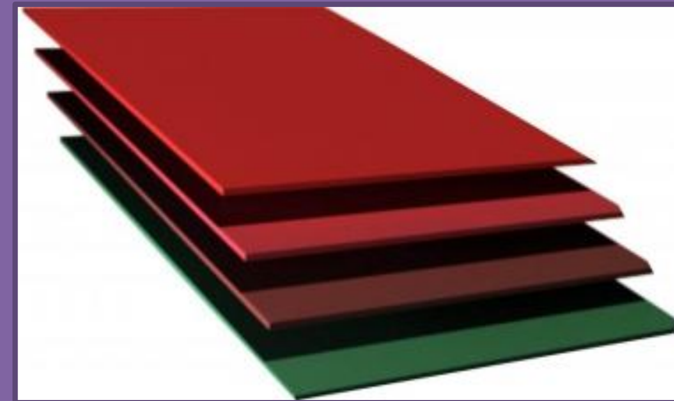
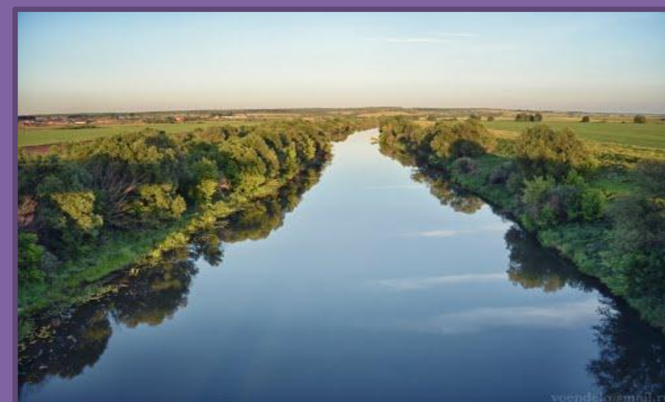




Б О Г Ц Р П Т Ъ С Ь

Т К А В О Е Л Э Ч С

Уравнение плоскости

Преподаватель математики
Семяшкина Ирина Васильевна
ГПОУ «Ижемкий политехнический техникум»

Цель:

- познакомить учащихся с понятием уравнения плоскости и её особыми случаями задания;
- Выработать практические навыки по изучаемой теме при решении задач.

Проверка готовности.

Какой алфавит используют для обозначения плоскости?	Греческий, латинский
Сколько точек достаточно, чтобы обозначить плоскость?	3 (аксиома А1)
Как обозначают плоскость?	α, (ABC)
Как могут располагаться плоскости по отношению друг к другу?	Параллельно, пересекаться, совпадать

Общее уравнение плоскости

$$Ax+By+Cz+D=0$$

где A, B, C, D – числовые коэффициенты

Уравнения координатных плоскостей

x = 0, **плоскость Oyz**

y = 0, **плоскость Oxz**

z = 0, **плоскость Oxy**

Особые случаи уравнения:

- $D = 0 \Rightarrow Ax+By+Cz = 0$

  плоскость проходит через начало координат.
- $A = 0 \Rightarrow By + Cz + D = 0$

  плоскость параллельна оси Ox.
- $B = 0 \Rightarrow Ax + Cz + D = 0$

  плоскость параллельна оси Oy.
- $C = 0 \Rightarrow Ax+By+D = 0$

  плоскость параллельна оси Oz.

Особые случаи уравнения:

- $A = B = 0 \Rightarrow Cz + D = 0$

  плоскость параллельна плоскости Oxy.

- $A = C = 0 \Rightarrow By + D = 0$

  плоскость параллельна плоскости Oxz.

- $B = C = 0 \Rightarrow Ax + D = 0$

  плоскость параллельна плоскости Oyz.

Особые случаи уравнения:

- $A = D = 0 \Rightarrow By+Cz = 0$

  плоскость проходит через ось Ox.

- $B = D = 0 \Rightarrow Ax + Cz = 0$

  плоскость параллельна оси Oy.

- $C = D = 0 \Rightarrow Ax + By = 0$

  плоскость параллельна оси Oz.

Две плоскости в пространстве:

$\alpha: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

$\beta: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

- совпадают, если существует такое число k, что

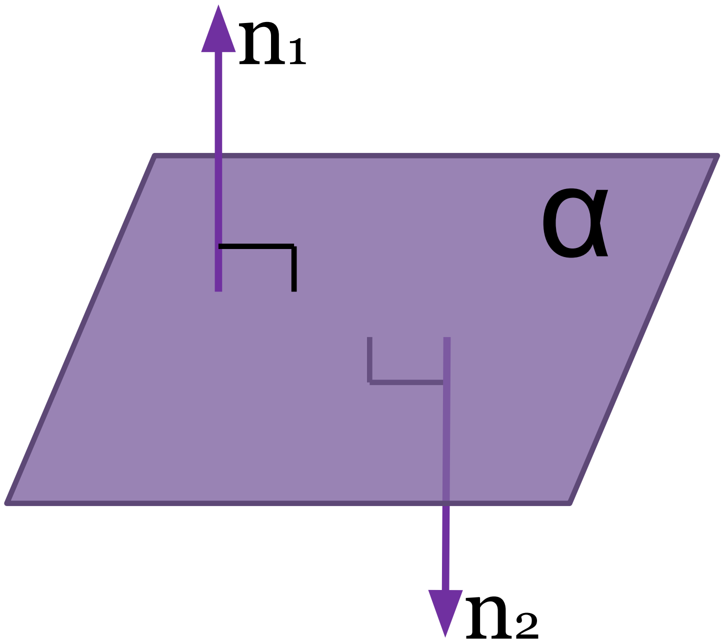
$$\begin{cases} A_1 = kA_2 \\ B_1 = kB_2 \\ C_1 = kC_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases}$$

- параллельны, если существует такое число k, что

$$\begin{cases} A_1 = kA_2 \\ B_1 = kB_2 \\ C_1 = kC_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$$

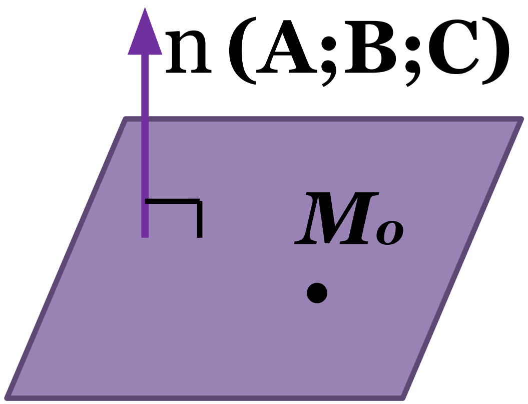
- В остальных случаях плоскости пересекаются.

Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точку перпендикулярно данному вектору



Итак, пусть α произвольная плоскость в пространстве. Всякий перпендикулярный ей ненулевой вектор называется ***вектором нормали*** к этой плоскости.

Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точку перпендикулярно данному вектору



$M_0\ (x_0; y_0; z_0)$

Если известна какая-нибудь точка плоскости M_0 и какой-нибудь вектор нормали к ней, то через заданную точку можно провести единственную плоскость, перпендикулярную данному вектору. Общее уравнение плоскости будет иметь вид:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Чтобы получить **уравнение плоскости**, имеющее приведённый вид, возьмём на плоскости произвольную **точку *M(x;y;z)***. Эта точка принадлежит плоскости только в том случае, когда **вектор перпендикулярен вектору** (рис), а для этого, необходимо и достаточно, чтобы скалярное произведение этих векторов было равно нулю, т.е.

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$$

Вектор задан по условию. Координаты вектора найдём по формуле :

$$\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$$

Теперь, используя формулу скалярного произведения векторов , выразим скалярное произведение в координатной форме:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Пример 1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $\boldsymbol{M_0\ (2;-3;1)}$ и перпендикулярной вектору $\vec{\boldsymbol{n}}(\mathbf{5;1;-4})$.

Решение: Используем формулу

$$\boldsymbol{A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0}$$

Ответ: 5x + y - 4z - 3=0

Уравнение плоскости, проходящей через три точки

Пусть даны три различные точки, не лежащие на одной прямой. Используя выражение смешанного произведения в координатах, получим уравнение плоскости:

$M_0\ (x_0; y_0; z_0)$

$M_1\ (x_1; y_1; z_1)$

$M_2\ (x_2; y_2; z_2)$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{vmatrix} = 0$$

После раскрытия определителя это уравнение становится уравнением общего вида.

Пример 2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки, не лежащие на одной прямой: $A\,(2;1;3)$; $B\,(-1;2;5)$ и $C\,(3;0;1)$.

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_1-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ x_2-x_0 & y_2-y_0 & z_2-z_0 \end{vmatrix} = 0$$

Решение:

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z-3 \\ -1-2 & 2-1 & 5-3 \\ 3-2 & 0-1 & 1-3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z-3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$(x-2)\cdot\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - (y-1)\cdot\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + (z-3)\cdot\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$(x-2)\cdot[1\cdot(-2)-2\cdot(-1)] - (y-1)\cdot[(-3)\cdot(-2)-2\cdot 1]$$

$$+(z-3)\cdot[(-3)\cdot(-1)-1\cdot 1] = (x-2)\cdot 0-(y-1)\cdot 4+(z-3)\cdot 2 = -4y+2z-2$$

Ответ: -4y + 2z - 2=0

ПРОВЕРИМ, ЧТО МЫ ЗАПОМНИЛИ….

При равенстве нулю свободного коэффициента D уравнения общего уравнения плоскости уравнение определяет

- Плоскость, параллельную координатной плоскости Oxy
- Плоскость, проходящую через начало координат
- Полуплоскость
- Линию пересечения плоскостей

Вектор нормали это…

- Всякий ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный плоскости ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный плоскости вектор

Общее уравнение плоскости это…

- $Ax+By+Cz=0$
- $Ax+By+Cz=D$
- $Ax+By+Cz+D=0$
- $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

Домашнее задание

- рассмотреть другие способы нахождения уравнения плоскости;
- **Решить задачу:** В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ сторона основания равна 4, и диагональ боковой грани равна 5. Написать уравнение плоскостей A_1B_1E и плоскости основания призмы.

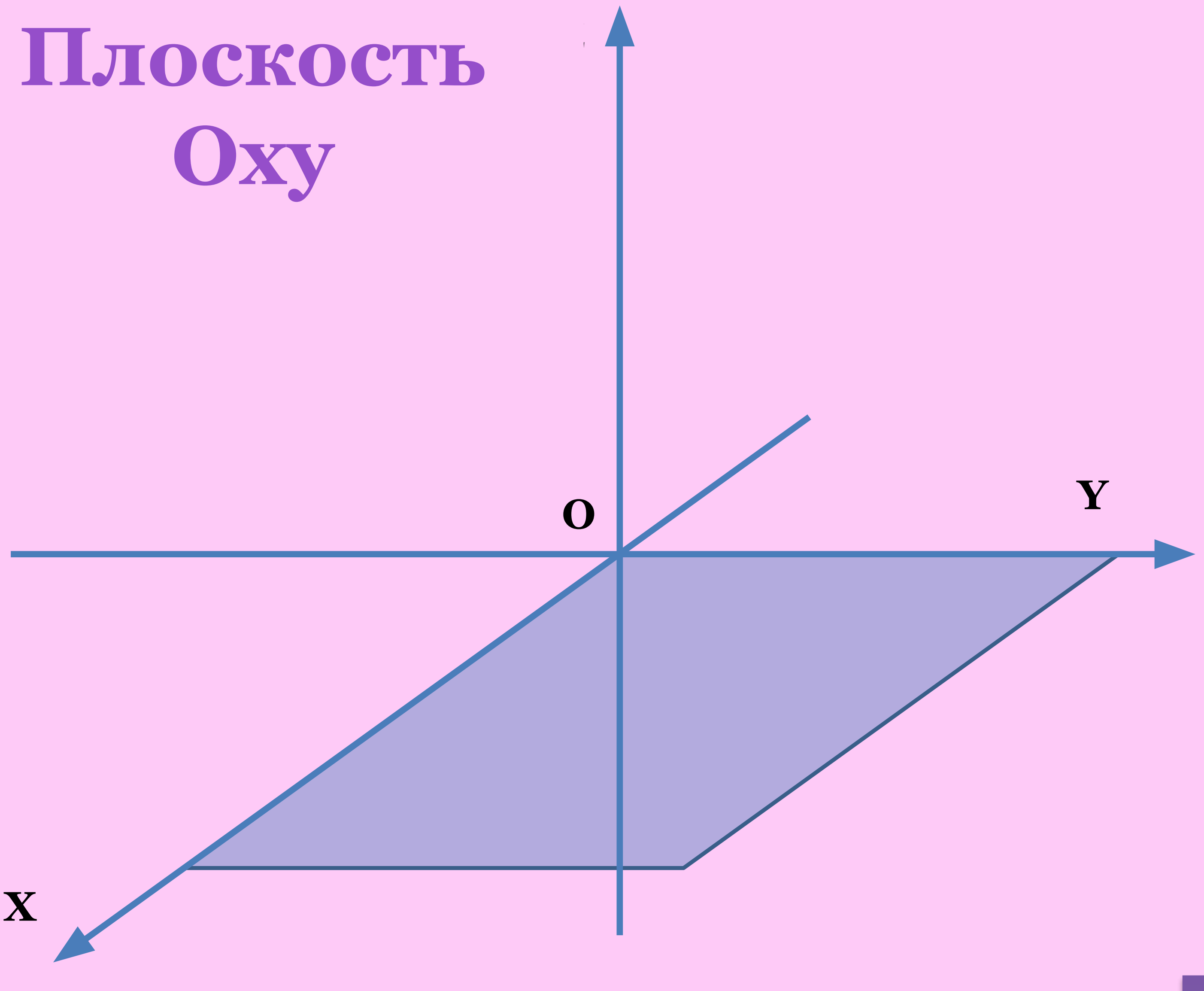
Используемые ресурсы:

- ПЛОСКОСТИ http://kramshifer.Ub.Ua/ru/board/view/38313/
- ГЛАДЬ РЕКИ http://www.Raschetrasstoyanie.Com/%D0%A2%D0%BE%D0%BB%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%9B%D0%B8%D1%81%D0%BA%D0%B8/%D1%84%D0%BE%D1%82%D0%BE
- ПЛОСКИЕ КАМНИ http://aqueouspic.Ru/smotret-komedii-romanticheskie-onlajn.Html
- ШАХМАТНАЯ ДОСКА http://www.1chess.Ru/index.Php?Show_aux_page=45
- СМАЙЛИКИ http://www.baby.ru/blogs/post/314439509-43854232/

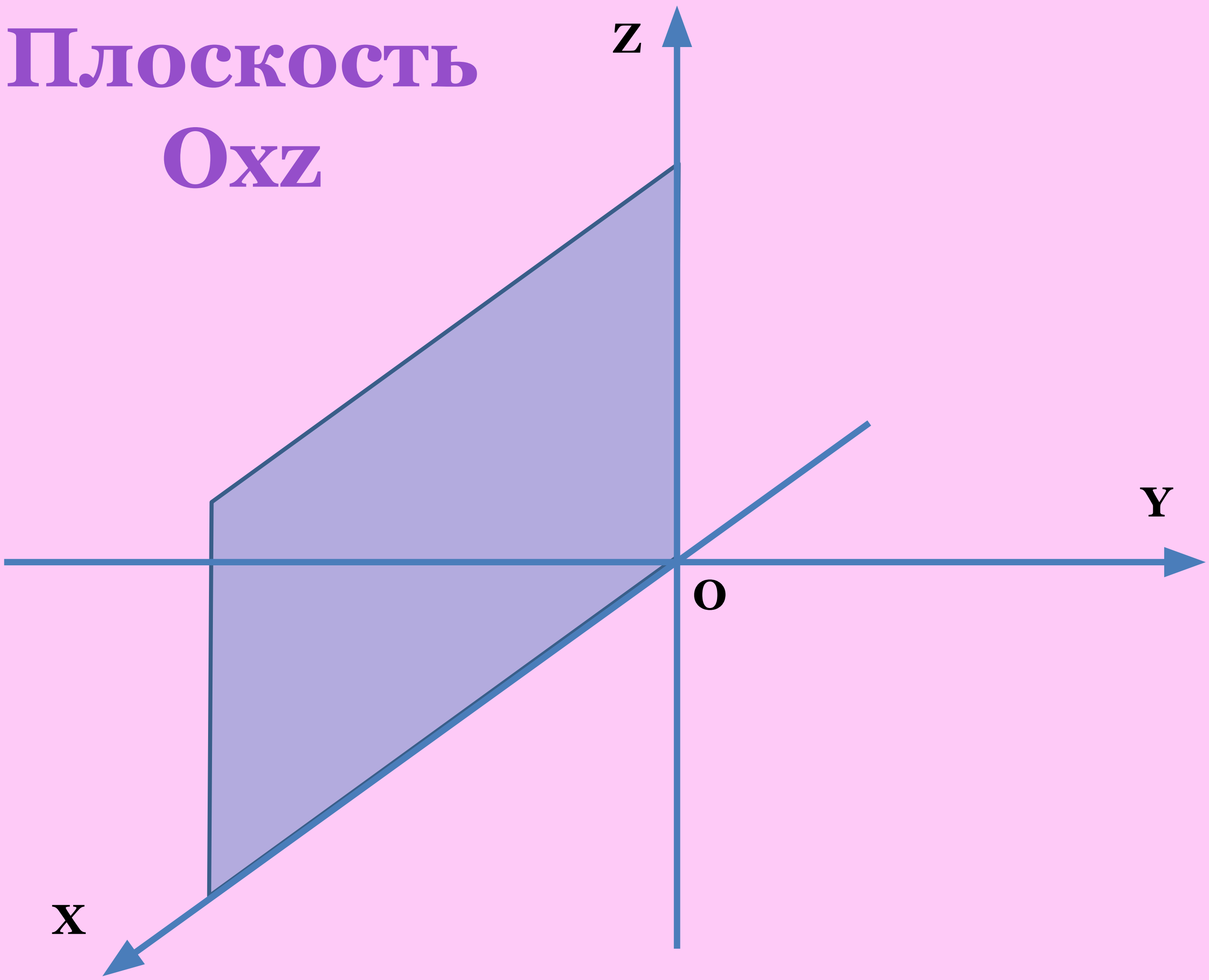
ЕЩЁ ПОДУМАЙте…

Правильно!!!

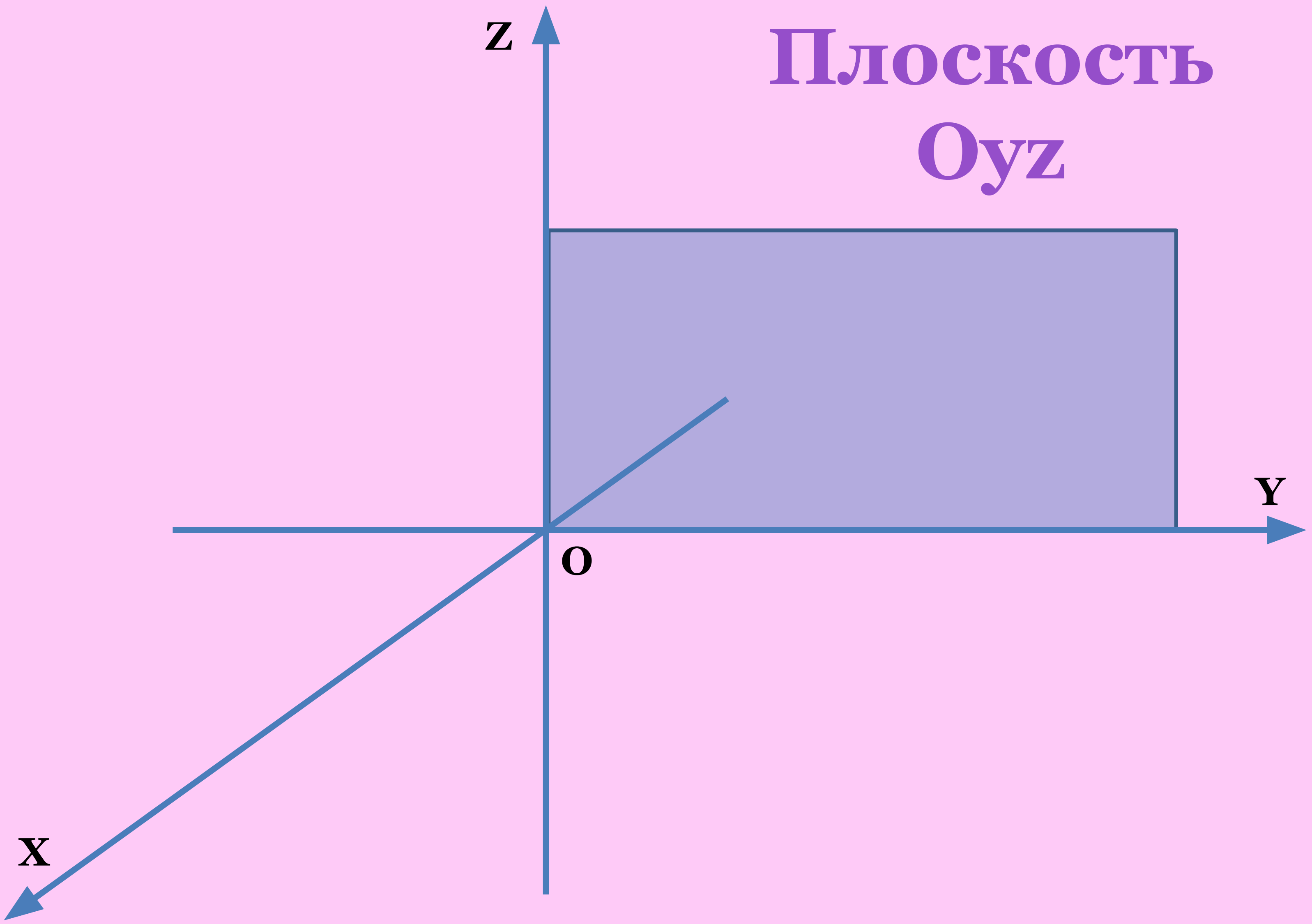
Плоскость Oxy



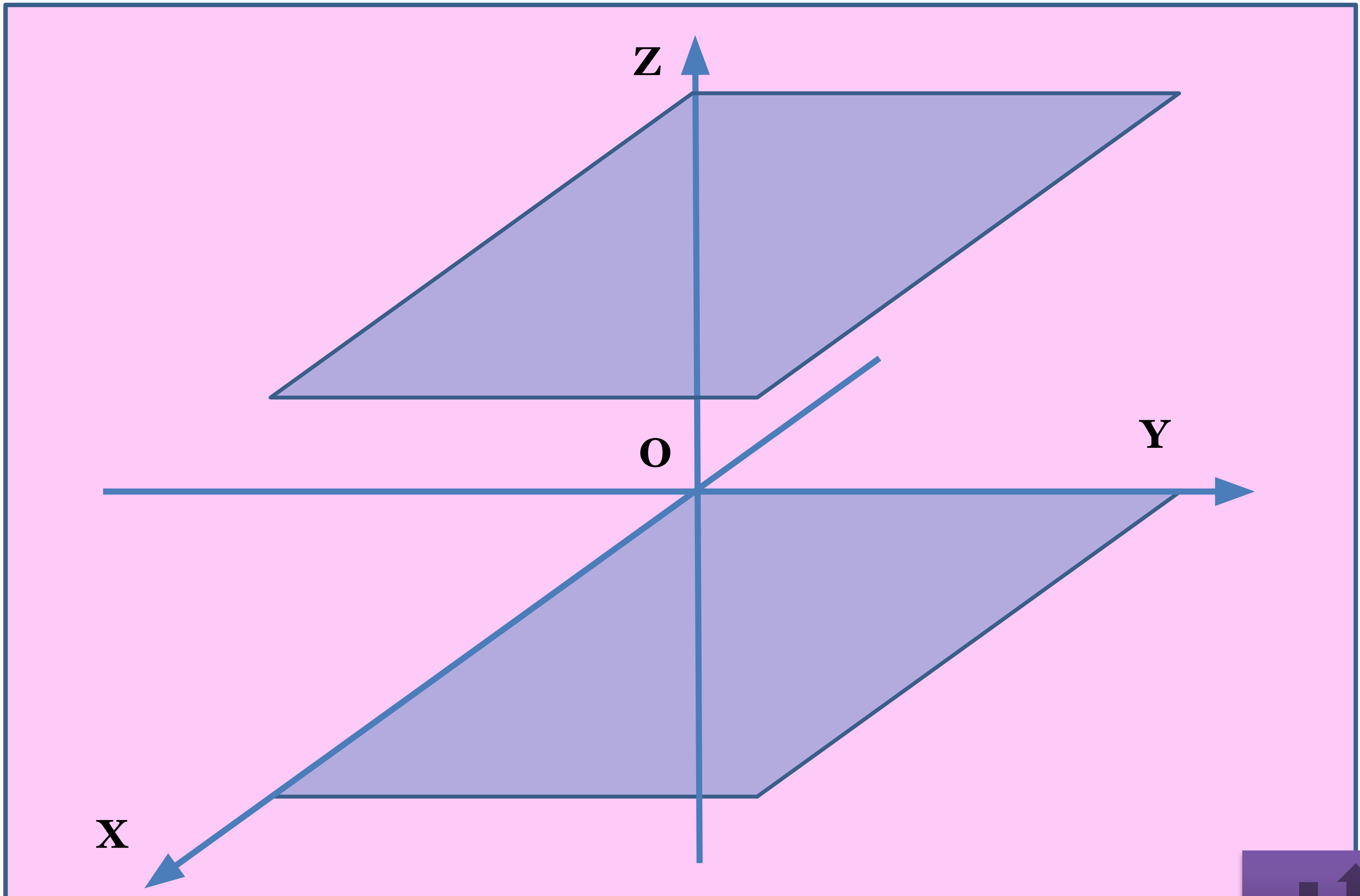
Плоскость Oxz



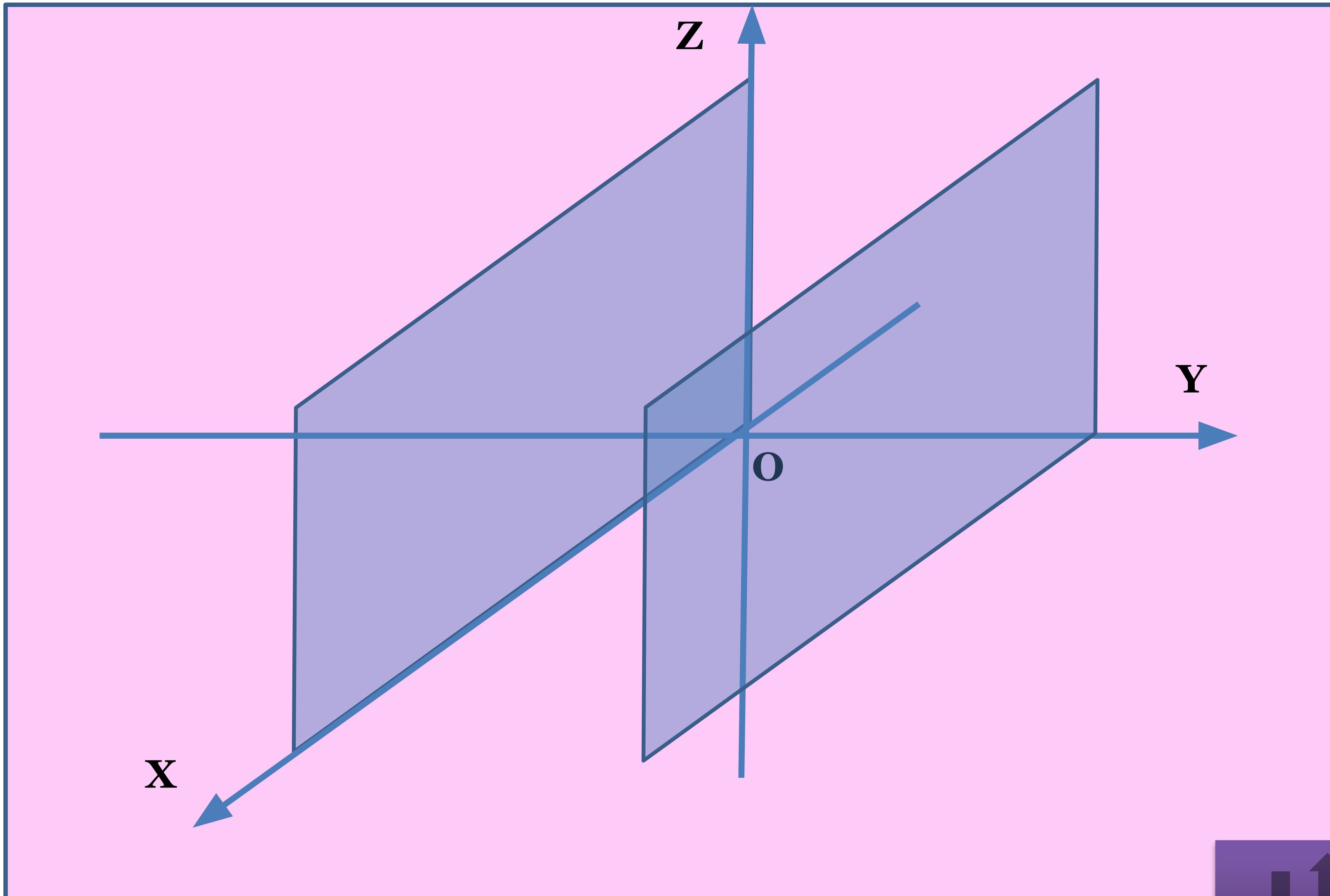
Плоскость Oyz



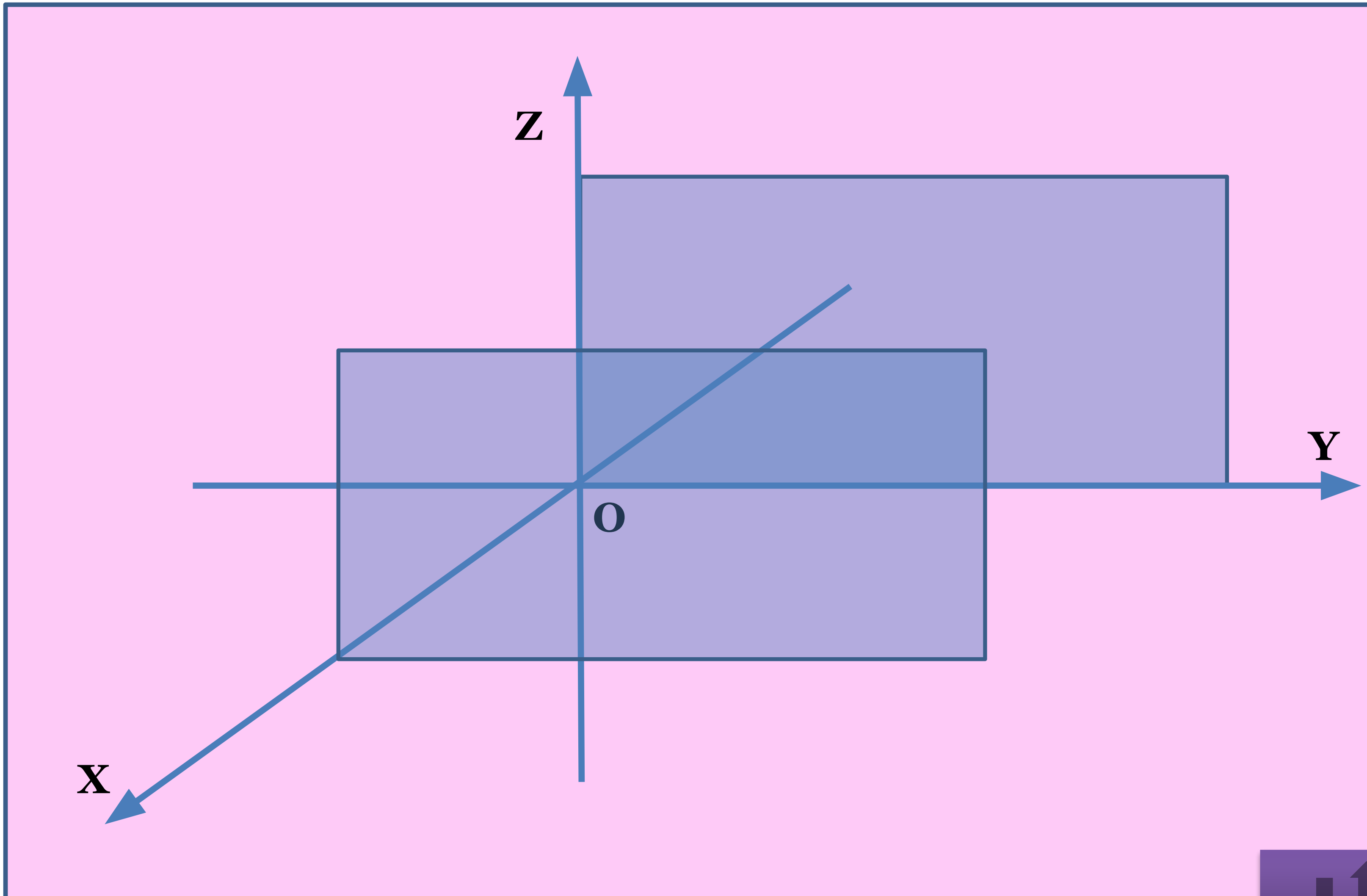
Плоскость параллельная плоскости Oxy



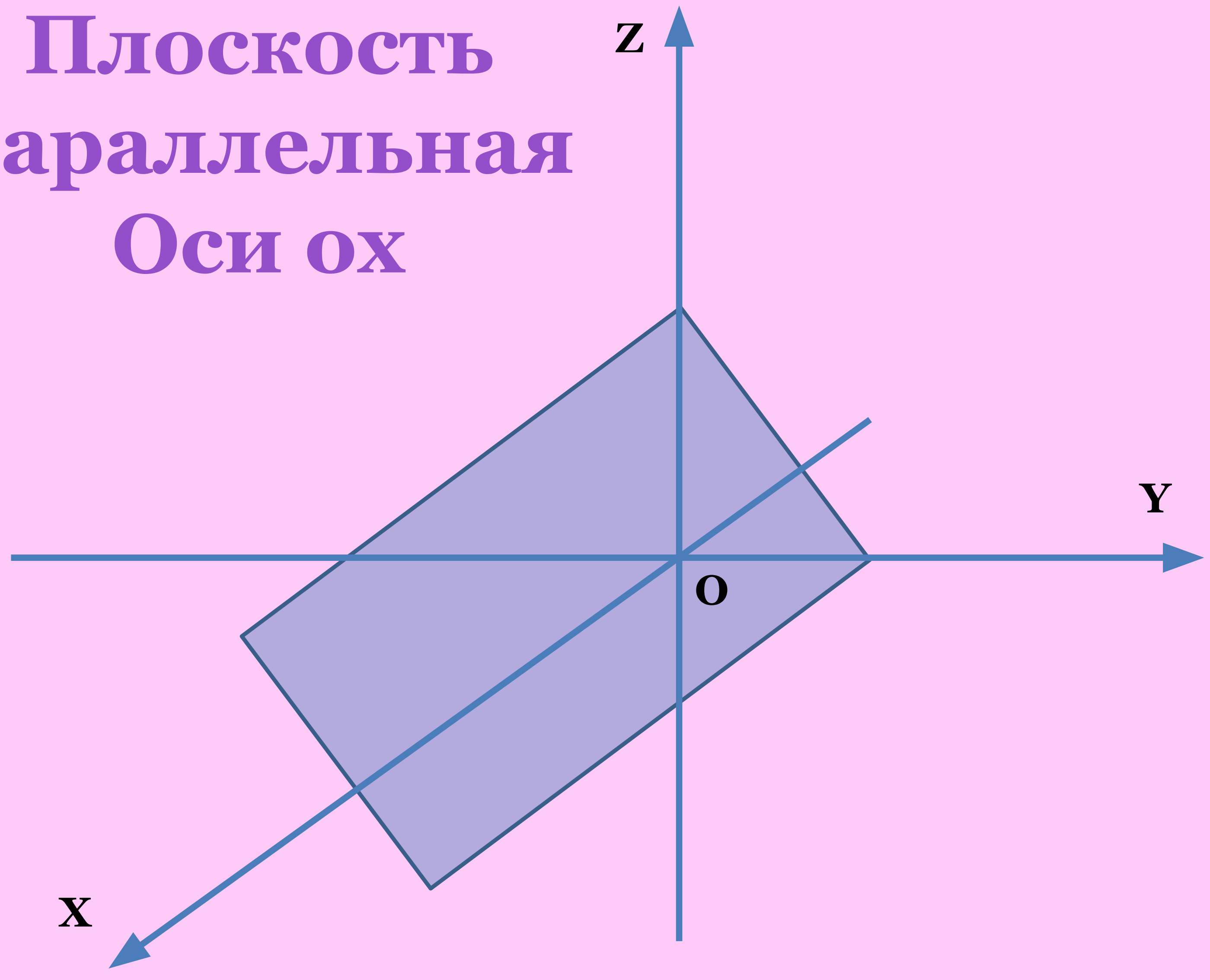
Плоскость параллельная плоскости Oxz



Плоскость параллельная плоскости Oyz



Плоскость параллельная Оси ох



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ