

Б О Г Ц Р П Т Ъ С Ъ
Т К А В О Е Л Э Ч С

Уравнение плоскости

**Преподаватель математики
Семьяшкина Ирина Васильевна
ГПОУ «Ижемский политехнический
техникум»**

Цель:

- познакомить учащихся с понятием уравнения плоскости и её особыми случаями задания;
- Выработать практические навыки по изучаемой теме при решении задач.

Проверка готовности.

Какой алфавит используют для обозначения плоскости?

Греческий,
латинский

Сколько точек достаточно, чтобы обозначить плоскость?

3
(аксиома A1)

Как обозначают плоскость?

α , (ABC)

Как могут располагаться плоскости по отношению друг к другу?

Параллельно,
пересекаться,
совпадать

Общее уравнение плоскости

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

где A, B, C, D – числовые
коэффициенты

Уравнения координатных плоскостей

$x = 0$, плоскость Oyz

$y = 0$, плоскость Oxz

$z = 0$, плоскость Oxy

Особые случаи уравнения:

$$\square D = 0 \Rightarrow Ax + By + Cz = 0$$

плоскость проходит через начало координат.

$$\square A = 0 \Rightarrow By + Cz + D = 0$$

плоскость параллельна оси Ox.

$$\square B = 0 \Rightarrow Ax + Cz + D = 0$$

плоскость параллельна оси Oy.

$$\square C = 0 \Rightarrow Ax + By + D = 0$$

плоскость параллельна оси Oz.

Особые случаи уравнения:

$$\square A = B = 0 \Rightarrow Cz + D = 0$$

плоскость параллельна плоскости Oxy .

$$\square A = C = 0 \Rightarrow By + D = 0$$

плоскость параллельна плоскости Oxz .

$$\square B = C = 0 \Rightarrow Ax + D = 0$$

плоскость параллельна плоскости Oyz .

Особые случаи уравнения:

$$\square A = D = 0 \Rightarrow By + Cz = 0$$

плоскость проходит через ось Ox .

$$\square B = D = 0 \Rightarrow Ax + Cz = 0$$

плоскость параллельна оси Oy .

$$\square C = D = 0 \Rightarrow Ax + By = 0$$

плоскость параллельна оси Oz .

Две плоскости в пространстве:

$$\alpha: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$\beta: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

□ совпадают, если существует такое число k , что

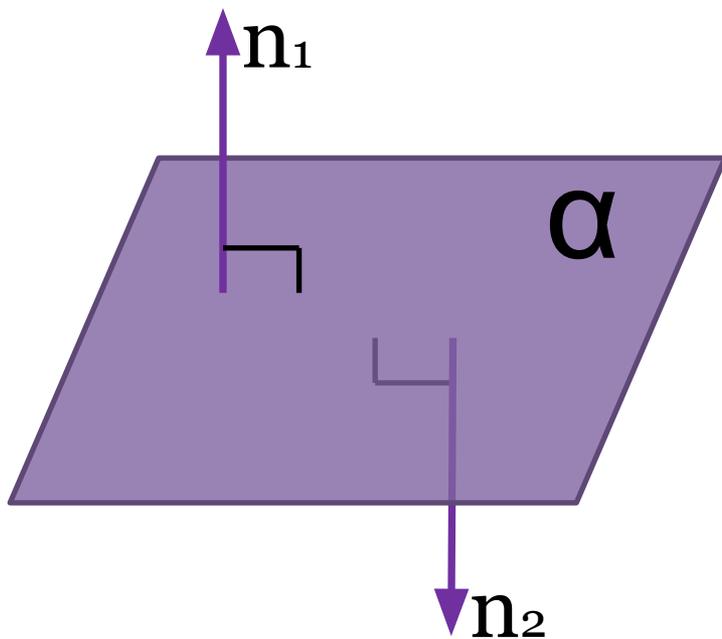
$$\begin{cases} A_1 = kA_2 \\ B_1 = kB_2 \\ C_1 = kC_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases}$$

□ параллельны, если существует такое число k , что

$$\begin{cases} A_1 = kA_2 \\ B_1 = kB_2 \\ C_1 = kC_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$$

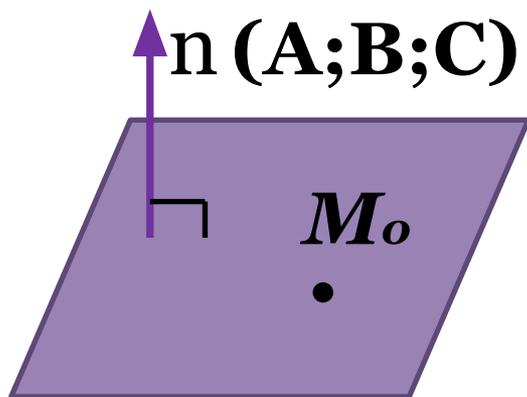
□ В остальных случаях плоскости пересекаются.

Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точку перпендикулярно данному вектору



Итак, пусть α произвольная плоскость в пространстве. Всякий перпендикулярный ей ненулевой вектор называется **вектором нормали** к этой плоскости.

Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точку перпендикулярно данному вектору



$M_0 (x_0; y_0; z_0)$

Если известна какая-нибудь точка плоскости M_0 и какой-нибудь вектор нормали к ней, то через заданную точку можно провести единственную плоскость, перпендикулярную данному вектору. Общее уравнение плоскости будет иметь вид:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Чтобы получить **уравнение плоскости**, имеющее приведённый вид, возьмём на плоскости произвольную **точку** $M(x;y;z)$. Эта точка принадлежит плоскости только в том случае, когда **вектор перпендикулярен вектору** (рис), а для этого, необходимо и достаточно, чтобы скалярное произведение этих векторов было равно нулю, т.е.

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$$

Вектор задан по условию. Координаты вектора найдём по формуле :

$$\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$$

Теперь, используя формулу скалярного произведения векторов, выразим скалярное произведение в координатной форме:

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$$

Пример 1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2; -3; 1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n}(5; 1; -4)$.

Решение: Используем формулу

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Ответ: $5x + y - 4z - 3 = 0$

Уравнение плоскости, проходящей через три точки

Пусть даны три различные точки, не лежащие на одной прямой.

Используя выражение смешанного произведения в координатах, получим уравнение плоскости:

$$M_0 (x_0; y_0; z_0)$$

$$M_1 (x_1; y_1; z_1)$$

$$M_2 (x_2; y_2; z_2)$$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{vmatrix} = 0$$

После раскрытия определителя это уравнение становится уравнением общего вида.

Пример 2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки, не лежащие на одной прямой: $A(2; 1; 3)$; $B(-1; 2; 5)$ и $C(3; 0; 1)$.

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{vmatrix} = 0$$

Решение:

$$\begin{vmatrix} x - 2 & y - 1 & z - 3 \\ -1 - 2 & 2 - 1 & 5 - 3 \\ 3 - 2 & 0 - 1 & 1 - 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x - 2 & y - 1 & z - 3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$(x - 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - (y - 1) \cdot \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + (z - 3) \cdot \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$(x - 2) \cdot [1 \cdot (-2) - 2 \cdot (-1)] - (y - 1) \cdot [(-3) \cdot (-2) - 2 \cdot 1]$$

$$+ (z - 3) \cdot [(-3) \cdot (-1) - 1 \cdot 1] = (x - 2) \cdot 0 - (y - 1) \cdot 4 + (z - 3) \cdot 2 = -4y + 2z - 2$$

Ответ: $-4y + 2z - 2 = 0$

ПРОВЕРИМ, ЧТО МЫ ЗАПОМНИЛИ....

При равенстве нулю свободного коэффициента D уравнения общего уравнения плоскости уравнение определяет

- Плоскость, параллельную координатной плоскости Oxy
- Плоскость, проходящую через начало координат
- Полуплоскость
- Линию пересечения плоскостей

Вектор нормали это...

- Всякий ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный плоскости ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный плоскости вектор

Общее уравнение плоскости

ЭТО...

$Ax + By + Cz = 0$

$Ax + By + Cz = D$

$Ax + By + Cz + D = 0$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

Домашнее задание

- рассмотреть другие способы нахождения уравнения плоскости;
- **Решить задачу:** В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ сторона основания равна 4, и диагональ боковой грани равна 5. Написать уравнение плоскостей $A_1 B_1 E$ и плоскости основания призмы.

Используемые ресурсы:

- ПЛОСКОСТИ
<http://kramshifer.Ub.Ua/ru/board/view/38313/>
- ГЛАДЬ РЕКИ
<http://www.Raschetrasstoyanie.Com/%D0%A2%D0%BE%D0%BB%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9%D0%9B%D0%B8%D1%81%D0%BA%D0%B8/%D1%84%D0%BE%D1%82%D0%BE>
- ПЛОСКИЕ КАМНИ
<http://aqueouspic.Ru/smotret-komedii-romanticheskije-onlajn.Html>
- ШАХМАТНАЯ ДОСКА
http://www.1chess.Ru/index.Php?Show_aux_page=45
- СМАЙЛИКИ
<http://www.baby.ru/blogs/post/314439509-43854232/>



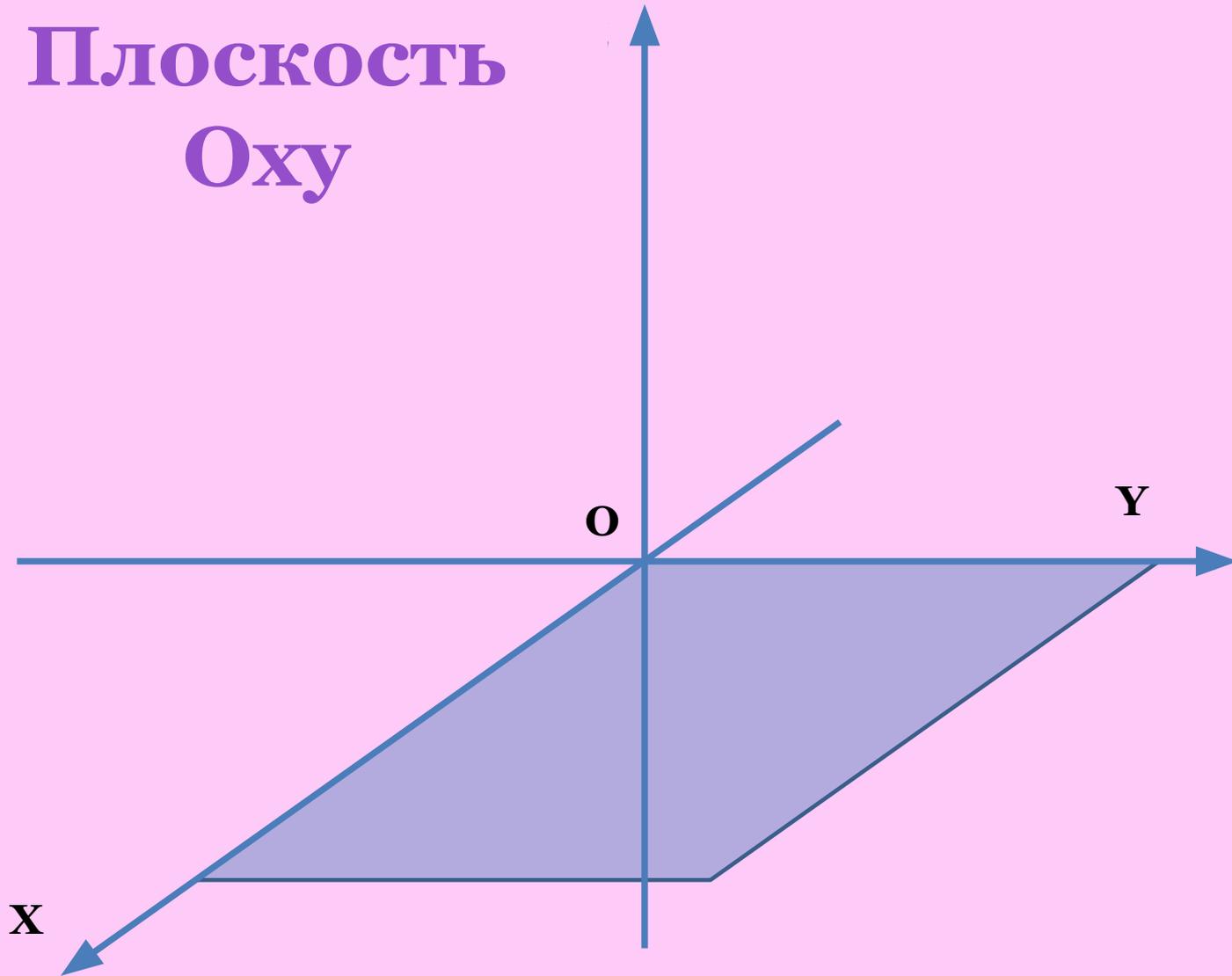
**ЕЩЁ
ПОДУМАЙТЕ...**



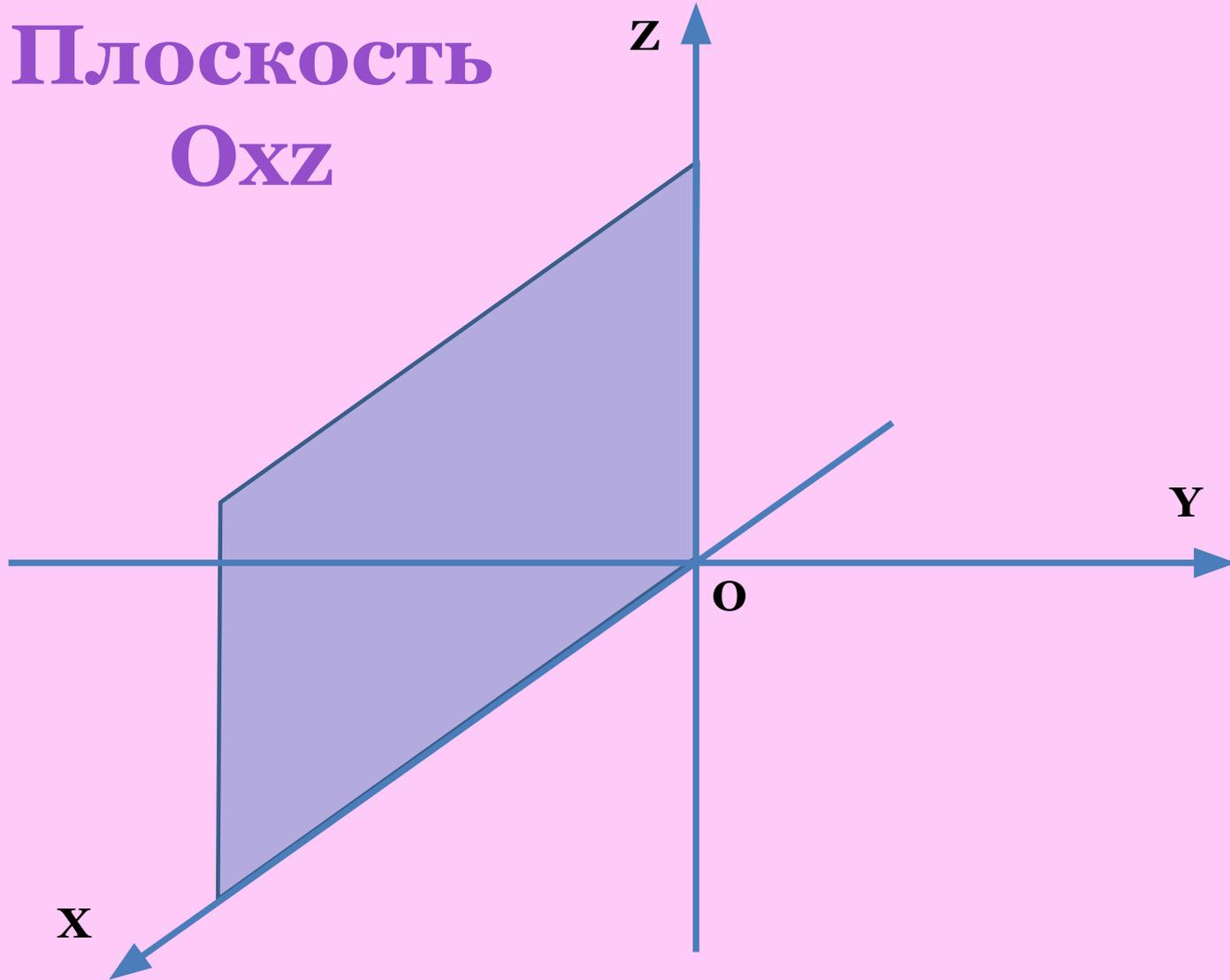
Правильно!!!



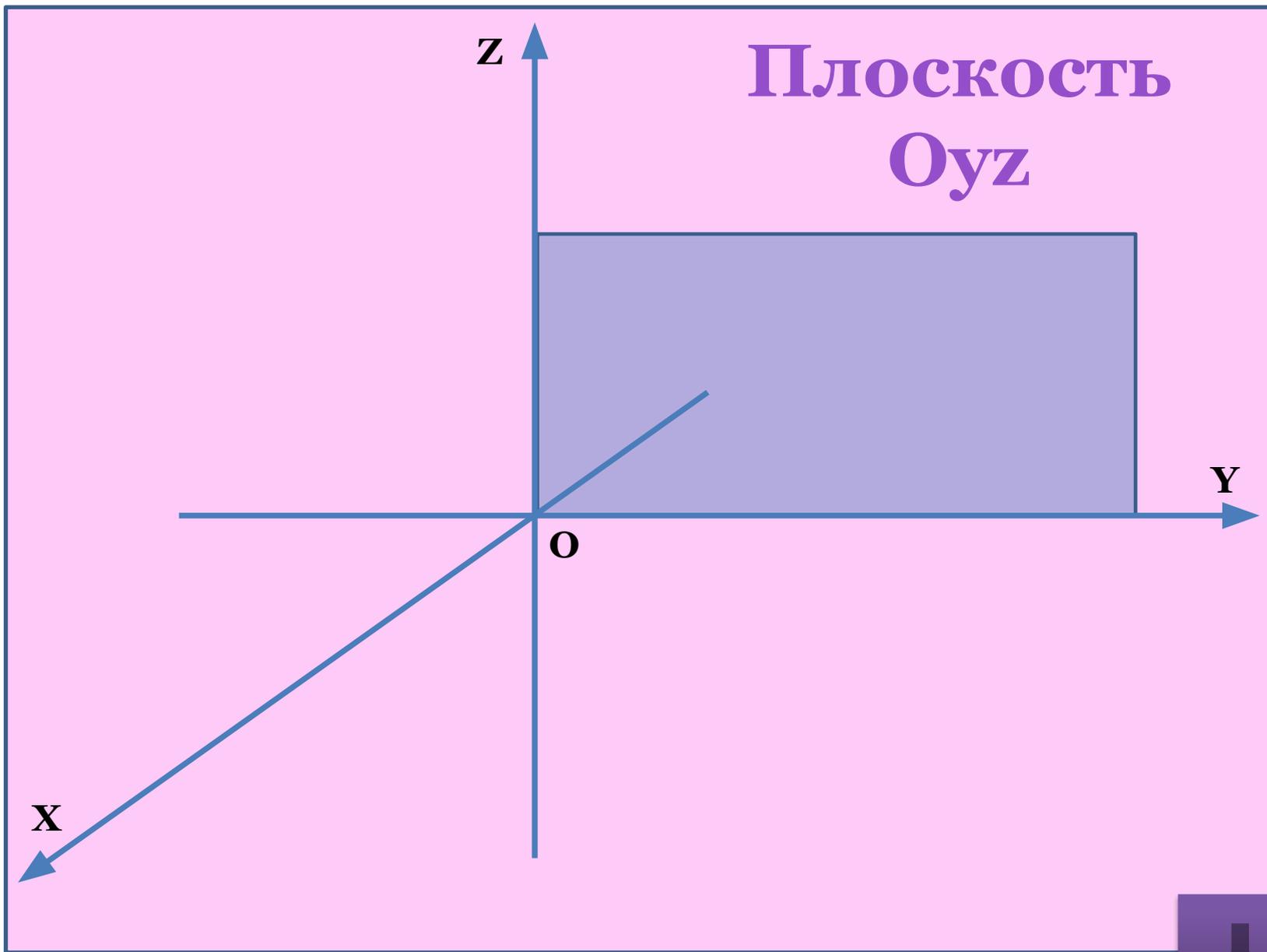
Плоскость Oxy



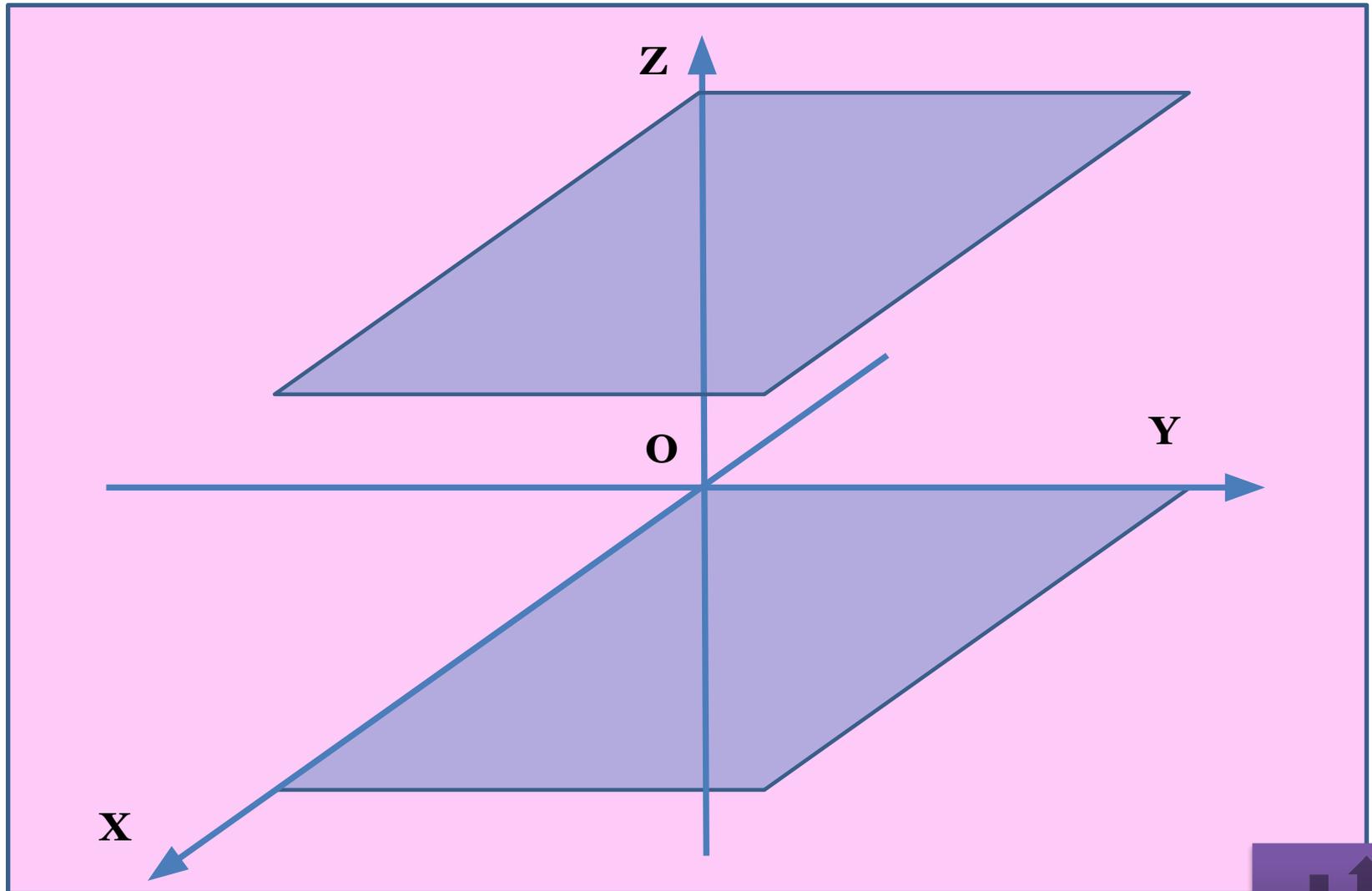
Плоскость Oxz



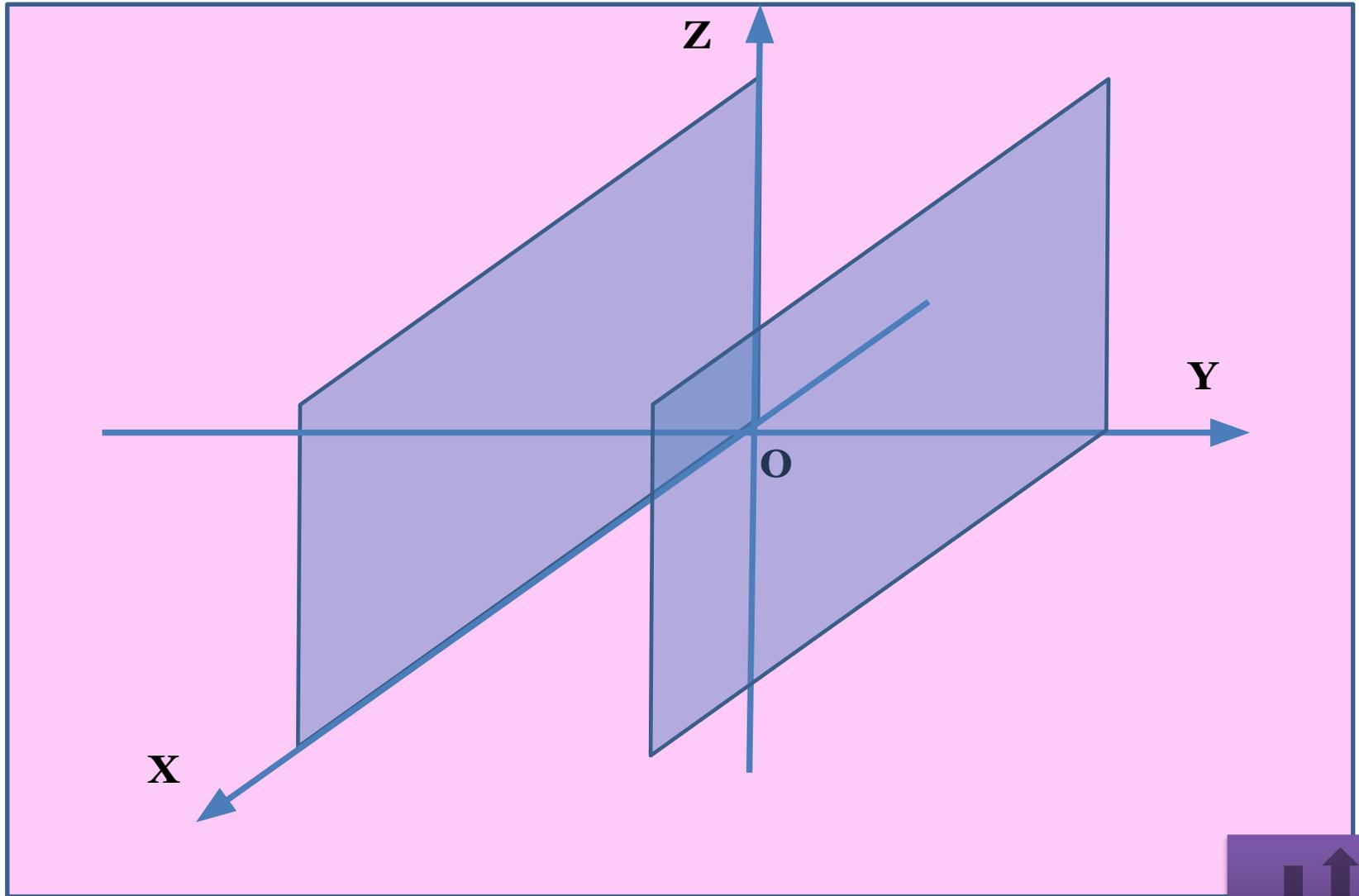
Плоскость Oyz



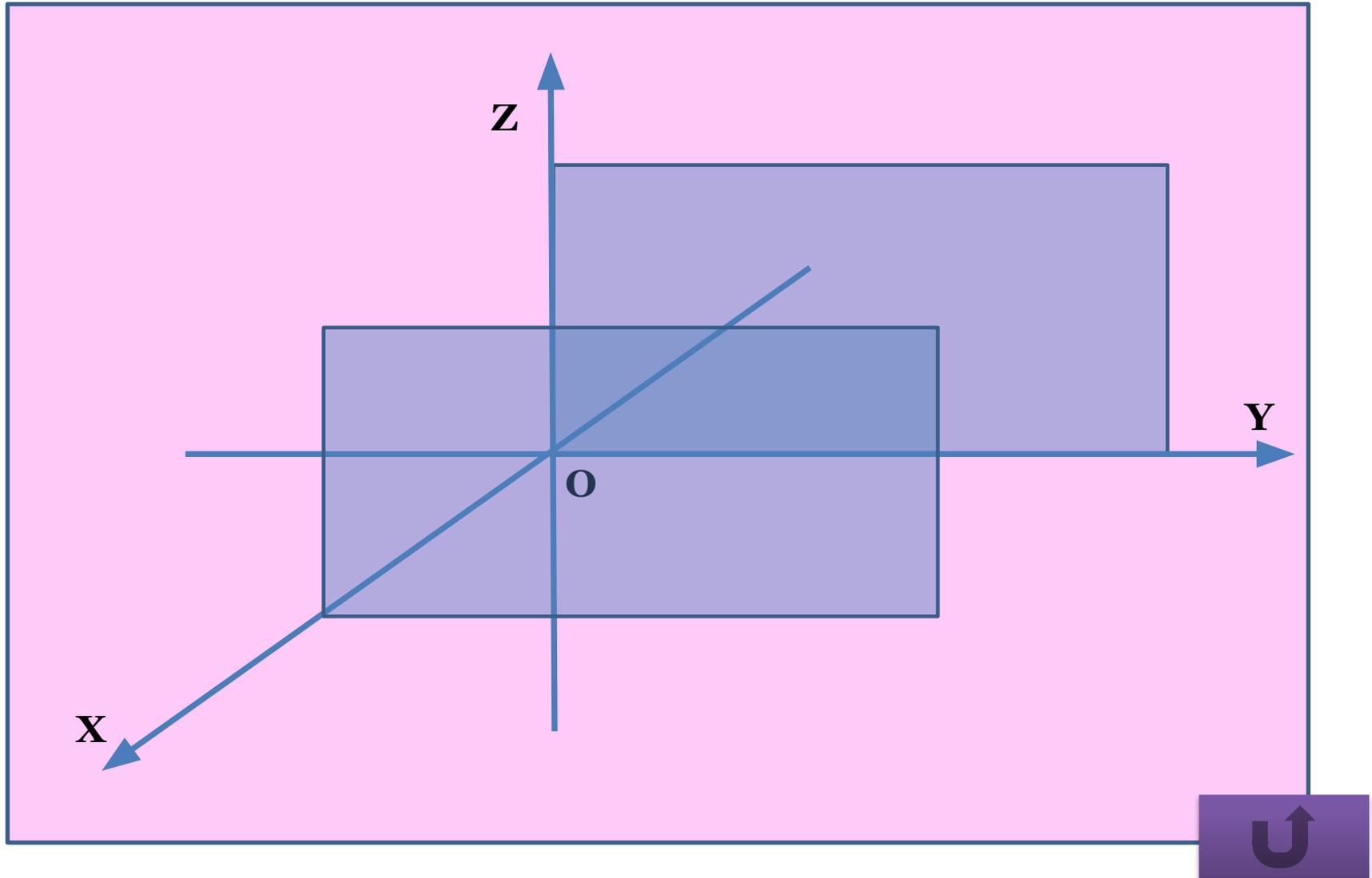
Плоскость параллельная плоскости Oxy



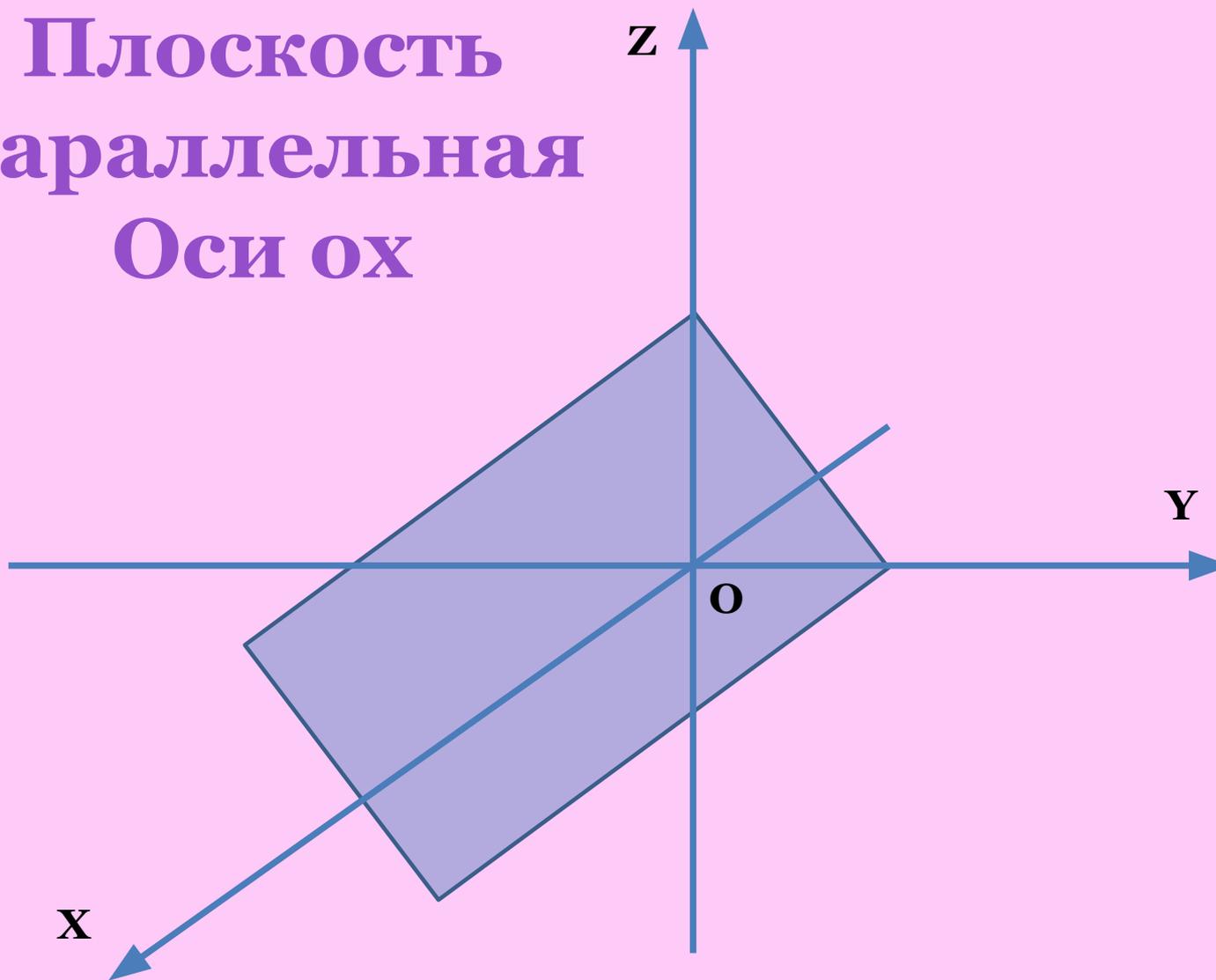
Плоскость параллельная плоскости Oxz



Плоскость параллельная плоскости Oyz



**Плоскость
параллельная
Оси ox**



СПАСИБО

ЗА

ВНИМАНИЕ