

Дробно-линейная функция и ее график

Пугачева Анастасия
Ученица 9 «Б» класса
МБОУ « Вознесенская СОШ №2»

**Лучший способ изучить что – либо – это
открыть самому.
Д.Поля**

Цель работы: изучить соответствующие теоретические материалы, выявить алгоритм построения графиков дробно-линейной.

Задачи: 1. сформировать понятия дробно-линейной функций на основе теоретического материала по данной теме;

2. найти методы построения графиков дробно-линейной функции;

3. показать, как можно использовать, полученные знания на практике .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Функцию, заданную формулой вида $y = (ax + b) / (cx + d)$, где x - переменная, a , b , c и d - заданные числа, при $c \neq 0$, $bc - ad \neq 0$ называется

ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ.



Графиком дробно-линейной функции является гипербола



ПЛАН ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКА ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ

- *ВЫДЕЛЯЕМ ИЗ ДРОБИ ЦЕЛУЮ ЧАСТЬ*
- *ОПРЕДЕЛЯЕМ АСИМПТОТЫ*
- *СТРОИМ ГРАФИК $y = k/x$ НА АСИМПТОТАХ КАК НА ОСЯХ*

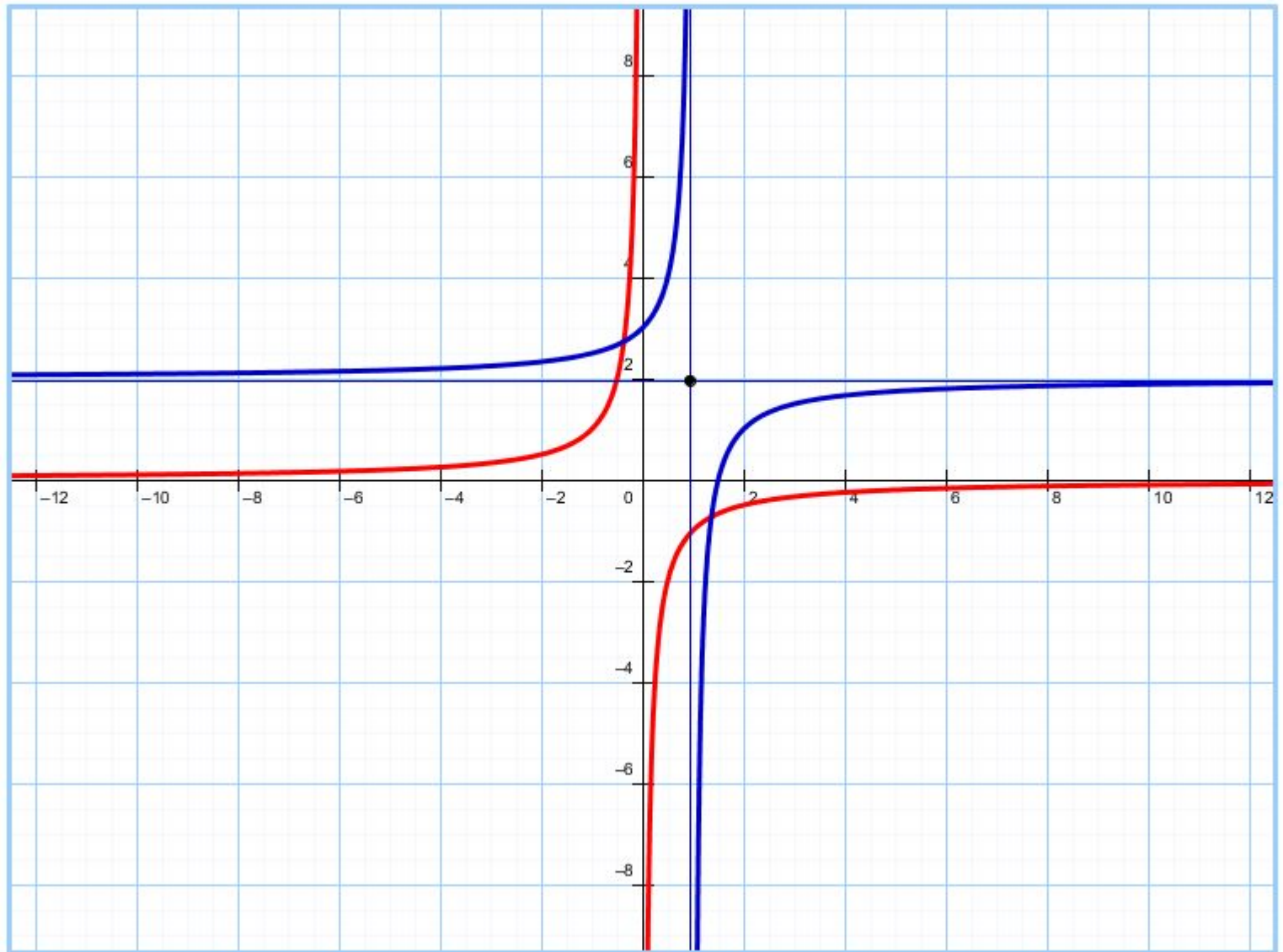


ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ

ЗАДАНИЕ: Построить график функции $y = (2x-3)/(x-1)$

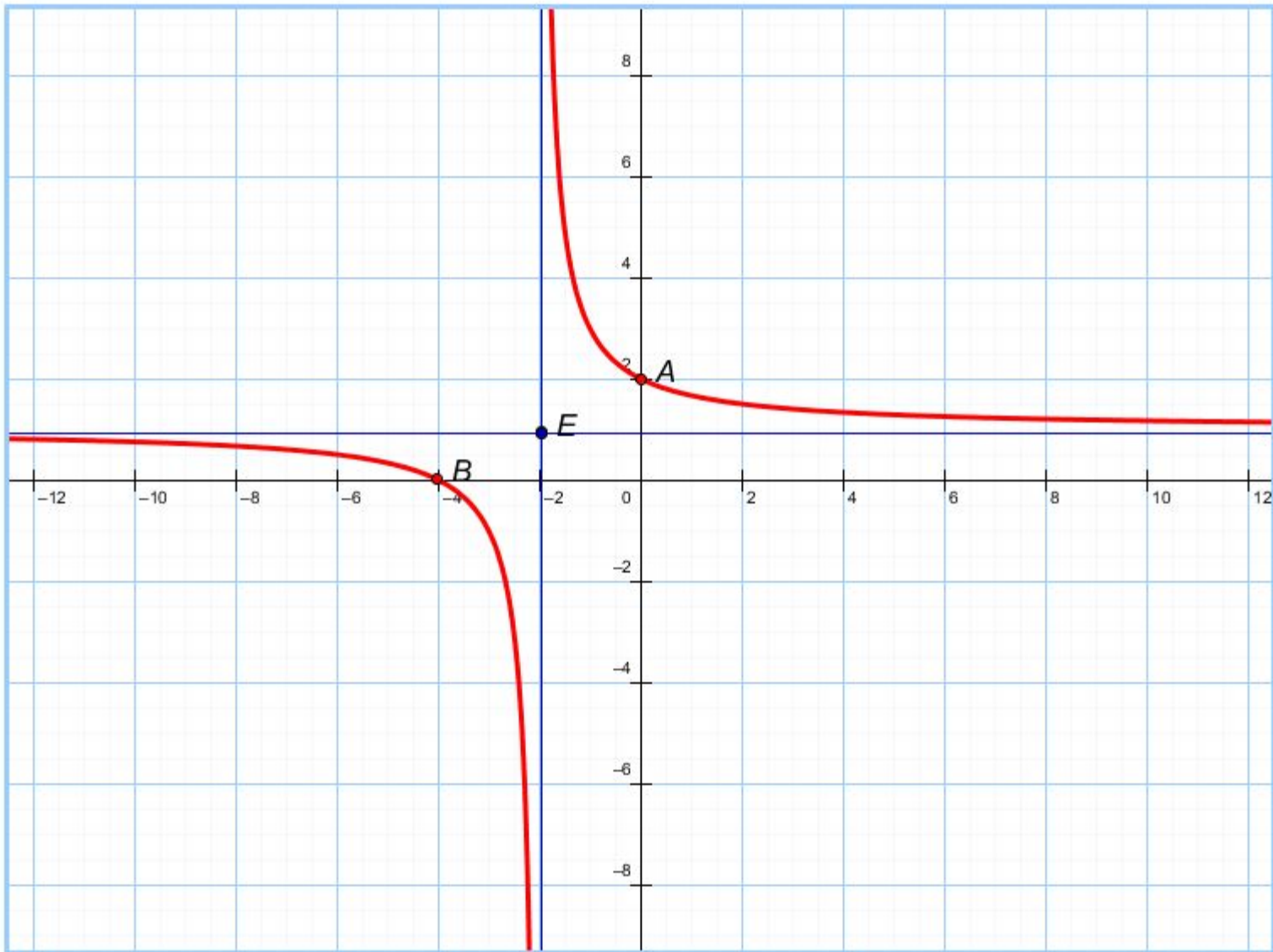
- Выделим целую часть: $(2x-3)/(x-1) = (2x-2-1)/(x-1) = 2 - 1/(x-1)$
- Получаем функцию вида $y = -1/(x-1) + 2$
- Асимптотами являются прямые $x = 1$ и $y = 2$
- Строим асимптоты, а затем на них как на осях построим график функции $y = -1/x$
- График на следующем слайде





Рассмотрим еще один способ построения графика функции $y = (x+4)/(x+2)$

- Для этого найдем точки пересечения графика функции с осями координат. Предположим, $x=0$ и определим точку пересечения с осью ординат $y = 2$. Теперь предположим, $y = 0$, получим уравнение $0=x+4$ и найдем точку пересечения с осью абсцисс $x = -4$. Построим точки $A(0;2)$ и $B(-4;0)$.
- Определим асимптоты графика функции. Вертикальную асимптоту находим из условия, что функция не определена, т.е. $x+2=0$, откуда $x=-2$. Поведение функции при больших значениях x ($|x| \rightarrow \infty$) определяет горизонтальную асимптоту. При таких значениях x в числителе дроби можно пренебречь числом 4, в знаменателе числом 2. Тогда получаем горизонтальную асимптоту $y = 1$. Построим асимптоты графика $x = -2$ и $y = 1$.
- При построении графика функции учтем:
- Ветви графика симметричны относительно точки E пересечения асимптот;
- График функции не пересекает асимптоты.



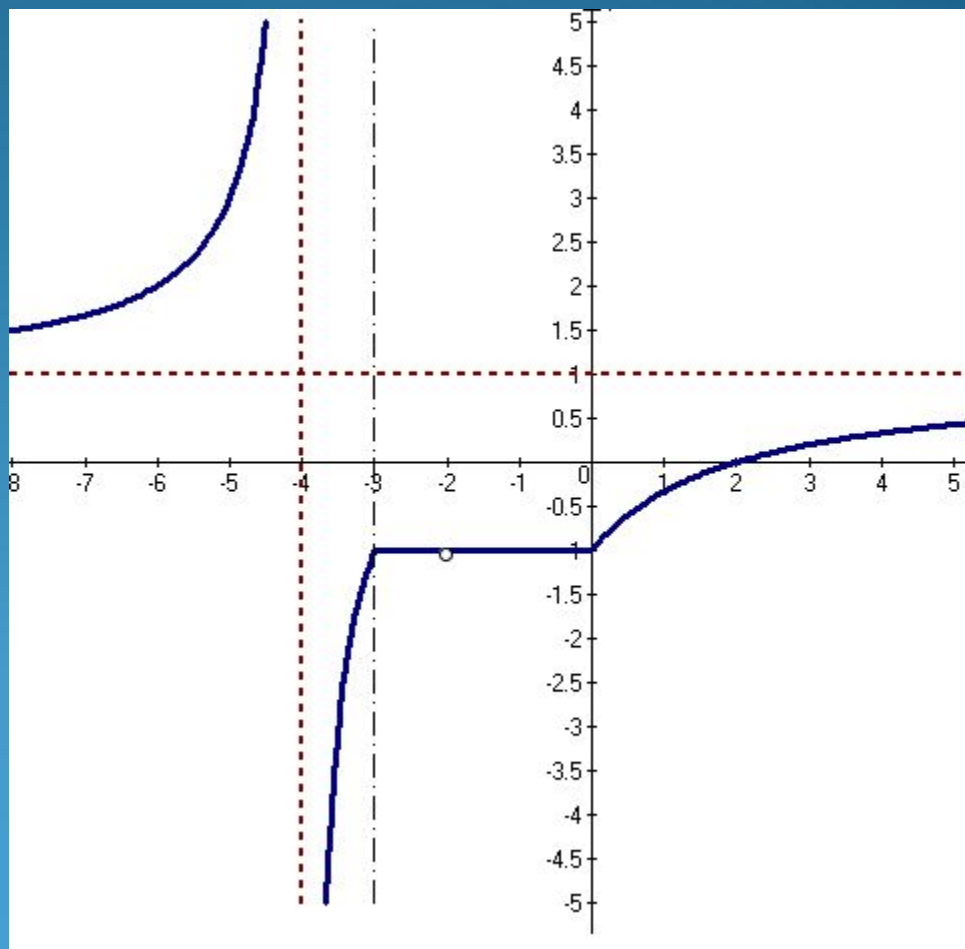
$$y = (|x| - 2) / (|x + 3| - 1).$$

Раскроем знаки модуля и
Получим:

$$y = \begin{cases} (x+2)/(x+4), & x < -3 \\ -(x+2)/(x+2), & -3 \leq x < 0 \\ (x-2)/(x+2), & x > 0 \end{cases}$$

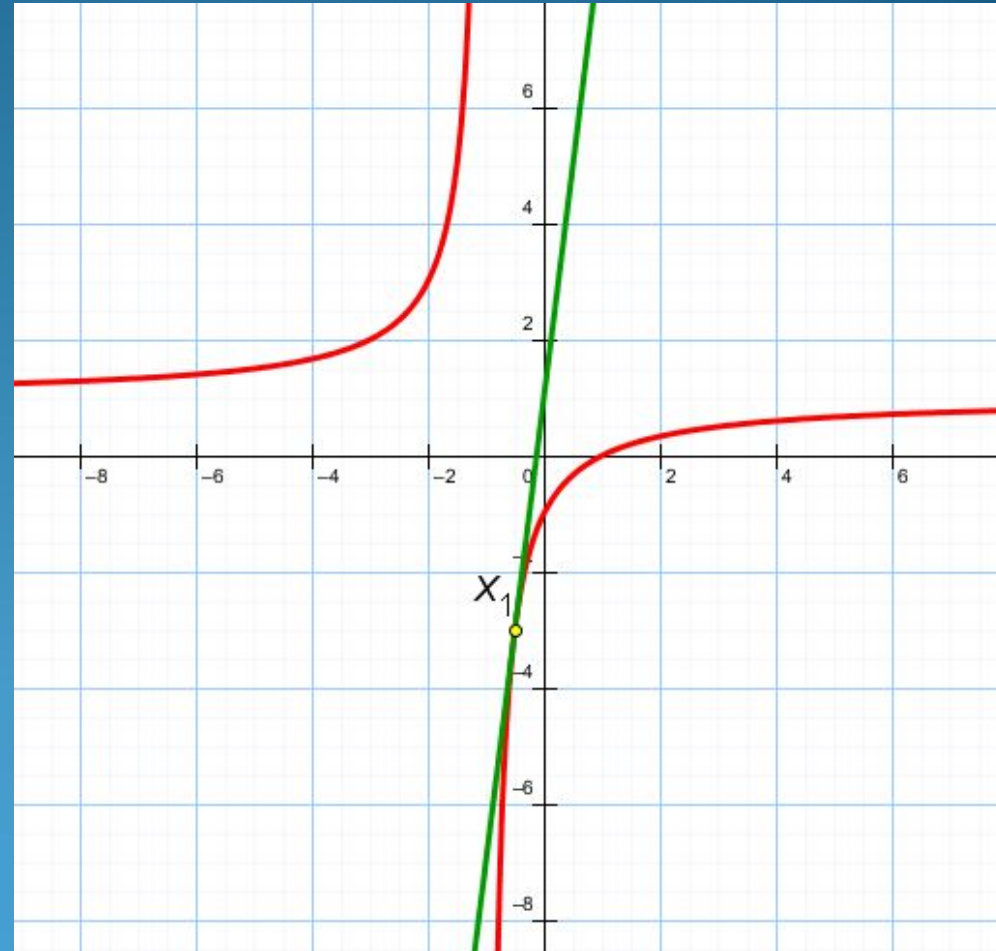
Построим графики
полученных функций: на
промежутке $(-\infty; -3)$
гиперболу $y = (x+2)/(x+4)$;
На отрезке $[-3; 0]$ прямую
 $y = -(x+2)/(x+2)$, учитывая
что в точке $x = -2$ функция
не существует;

На промежутке $(-3; \infty)$
гиперболу $y = (x-2)/(x+2)$.



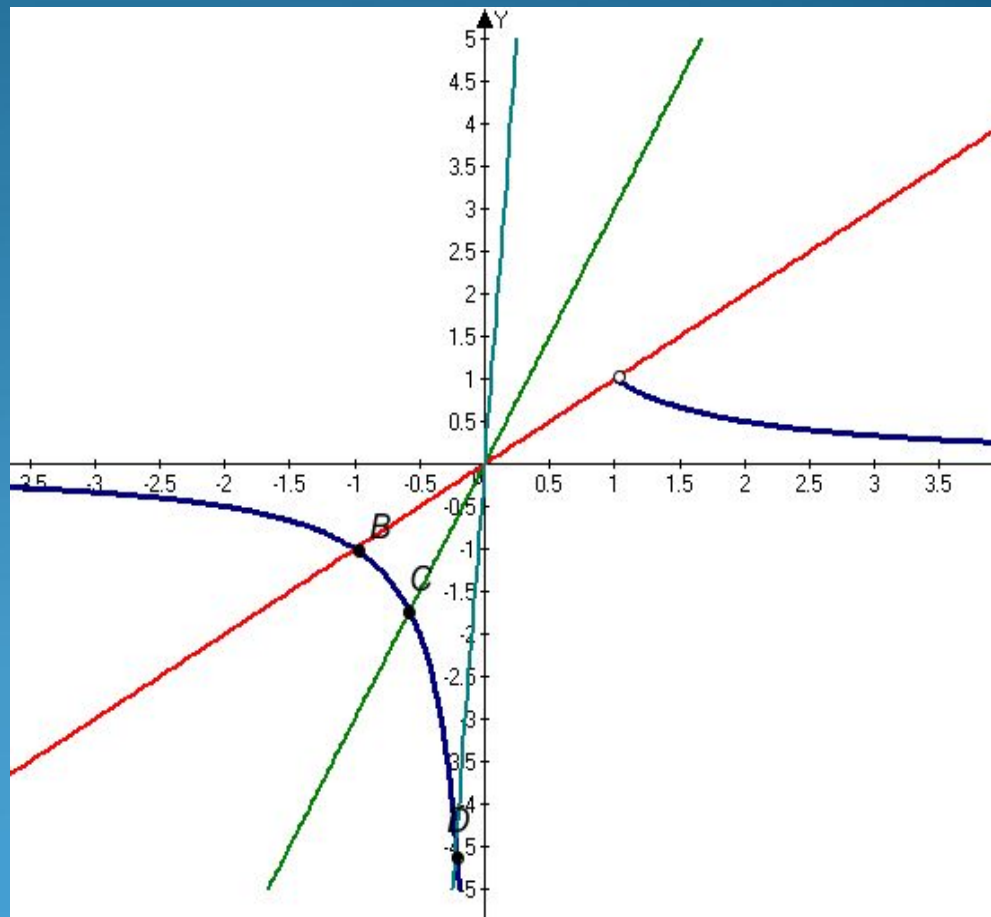
При каком значении параметра a прямая $y = ax + 1$ касается графика функции $y = (x-1)/(x+1)$? Найти координаты точки касания. Изобразить графически.

- Мы уже знаем, что графиком функции $y = (x-1)/(x+1)$ - является гипербола с вертикальной асимптотой $x=-1$ и горизонтальной асимптотой $y=1$.
- Графиком функции $y = ax+1$ является прямая. Координаты точки касания должны удовлетворять системе уравнений $y = \begin{cases} ax+1 \\ (x-1)/(x+1) \end{cases}$
- При этом система должна иметь единственное решение.



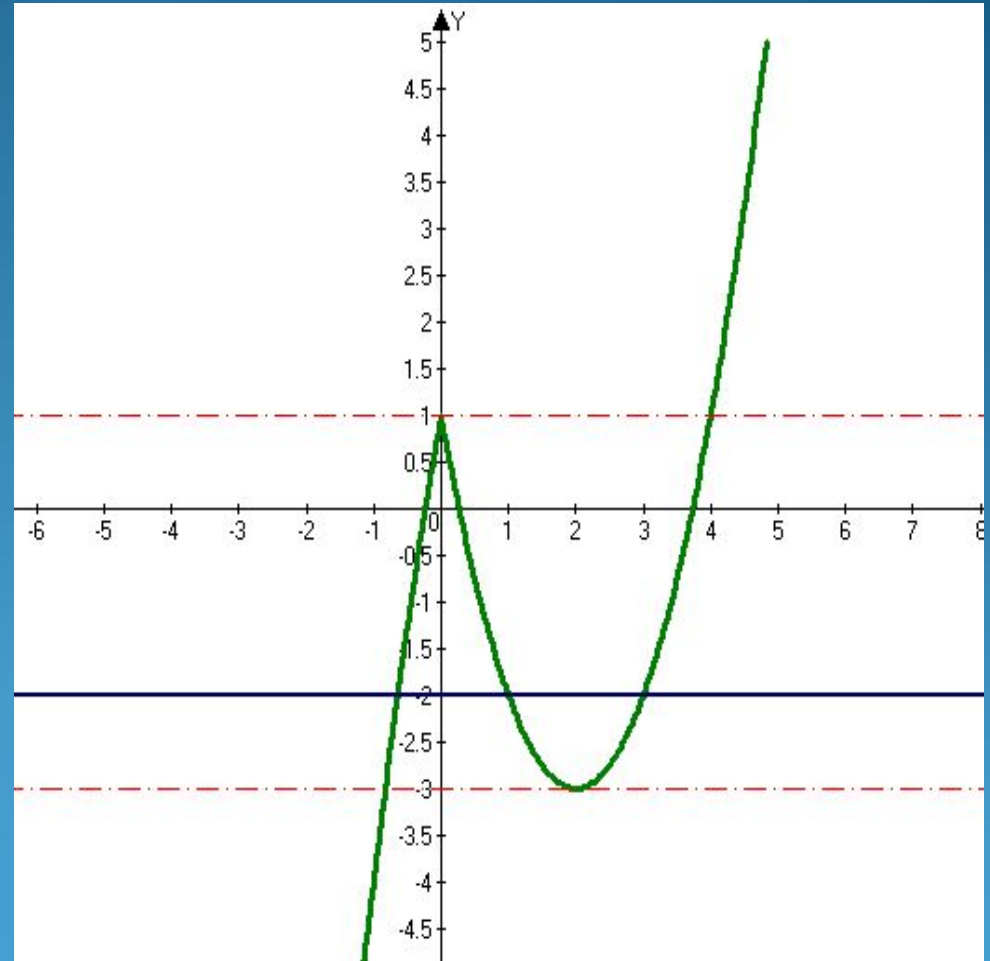
Постройте график функции $y = (x-1)/(\sqrt{x^2-x})^2$ и найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

- Найдем область определения данной функции
- $x^2 - x > 0$ или $x(x - 1) > 0$
- Откуда получаем $x < 0$ и $x > 1$.
- Преобразуем функцию .
- $(x-1)/(\sqrt{x^2-x})^2 = (x-1)/(x \cdot (x-1)) = 1/x$
- Значит наша функция на своей ООФ принимает вид $y = 1/x$.
- Прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции одну общую точку при $k \geq 1$.
- Это задание из второй части, за правильное решение, которого можно получить максимальный балл (4 балла).



Постройте график функции $y = |x|(x-4) + 1$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

- ООФ являются все действительные числа.
- Раскроем знак модуля:
- $$y = \begin{cases} x^2 - 4x + 1, & \text{если } x \geq 0 \\ -x^2 + 4x + 1, & \text{если } x \leq 0 \end{cases}$$
- Графиком каждой из этих функций является парабола.
- Находим координаты вершин парабол, нули функций и точки пересечения с осью y . По этим характерным точкам строим график полученной функции, учитывая знаки модуля.
- По графику видно, что прямая $y = m$, имеет ровно три общие точки, при $m \in (-3; 1)$



Найдите промежутки возрастания и убывания функции

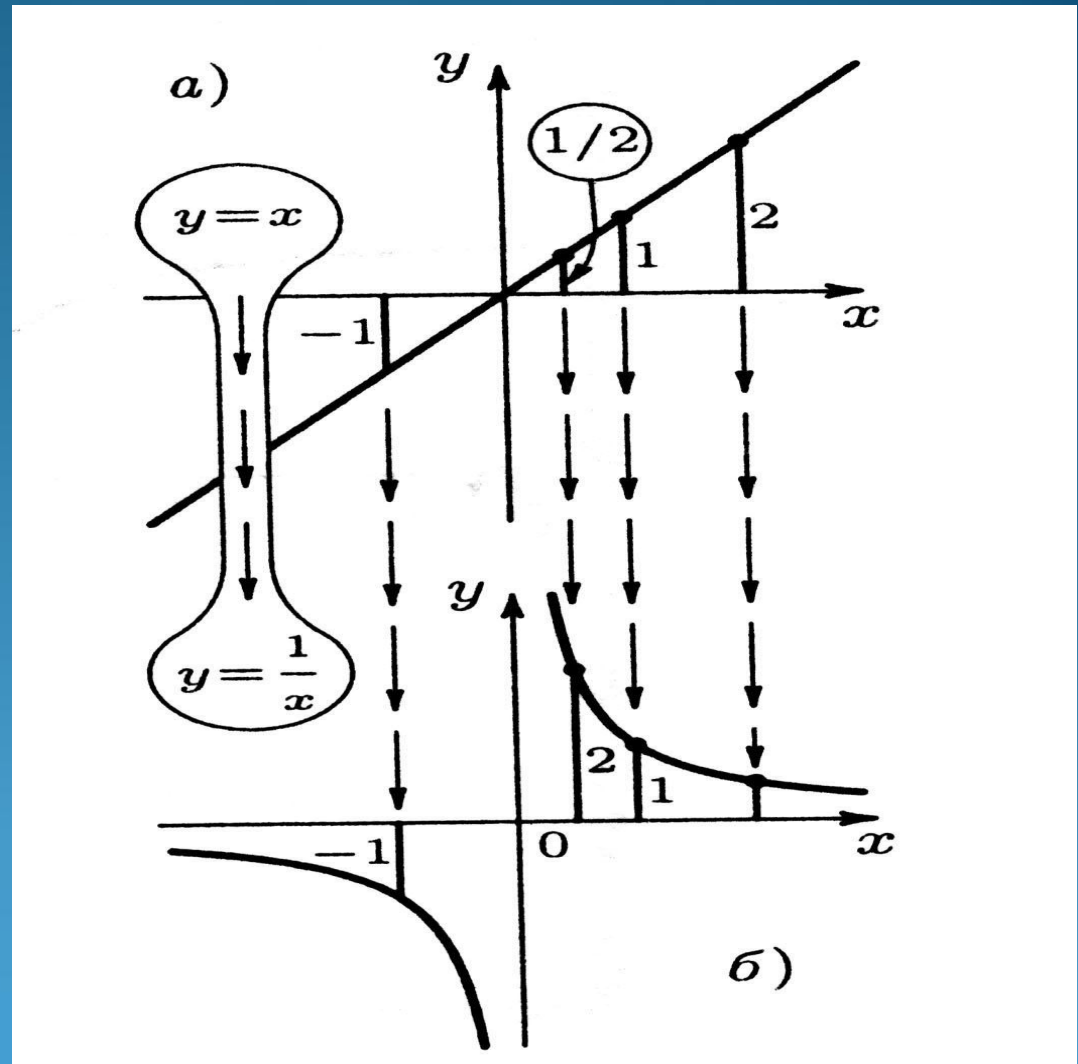
$$y = 2x + 3|x-1| - 4|x+2| - 1$$

- Рассмотрим еще одну задачу из второй части, которая также оценивается максимальным баллом:
- Найдем нули функции: $x-1=0$, и следовательно $x=1$; $x+2=0$, и следовательно $x=-2$.
- Раскроем знаки модуля на каждом промежутке:
- При $x \leq -2$ получаем $y = 2x - 3(x-1) + 4(x+2) - 1 = 3x + 10$ – функция возрастает;
- При $-2 \leq x \leq 1$ получаем $y = 2x - 3(x-1) - 4(x+2) - 1 = -5x - 6$ – функция убывает;
- При $x \geq 1$ получаем $y = 2x + 3(x-1) - 4(x+2) - 1 = x - 12$ – функция возрастает.
- Ответ: функция возрастает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[1; \infty)$, функция убывает на промежутке $[-2; 1]$.

Ещё один приём построения графиков

График функции $y=1/x$ можно построить несколько иначе. Нарисуем график функции $y=x$. Заменяем каждую ординату величиной, её обратной, и отметим соответствующие точки на рисунке. Получим график $y=1/x$. Нарисованная картина показывает, как маленькая (по абсолютной величине) ордината первого графика превращается в большие ординаты второго и, наоборот - большие ординаты первого в маленькие ординаты второго. Точки с ординатами, равными 1 и (-1), остаются на месте.

Этот приём "деления" графиков бывает полезен всегда, когда у нас есть график $y=f(x)$, а нам нужно понять, как ведёт себя функция $y=1/f(x)$.



Заключение

- При выполнении реферативной работы:
- - уточнила свои понятия дробно-линейной функций и выяснила, что является графиком этой функции:
- **Определение 1.**
- Дробно-линейная функция – это функция вида $y=(ax+b)/(cx+d)$, где x – переменная, a , b , c , и d – заданные числа, причем $c \neq 0$ и $bc-ad \neq 0$.
- - сформировала алгоритм построения графиков этих функций;
- -рассмотрела несколько методов построения графиков;
- - научилась работать с дополнительной литературой и материалами, производить отбор научных сведений;
- - произвела разбор типовых заданий из второй части экзаменационных работ;
- - приобрела опыт выполнения графических работ на компьютере;
- - научилась составлять проблемно – реферативную работу.