# Дробно-линейная функция и ее график

Пугачева Анастасия
Ученица 9 «Б» класса
МБОУ « Вознесенская СОШ №2»

## Лучший способ изучить что – либо – это открыть самому.
## Д.Пойа

**Цель работы**: изучить соответствующие теоретические материалы, выявить алгоритм построения графиков дробно-линейной.

**Задачи**: 1. сформировать понятия дробно-линейной функций на основе теоретического материала по данной теме;

2. найти методы построения графиков дробно-линейной функции;

3. показать, как можно использовать, полученные знания на практике .

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ:**

*Функцию, заданную формулой вида y=(ax+b)/(cx+d), где x - переменная, a, b, c и d- заданные числа, при c≠0, bc-ad≠0 называется*

**ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ**.

Графиком дробно-линейной функции является ***гипербола***

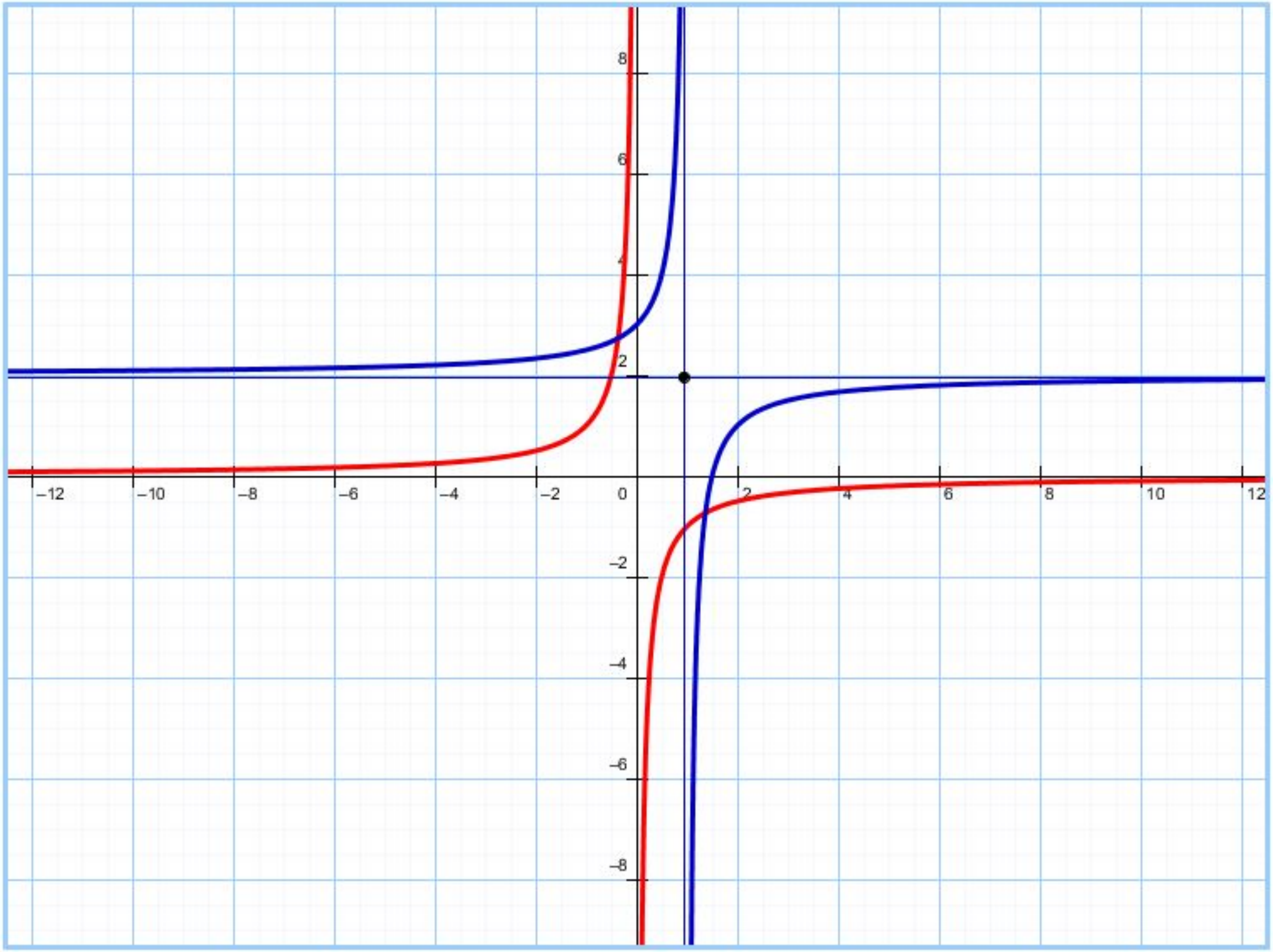
# ПЛАН ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ

- *ВЫДЕЛЯЕМ ИЗ ДРОБИ ЦЕЛУЮ ЧАСТЬ*
- *ОПРЕДЕЛЯЕМ АСИМПТОТЫ*
- *СТРОИМ ГРАФИК $y = к/x$ НА АСИМПТОТАХ КАК НА ОСЯХ*

# ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ

**ЗАДАНИЕ:** Построить график функции y = (2x-3)/(x-1)

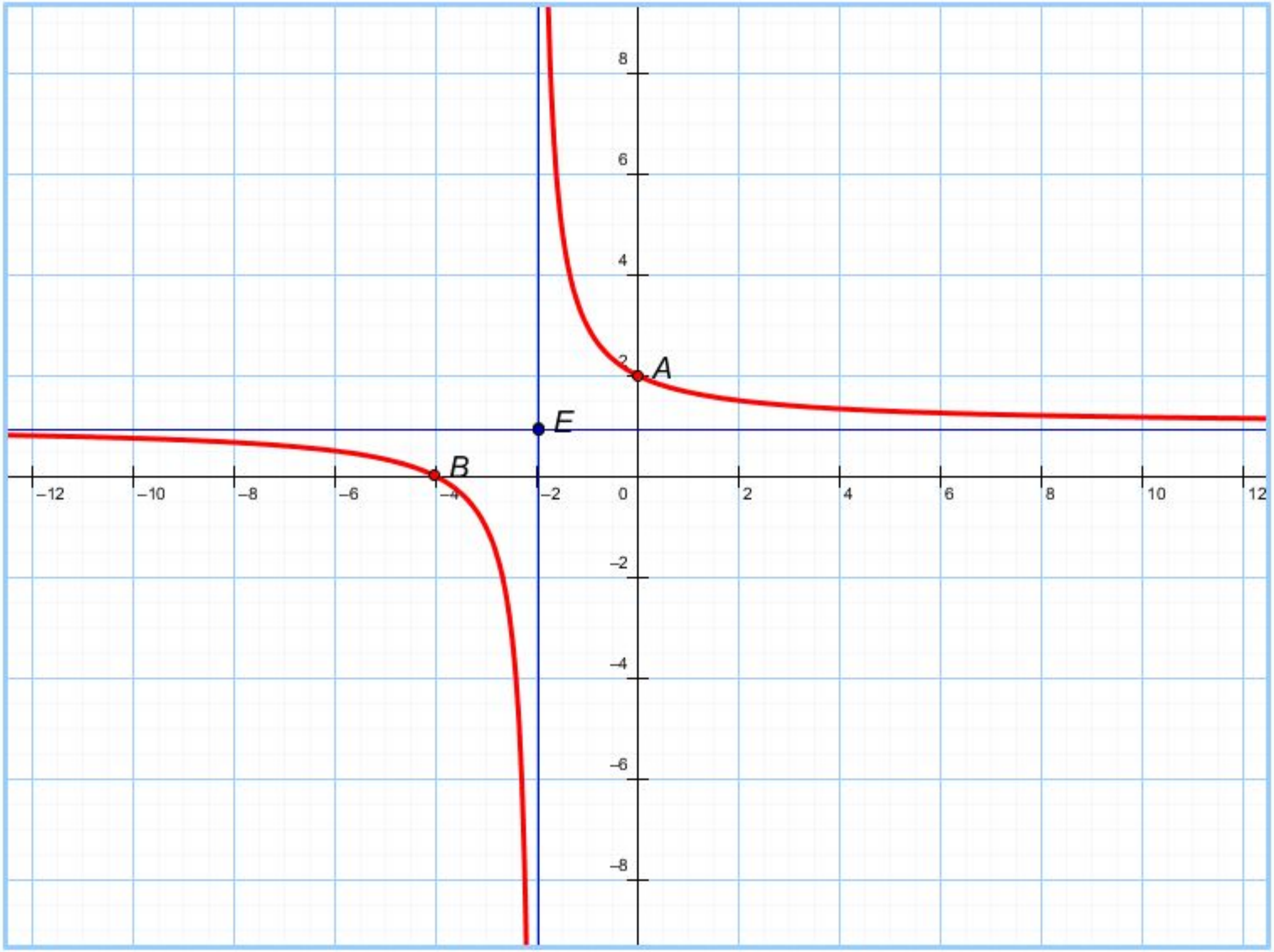
- Выделим целую часть: (2x-3)/(x-1)=(2x-2-1)/(x-1)=2-1/(x-1)
- Получаем функцию вида y= -1/(x-1) + 2
- Асимптотами являются прямые x = 1 и y =2
- Строим асимптоты, а затем на них как на осях построим график функции y= -1/x
- График на следующем слайде



8
6
4
2
0
−2
−4
−6
−8
−12
−10
−8
−6
−4
−2
2
4
6
8
10
12

# Рассмотрим еще один способ построения графика функции y = (x+4)/(x+2)

- Для этого найдем точки пересечения графика функции с осями координат. Предположим, x=0 и определим точку пересечения с осью ординат y = 2. Теперь предположим, y = 0, получим уравнение 0=x+4 и найдем точку пересечения с осью абсцисс x = -4. Построим точки A(0;2) и B(-4;0).
- Определим асимптоты графика функции. Вертикальную асимптоту находим из условия, что функция не определена, т.е. x+2=0, откуда x=-2. Поведение функции при больших значениях x ($|x| \to \infty$) определяет горизонтальную асимптоту. При таких значениях x в числители дроби можно пренебречь числом 4, в знаменателе числом 2. Тогда получаем горизонтальную асимптоту y = 1. Построим асимптоты графика x = -2 и y = 1.
- При построении графика функции учтем:
- Ветви графика симметричны относительно точки E пересечения асимптот;
- График функции не пересекает асимптоты.



8
6
4
2
A
E
B
–12
–10
–8
–6
–4
–2
0
2
4
6
8
10
12
–2
–4
–6
–8

## y =( | x | -2)/( | x+3 | -1).

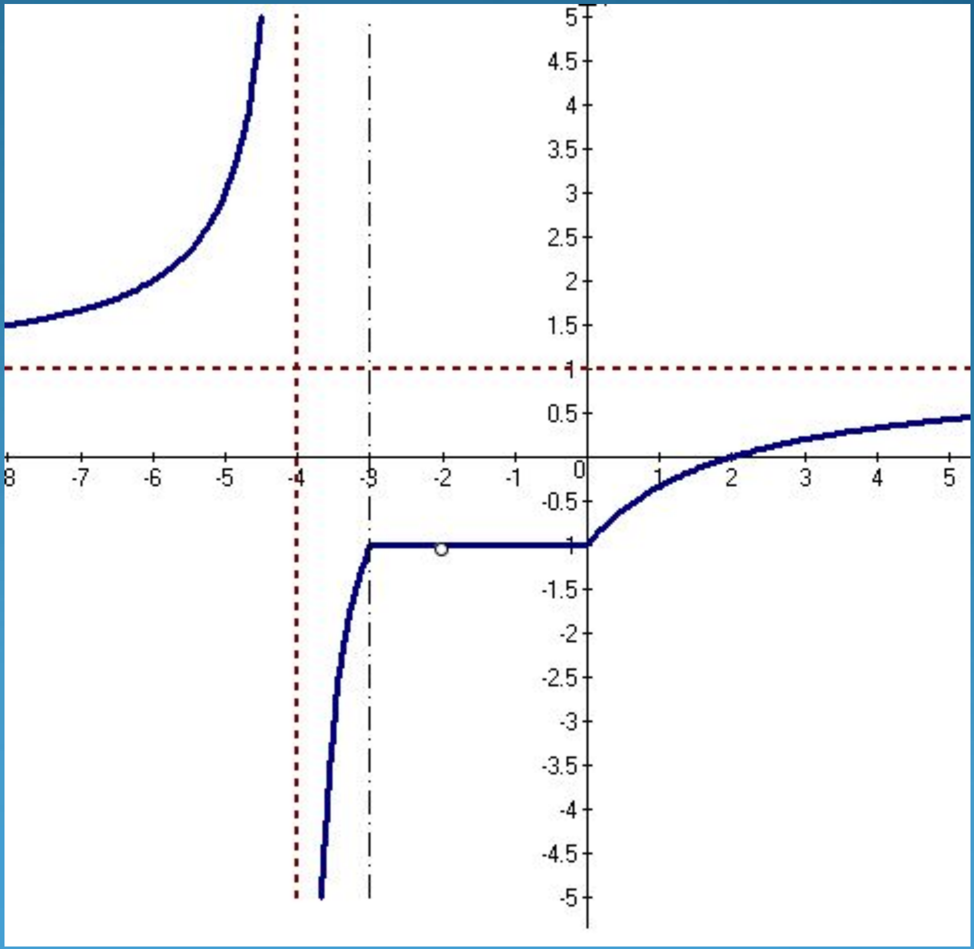
Раскроем знаки модуля и Получим:

$$y = \begin{cases} (x+2)/(x+4), & x < -3 \\ -(x+2)/(x+2), & -3 \le x \le 0 \\ (x-2)/(x+2), & x > 0 \end{cases}$$

Построим графики полученных функций: на промежутке(-∞;-3) гиперболу y=(x+2)/(x+4);

На отрезке [-3;0] прямую y=-(x+2)/(x+2), учитывая что в точке x=-2 функция не существует;

На промежутке (-3;∞) гиперболу y=(x-2)/(x+2).

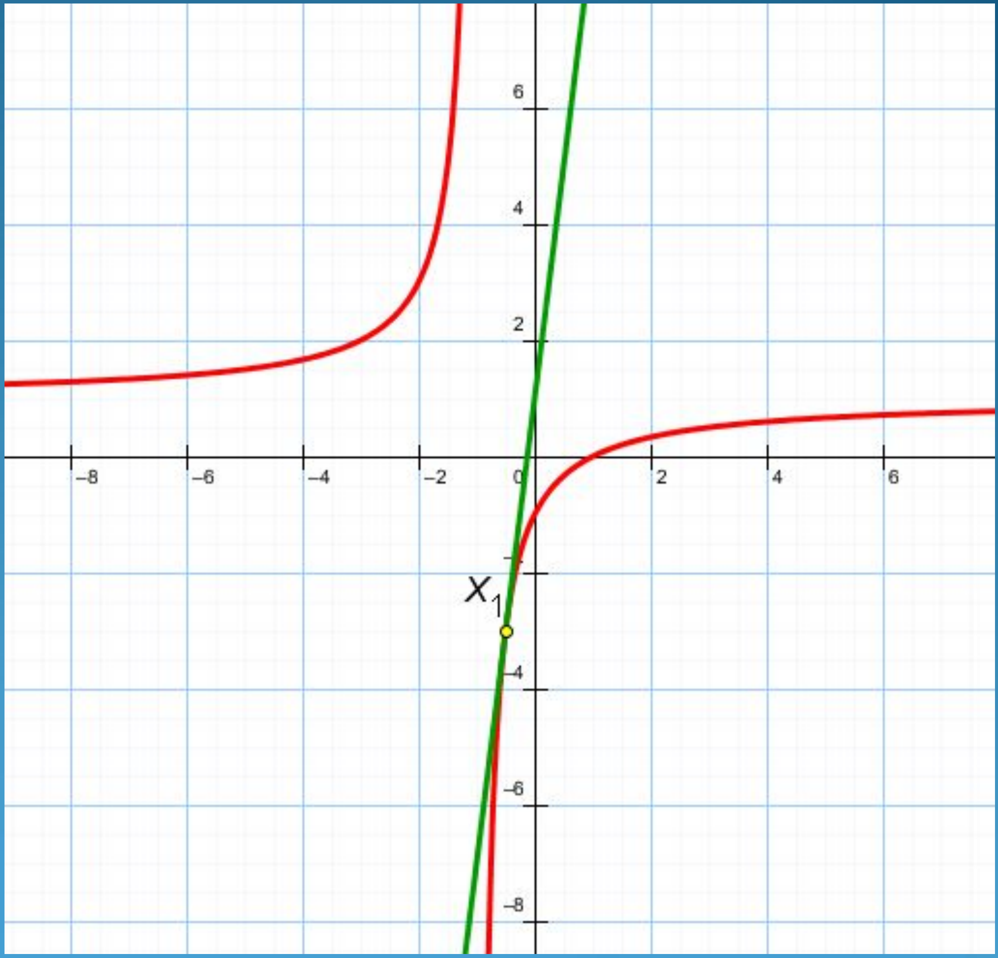


## При каком значении параметра а прямая у = ах +1 касается графика функции у = (х-1)/(х+1) ? Найти координаты точки касания. Изобразить графически.

- Мы уже знаем, что графиком функции у =(х-1)/(х+1) - является гипербола с вертикальной асимптотой х=-1 и горизонтальной асимптотой у=1.
- Графиком функции у = ах+1 является прямая. Координаты точки касания должны удовлетворять системе уравнений

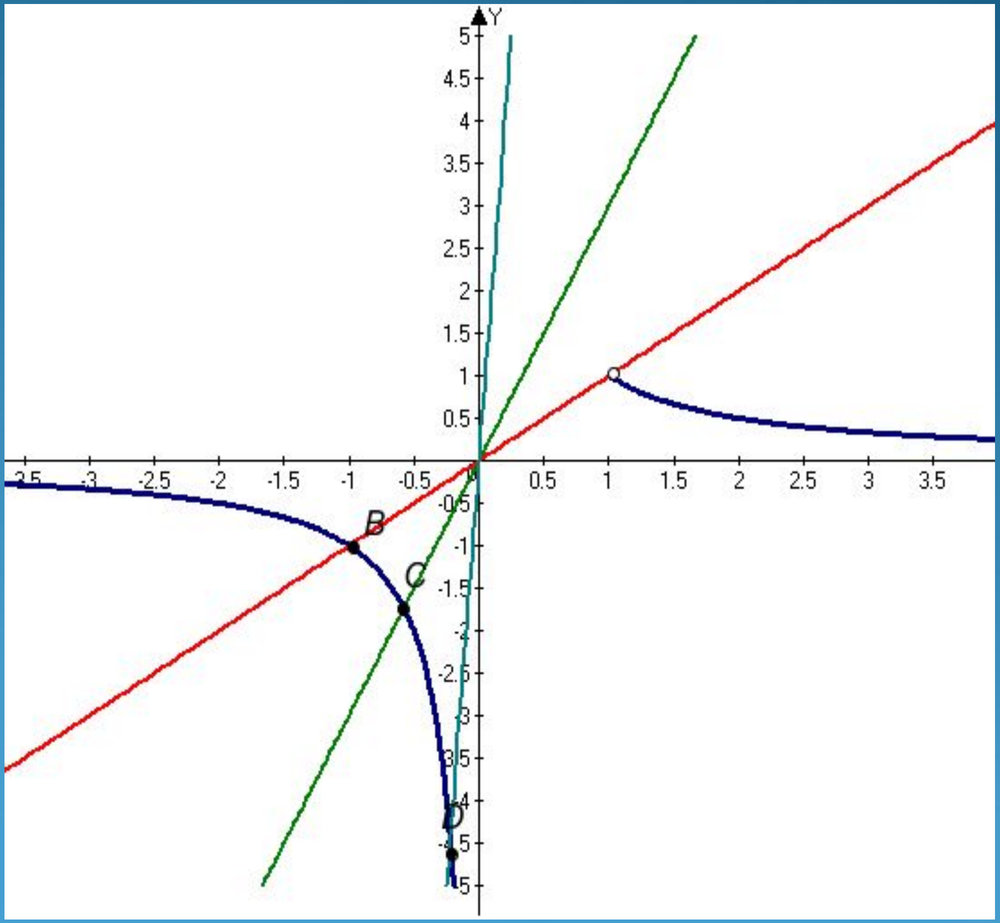
$$y = \begin{cases} ax+1 \\ (x-1)/(x+1) \end{cases}$$

- При этом система должна иметь единственное решение.



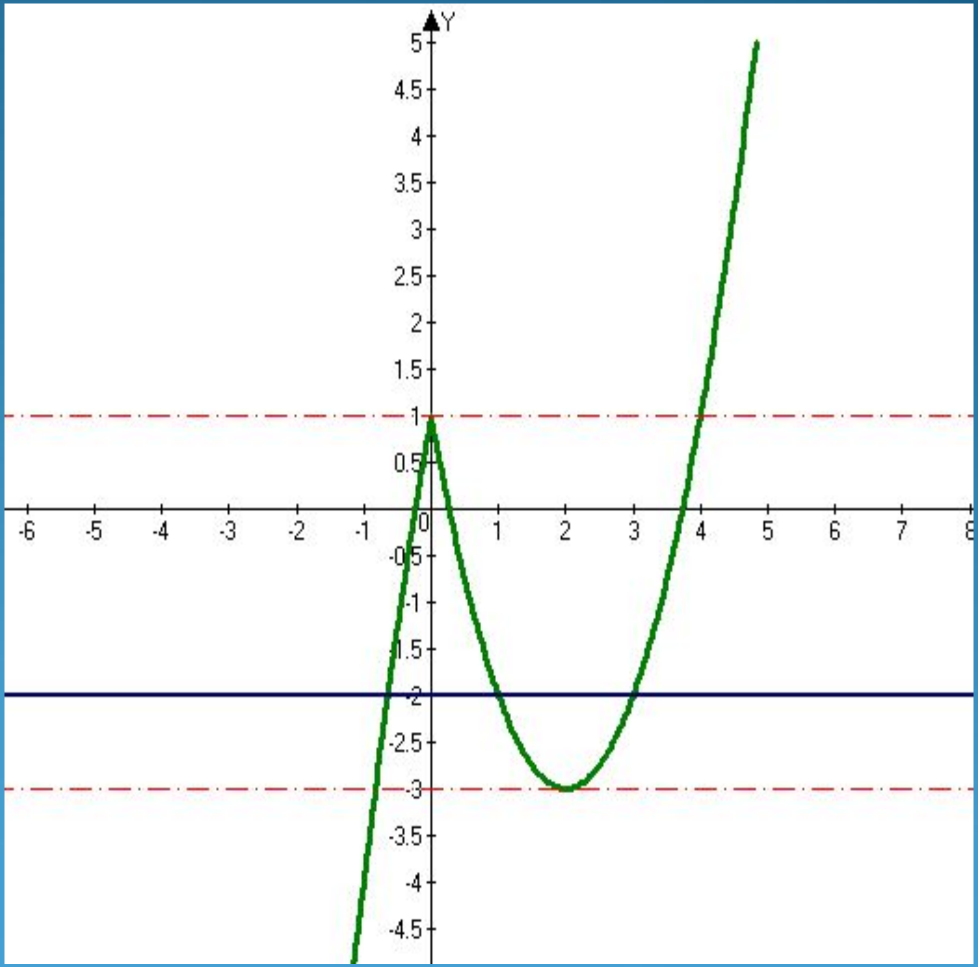
# Постройте график функции y = (x-1)/(√x²-x)² и найдите все значения k, при которых прямая y = kx имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

- Найдем область определения данной функции
- $x^2 - x > 0$ или $x(x - 1) > 0$
- Откуда получаем $x < 0$ и $x > 1$.
- Преобразуем функцию .
- $(x-1)/(\sqrt{x^2-x})^2 = (x-1)/(x\cdot(x-1)) = 1/x$
- Значит наша функция на своей ООФ принимает вид $y = 1/x$.
- Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции одну общую точку при $k \geq 1$.
- Это задание из второй части, за правильное решение, которого можно получить максимальный балл(4 балла).



Постройте график функции y = |x|(x-4) +1 и определите, при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно три общие точки.

- ООФ являются все действительные числа.
- Раскроем знак модуля:
- $y = \begin{cases} x^2-4x+1, & \text{если } x \geq 0 \\ -x^2+4x+1, & \text{если } x \leq 0 \end{cases}$
- Графиком каждой из этих функций является парабола.
- Находим координаты вершин парабол, нули функций и точки пересечения с осью y. По этим характерным точкам строим график полученной функции, учитывая знаки модуля.
- По графику видно, что прямая y=m, имеет ровно три общие точки, при m∈ (-3;1)



# Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = 2x+3|x-1| - 4|x+2| - 1$

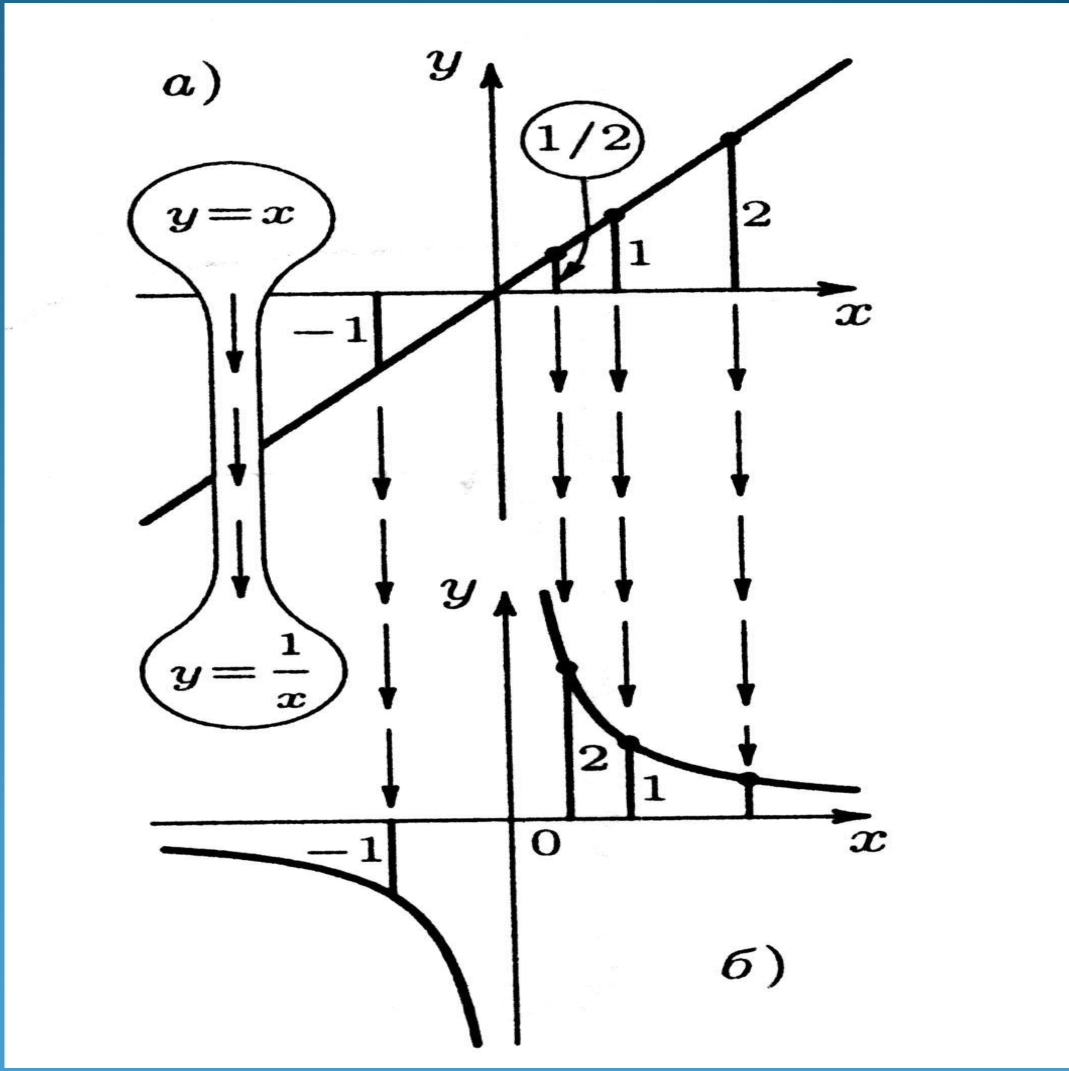
- Рассмотрим еще одну задачу из второй части, которая также оценивается максимальным баллом:
- Найдем нули функции: $x-1=0$, и следовательно $x=1$; $x+2=0$, и следовательно $x=-2$.
- Раскроем знаки модуля на каждом промежутке:
- При $x \le -2$ получаем $y = 2x - 3(x-1) + 4(x+2) - 1 = 3x+10$ – функция возрастает;
- При $-2 \le x \le 1$ получаем $y = 2x - 3(x-1) - 4(x+2) - 1 = -5x-6$ – функция убывает;
- При $x \ge 1$ получаем $y = 2x + 3(x-1) - 4(x+2) - 1 = x - 12$ – функция возрастает.
- Ответ: функция возрастает на промежутках $(-\infty;-2]$ и $[1;\infty)$, функция убывает на промежутке $[-2;1]$.

# Ещё один приём построения графиков

График функции y=1/x можно построить несколько иначе. Нарисуем график функции y=x. Заменим каждую ординату величиной, ей обратной, и отметим соответствующие точки на рисунке. Получим график y=1/x.

Нарисованная картина показывает, как маленькая (по абсолютной величине) ордината первого графика превращается в большие ординаты второго и, наоборот - большие ординаты первого в маленькие ординаты второго. Точки с ординатами, равными 1 и (- 1), остаются на месте.

Этот приём "деления" графиков бывает полезен всегда, когда у нас есть график y=f(x), а нам нужно понять, как ведёт себя функция y=1/f(x).



# Заключение

- При выполнении реферативной работы:
- - уточнила свои понятия дробно-линейной функций и выяснила, что является графиком этой функции:
- **Определение 1.**
- Дробно-линейная функция – это функция вида y=(ax+b)/(cx+d), где x – переменная, a, b, c, и d – заданные числа, причем $c\neq0$ и $bc-ad\neq0$.
- - сформировала алгоритм построения графиков этих функций;
- -рассмотрела несколько методов построения графиков;
- - научилась работать с дополнительной литературой и материалами, производить отбор научных сведений;
- - произвела разбор типовых заданий из второй части экзаменационных работ;
- - приобрела опыт выполнения графических работ на компьютере;
- - научилась составлять проблемно – реферативную работу.