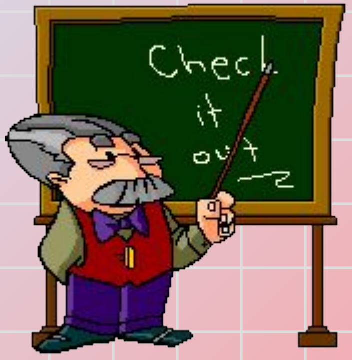
Алгебра 11 сынып

Иррационал теңдеулер

Иррационал теңдеулер

Иррационал теңдеу деп айнымалысы түбір таңбасының ішінде, сонымен қатар бөлшек көрсеткішті дәреженің негізі болатын теңдеуді айтамыз.



Иррационал теңдеулерді шешудің жалпы әдісі:

1) ***егер иррационал теңдеуде бір ғана түбір болса, онда түбір белгісі теңдеудің бір жақ бөлігінде қалатын етіп түрлендіреміз. Одан кейін теңдеудің екі жағын бірдей дәрежеге шығару арқылы рационал теңдеу аламыз;***

2) ***егер иррационал теңдеуде екі немесе одан көп түбір белгісі болса, онда алдымен түбірдің біреуін теңдеудің бір жағында қалдырып, теңдеудің екі жағын бірдей дәрежеге шығарамыз. Содан кейін рационал теңдеу алынғанша осы тәсілді қайталаймыз.***

Иррационал теңдеулерді шешуде айнымалының табылған мәндерін міндетті түрде тексеру қажет.

Теңдеуді шешіңіз: $\sqrt{6-4x-x^2}=x+4,$

Шешуі: $\sqrt{6-4x-x^2}=x+4,$

екі жағын квадраттаймыз

$$6-4x-x^2=x^2+8x+16$$

$$-2x^2-12x-10=0$$

екі жағын (-2) -ге бөлеміз:

$$x^2+6x+5=0$$

$$x_1=-5,\ \ x_2=-1.$$

$x=-5$ *бөгде түбір*

Жауабы: -1

Теңдеуді шешіңіз: $x - 5\sqrt{x-2} + 4 = 0$

Шешуі:

$$x - 5\sqrt{x-2} + 4 = 0$$
$$x + 4 = 5\sqrt{x-2}$$

$x^2 + 8x + 16 = 25x - 50,$
$x^2 - 17x + 66 = 0,$
$x_1 = 11,$
$x_2 = 6.$

Жауабы: 6; 11.

Тексеру:

$x = 11$

$$11 - 5\sqrt{11-2} + 4 = 0$$

$0 = 0.$

$x = 6$

$$6 - 5\sqrt{6-2} + 4 = 0$$

$0 = 0.$

Теңдеуді шешіңіз: $\sqrt{3x-5}-\sqrt{4-x}=1$

Шешуі:

$\sqrt{3x-5}-\sqrt{4-x}=1,$ ***теңдеудің екі жағын квадраттаймыз***

$$3x-5-2\sqrt{(3x-5)(4-x)}+4-x=1,$$

$$2x-2=2\sqrt{(3x-5)(4-x)},$$

$$x-1=\sqrt{(3x-5)(4-x)},$$

$$x^2-2x+1=(3x-5)(4-x),$$

$$x^2-2x+1-12x+3x^2+20-5x=0,$$

$$4x^2-19x+21=0,$$

$$x_1=3$$

$$x_2=1{,}75$$ - бөгде түбір

Тексеру:

x = 3, $\sqrt{9-5}-\sqrt{4-3}=1,$

1 = 1.

x = 1,75 $\sqrt{4{,}75-5}-\sqrt{4-1{,}75}\neq 1,$

Жауабы: 3.

Теңдеуді шешіңіз: $\sqrt[3]{25+x}+\sqrt[3]{3-x}=4$

Шешуі:

$\sqrt[3]{25+x}+\sqrt[3]{3-x}=4,$ ***теңдеудің екі жағын үшінші дәрежеге шығарамыз***

$25+x+3(\sqrt[3]{25+x})^2(\sqrt[3]{3-x})+3(\sqrt[3]{25+x})(\sqrt[3]{3-x})^2+3-x=64,$

$3\sqrt[3]{(25+x)(3-x)}(\sqrt[3]{25+x}+\sqrt[3]{3-x})=36,$ ***мұнда*** $(\sqrt[3]{25+x}+\sqrt[3]{3-x})=4$

онда: $12\sqrt[3]{(25+x)(3-x)}=\frac{36}{12}$

$\sqrt[3]{(25+x)(3-x)}=3,$ ***теңдеудің екі жағын үшінші дәрежеге шығарамыз***

$(25+x)(3-x)=27,$

$x^2+22x-48=0,$

$x_1=-24,$

$x_2=2.$

Тексеру:

$x=-24,\ 1+3=4$

$x=2\ ,\ 3+1=4$

Жауабы: –24; 2.

Жаңа айнымалы енгізу тәсілі арқылы шығарылатын күрделі иррационал теңдеулер.

Теңдеуді шешіңіз: $\sqrt{x^3+8}+\sqrt[4]{x^3+8}=6$

Шешуі:

$$\sqrt{x^3+8}+\sqrt[4]{x^3+8}=6,$$

$\sqrt[4]{x^3+8}=t$ ***деп белгілеп, онда*** $\sqrt{x^3+8}=t^2$ ***, мұнда*** $t>0$

$$t^2+t-6=0$$

$t_1=-3$ -бөгде түбір

$t_2=2$

бұдан

$\sqrt[4]{x^3+8}=2,$ ***теңдеудің екі жағын төртінші дәрежеге шығарамыз***

$$x^3+8=16$$

x = 2.

Жауабы: 2.

Тексеру:

x = 2, $\sqrt{2^3+8}+\sqrt[4]{2^3+8}=6,$

6 = 6

Теңдеуді шешіңіз: $\sqrt[3]{5-\sqrt{x^3+15}}=x$

Шешуі:

$\sqrt[3]{5-\sqrt{x^3+15}}=x,$ ***теңдеудің екі жағын үшінші дәрежеге шығарамыз***

$5-\sqrt{x^3+15}=x^3,$

$5-x^3=\sqrt{x^3+15},$ ***теңдеудің екі жағын квадраттаймыз***

$25-10x^3+x^6=x^3+15,$

$x^6-11x^3+10=0,$

$x^3=t$ ***деп белгілеп аламыз***

$t^2-11t+10=0,$

$t_1=10;\quad t_2=1$

бұдан

$x^3=10,$ ***немесе*** $x^3=1$

$x=\sqrt[3]{10}$ ***-бөгде түбір*** $x=1$

Жауабы: 1.

Тексеру:

$x=\sqrt[3]{10},\quad \sqrt[3]{5-\sqrt{(\sqrt[3]{10})^3+15}}=\sqrt[3]{10},$

$0\neq\sqrt[3]{10}$

$x=1\quad \sqrt[3]{5-\sqrt{1^3+15}}=1,$

1 = 1