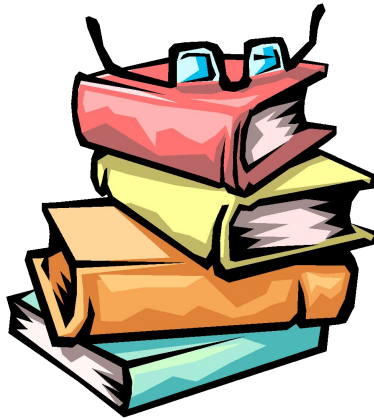
5. Вычислить  $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$

6. Вычислить  $\operatorname{arcctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

7. Вычислить  $\arccos 0 + \arcsin(-1) + \operatorname{arctg}(-1)$

8. Вычислить  $\arccos \sqrt{3}$

Варианты ответов:



а)  $\frac{\pi}{3}$  б)  $\frac{\pi}{6}$  в)  $\frac{\pi}{4}$  г)  $\frac{\pi}{2}$

а)  $\frac{\pi}{3}$  б)  $\frac{2\pi}{3}$  в)  $-\frac{\pi}{3}$  г)  $-\frac{\pi}{6}$

а)  $\frac{\pi}{3}$  б)  $\frac{5\pi}{6}$  в)  $\frac{\pi}{4}$  г)  $\frac{\pi}{2}$

а)  $-\frac{\pi}{4}$  б)  $\frac{3\pi}{4}$  в)  $\frac{\pi}{4}$  г)  $\frac{\pi}{2}$

а)  $\frac{2\pi}{3}$  б)  $-\frac{\pi}{3}$  в)  $\frac{\pi}{6}$  г)  $-\frac{\pi}{6}$

а)  $\frac{5\pi}{6}$  б)  $\frac{3\pi}{4}$  в)  $\frac{2\pi}{3}$  г)  $-\frac{\pi}{6}$

а)  $-\frac{\pi}{4}$  б)  $\frac{7\pi}{4}$  в)  $\frac{5\pi}{4}$  г)  $-\frac{5\pi}{4}$

а)  $\frac{\pi}{3}$  б)  $\frac{\pi}{6}$  в)  $\frac{\pi}{4}$  г)  $\frac{\pi}{2}$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |

Проверь  
и оцени .

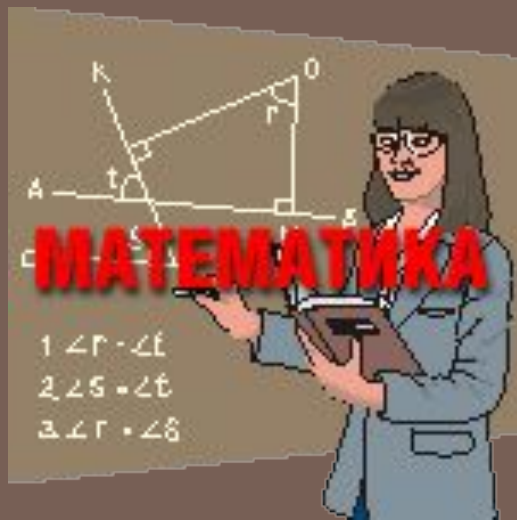
Критерии отметки:

8- «5»,

7,6- «4»,

5,4- «3»

0,1,2,3- «2»



1)

# № Вопросы

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  |
|---|---|---|---|---|---|---|----|
| а | г | б | в | б | а | а | -- |

Правильный  
вариант ответа



## Свойства обратных тригонометрических функций

- функция  $\arcsin m$  нечетная, поэтому  $\arcsin (-m) = -\arcsin m$ ;
- функция  $\arccos m$  ни четная, ни нечетная, поэтому  $\arccos(-m) = \pi - \arccos m$ ;
- функция  $\operatorname{arctg} m$  нечетная, поэтому  $\operatorname{arctg} (-m) = -\operatorname{arctg} m$ ;
- функция  $\operatorname{arcctg} m$  ни четная, ни нечетная, поэтому  $\operatorname{arcctg}(-m) = \pi - \operatorname{arcctg} m$

- Тригонометрические функции от одного и того же аргумента выражаются алгебраически одна через другую, поэтому в результате выполнения какой-либо тригонометрической операции над любой из аркфункций получается алгебраическое выражение.
- В силу определения аркфункций:

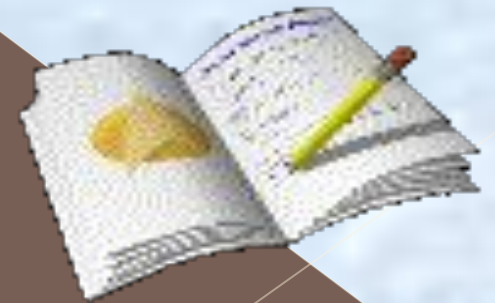
$$\begin{aligned}\sin(\arcsin(x)) &= x, \\ \cos(\arccos(x)) &= x,\end{aligned}$$

(справедливо только для  $x \in [-1;1]$  ).

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(x)) = x,$$

$$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg}(x)) = x,$$

(справедливо при любых  $x$  ).



# Соотношения обратных тригонометрических функций

$$\arcsin m + \arccos m = \pi/2, |m| \leq 1$$

$$\operatorname{arctg} m + \operatorname{arcctg} m = \pi/2, m \in \mathbb{R}$$





**Доказать, что для всех  $x \in [-1; 1]$  верно**

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}.$$

**Доказательство:**

$$\arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x.$$

$$\sin(\arcsin x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \arccos x\right),$$

Воспользуемся формулой сложения для  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ :

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \arccos x\right) = 1 * \cos(\arccos x) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) * \sin(\arccos x) =$$

$$= \cos(\arccos x),$$

$$x = \cos(\arccos x),$$

$$\underline{x = x.}$$



- ◎ **Решение упражнений и задач**
- ◎ 1) Найдите значение выражения:
- ◎ а)  $\sin(\arcsin 3/5)$ ; (устно!)
- б)  $\cos(\arccos 0,59)$ ;
  
- ◎ 2) Решите уравнение:
- ◎ а).  $6 \arcsin(x^2 - 6x + 8,5) = \pi$ ;
- б)  $4 \arcsin x + \arccos x = \pi$ .



3) Вычислите:

$\arcsin 0,15;$

$\arccos 0,85;$

$\arctg(-0,65).$



# Практическая работа



**Вычисление обратных  
тригонометрических функций  
с помощью программы  
Microsoft Office Excel**

# Подведём итоги урока:

- ◎ Сегодня на уроке я повторил....
- ◎ Мы узнали новые.....
- ◎ Занятие помогло мне закрепить.....
- ◎ На уроке я научился с использованием компьютера...





## Домашнее Задание:

- 1)  $3 \arccos (x^2 - 8x + 0,5) = \pi$ ;
- 2) № 129 (б);
- 3) № 130 (а);
- 4) № 135 (а)

PS.

- Есть об алгебре молва
- Что она в порядок ум приводит.
- Потому хорошие слова
- Часто говорят о ней в народе.
- Ты нам алгебра даешь
- Для победы трудностей закалку
- Учится с тобою молодежь
- Развивать и волю и смекалку.