Уравнения и методы их решения

- Над проектом работали:
- Маслов Андрей
- Мулярчук Екатерина
- Фадеенко Виктор

- МКОУ СОШ с Красное 2014

Показательные уравнения

Опред.: Уравнение вида $a^x=b$, называется показательным

Методы решения:

- Приведение к одному основанию
- Разложение левой части уравнения на множители (выносим степень с наименьшим показателем)
- Замена переменной, приведение к квадратному (подстановка)
- Деление левой и правой частей уравнения на степень

Приведение к одному основанию:

$2^{3x} \cdot 3^{x} = 576$

$(2^3)^{x} \cdot 3^{x} = 576$

$8^{x} \cdot 3^{x} = 576$

$24^{x} = 24^2 \Rightarrow x = 2$

Разложение левой части уравнения на множители:

$$3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$$

$$3^{x-2}(3^3-2)=25$$

$$3^{x-2} \cdot 25=25 \mid :25$$

$$3^{x-2} = 1$$

$$3^{x-2} = 3^0 \Rightarrow x-2=0$$

$$x=2$$

Замена переменной, приведение к квадратному:

$$9^x - 4 \cdot 3^x - 45=0$$

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45=0$$

$3^x = t \Rightarrow t^2-4t-45=0$

$t_1+t_2 = 4 \quad t_1 = 9$

$t_1 + t_2 = 45 \quad t_2 = -5$ п.к.

$3^x = 9$

$3^x = 3^2 \Rightarrow x=2$

Деление левой и правой частей уравнения на степень:

$$3^x = 5^{2x}$$

$$3^x = 25^x \quad | \div 3^x$$

$$1 = \left(\frac{25}{3}\right)^x$$

$$\left(\frac{25}{3}\right)^0 = \left(\frac{25}{3}\right)^x \Rightarrow x = 0$$

Примеры для самопроверки:

$$\left(\frac{1}{27}\right)^{0,5x-1} = 9;$$

$$7 \cdot 5^{x} - 5^{x+1} = 2 \cdot 5^{-3};$$

$$2^{x^2} + 14 \cdot 2^{x+1} - 29 = 0;$$

$$7^{x+6} \cdot 3^{x+6} = 7^{3x} \cdot 3^{3x}$$

Типовые задания ЕГЭ:

1.Решить уравнение:

$$5^{x}=125;$$

2.Решить уравнение:

$$\left(\frac{1}{32}\right)^{0,1x-1} = 16;$$

3.Указать промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$$3^{x^2+x-12} = 1;$$

4.Решить уравнение:

$3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25;$

5.Решить уравнение:

$3^{2x} - 4 \cdot 3^{x} - 45 = 0;$

6.Решить уравнение:

$3^{2x-1} - 2^{2x-1} = 0;$

7.Решить уравнение:

$3^{2x+5} - 2^{2x+7} + 3^{2x+4} - 2^{2x+4} = 0;$

8.Найти промежуток, которому принадлежат все решения уравнения:

$$3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x;$$

9.Указать промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$$5^{2x} - 4 \cdot 5^x - 5 = 0;$$

10.Решить уравнение:

$$3^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4$$

B4.Найти модуль разности корней:

$$4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0;$$

B5.Решить уравнение:

$$2^{3x-1} \cdot 5^{3x-1} = 100;$$

B6.Решить уравнение:

$$\sqrt{3 \cdot 2^x - 4^x - 2 =} 1-2^x;$$

B7.Решить уравнение:

$$32^{x+3} \cdot 3^{3x+1} \cdot 625^{x+2} = 600^{x+7};$$

Тригонометрические уравнения

I) Уравнения Cosx=a, $a \in [-1; 1]$

а) Cosx=a, $a \in (0; 1)$

$X = \pm \arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$

б) Cosx=a, $a \in (-1;0)$

$X = \pm (\pi - \arccos a) + 2\pi k,\ k \in Z$

Cosx=0

$X = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$

Cosx=-1

$X = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

Cosx=1

$X = 2\pi n,\ n \in Z$

Например.

Cosx= $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} \epsilon (0; 1)$

X= $\pm arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \epsilon Z$

X= $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \; n \epsilon Z$

Cosx=- $\frac{1}{2}$, - $\frac{1}{2} \epsilon$ (-1; 0)

X= $\pm$ (π -arccos $\frac{1}{2}$)+2 π k, k ϵZ

X= $\pm(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi$ k, k ϵZ

X= $\pm \frac{2\pi}{3}$ +2 π k, k ϵ Z

II) Уравнения sinx=a, a$\in$[1; 1]

Sinx=a, a$\in$(0; 1)

X= $(-1)^n$arcsina + πn, n $\in$Z

Sinx=a, a$\in$ (-1;0)

X= $(-1)^{n+1}$arcsina+ πn, n$\in$ Z

Sinx= 0

X=πn, n$\in$ Z

Sinx= 1

X=$\frac{\pi}{2}$ +2πK, k$\in$Z

Sinx= -1

X= - $\frac{\pi}{2}$+ 2πn, n$\in Z$

Например.

$Sinx = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} \in (0; 1)$

$X = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, \; n \in Z$

$X = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

$Sinx = -\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2} \in (-1; 0)$

$X = (-1)^{n+1} \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in Z$

$X = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

III) Уравнения tgx=a, a ϵR

tgx=a, a ≥ 0

x=arctga + $\pi n, n \epsilon Z$

tgx= -a , a < 0

x= -arctga + π n, n ϵ Z

Например.

tgx= $\sqrt{3}$, $\sqrt{3} \epsilon$ [0; ∞)

x=arctg $\sqrt{3} + \pi n, n \epsilon Z$

x= $\frac{\pi}{3}$ + $\pi n, n \epsilon$ Z

tgx= - $\sqrt{3}$, -$\sqrt{3}$ ϵ (- ∞ ; 0)

x= -arctg $\sqrt{3}$+ π n, n ϵ Z

x= - $\frac{\pi}{3}$ + πn, $n \epsilon$ Z

Методы решения тригонометрических уравнений.

1)Уравнения, сводящиеся к квадратным

а) $Sin^2x + sinx - 2=0$

$Sinx=t, \ t \in [-1;1]$ $\qquad$ $t^2+t-2=0$

$t_1=1, \quad t_2=-2$-п.к так как $-2 \notin [-1; 1]$

$sinx=1,$

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n \in Z$

2.разложение левой части на множители

Cosx=cos3x

Cosx-cos3x=0

-2sin2xsin(-x) =0

Sin2x=0 или sinx=0

2x= $\pi n, n \epsilon Z$ x= $\pi n, n \epsilon Z$

X= $\frac{\pi n}{2}$, nϵZ

3.однородное уравнение 1-ой степени asinx+bcosx=0 Решается делением на cosx0

$\frac{asinx}{cosx}$ + $\frac{bcosx}{cosx}$ = 0

atgx+b=0

x=-arctg $\frac{b}{a}$ + $\pi n, n \epsilon Z$

sinx+cosx=0 |:cosx $\neq 0$

tgx+1=0

tgx=-1

x=-arctg1 + π n, n ϵ Z

x=- $\frac{\pi}{4}$ + $\pi n, n \epsilon Z$

4.однородное уравнение 2-ой степени $a\sin 2x+b\sin x\cos x+c\cos^2 x=0$

$a\sin^2 x+b\sin x\cos x+c\cos^2 x=0 \quad |:\cos^2 x \neq 0$

$a\,tg^2 x+b\,tgx+c=0$

$tgx=t, \quad at^2+bt+c=0$

$Д=b^2-4ac$

$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$tgx=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x_1=arctg(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a})+\pi n \quad n\epsilon Z$

$x_2=arctg(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a})+\pi n \quad n\epsilon Z$

$3\sin^2 x-7\sin x\cos x+2\cos^2 x=0 | :\cos^2 x \neq 0$

$3tg^2 x-7tgx+2=0$

$tgx=t, \quad 3t^2-7t+2=0$

$Д=b^2-4ac=25, \quad Д>0 => 2д.к$

$t_{1,2}=\frac{7\pm5}{6}$

$tgx=2 \qquad tgx=\frac{1}{3}$

$x=arctg2+\pi n, n\epsilon Z \qquad x=arctg\frac{1}{3}+\pi k, \; k\epsilon Z$

5. Уравнение вида asinx+bcosx=c

asinx+bcosx=c

$$\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\ \text{Sinx} + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\ \text{cosx} = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\varphi, \qquad \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin\varphi$$

$$\text{Cos}\varphi sinx + \sin\varphi\ \text{cosx} = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\text{Sin}(\varphi + x) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$X = (-1)^n \arcsin\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} - \varphi + \pi n,\ n \in Z$$

Sinx-cosx=1

$$\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\ \text{sinx} - \frac{\sqrt{2}}{2}\text{cosx} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Sin}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$X - \frac{\pi}{4} = (-1)^n\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$$

$$X = (-1)^n\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Уравнения для самостоятельной работы!

Базовый уровень

- $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\cos x = -\frac{1}{2}$
- $\mathrm{tg}\, x = \sqrt{3}$
- $1 + \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right) = 0$
- $\sin^2 x = \frac{1}{2}$
- $\sin x + \cos x = 0$
- $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\sin\left(x - \sqrt{3}\right) = 0$

$\sqrt{3}\cos x + 1 = 0$

$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\, x - 1 = 0$

Повышенный уровень

- $2\sin^2x+3\sin x\cos x-2\cos^2x=0$

$\frac{\sin 3x}{\sin x}=0$

- $3\sin x+4\cos x=10$
- $\sin x-\sin 2x+\sin 3x-\sin 4x=0$
- $\sin x-\sin 2x+\sin 3x-\sin 4x=0$
- $\cos x+\cos\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\sin 3x-\sin 9x=0$
- $tg(3x+60^0)=\sqrt{3}$
- $ctg(\frac{x}{4}-1)\sin(\frac{x}{2}-1)ctgx=0$
- $4\sin\frac{x}{4}-\cos\frac{x}{4}=\sqrt{3}$
- $\sin x-\cos x=4\sin x\cos 2x$

Трудные задания

- $\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x+\cos^2 4x=2$
- $(\cos 6x-1)\mathrm{ctg}\,3x=\sin 3x$
- $\cos(x+\frac{41\pi}{4})+\sin 2x=-2$
- $\cos^2 x+\frac{1}{2}|\cos x|\sin x=0$
- $\cos^2 x+\sin^2 2x+\cos^2 3x=\frac{3}{2}$

$\sqrt{9x-8-x^2}\,(\cos 2x+3\sqrt{3}\sin x-4)=0$

$$\frac{\sin x-\frac{1}{2}}{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}}=0$$

$$\cos x+\cos 16x\sin x=\sqrt{2}$$

$$\log_{\sin x}(\sqrt{3}\cos x+2\sin x)=1$$

$$\sqrt{8+8\sin x-10\cos x}-1=4\sin x$$

$$2+tgx\,ctg\frac{x}{2}+ctgx\,tg\frac{x}{2}=0$$

$$tgx\sin 2x\sin 3x=\sin x\cos 2x$$

Трудные задания

найти все решения уравнения $\cos x - \cos 3x + 2\sqrt{1 - \cos^2 x} = 0$

удовлетворяющие условие: $\left|x + \frac{\pi}{4}\right| \leq \frac{\pi}{2}$

$\sqrt{1 + 6\sin x - 2\cos 2x} + 2\cos x = 0$

найти все решения уравнения $\sin x + \sin 3x + \sqrt{1 - \cos^2 x} = 0,$

удовлетворяющие условию $|x| \leq \frac{\pi}{2}$

$\sqrt{(\sin 3x - 2)^2} - \sqrt{9\sin^2 3x - 24\sin 3x + 16} = -4$

$\sqrt{\sin^2 0{,}5x - 6\sin 0{,}5x + 9} + \sqrt{(2\sin 0{,}5x - 5)^2} = 8$

Уравнение с модулем

Определение:

$a \geq 0, |a| = a$

$a < 0, |a| = -a$

Методы решений.

•По определению модуля:

|x+1|=3

$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+1 = 3 \end{cases} => \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 2 \end{cases}$ и $\begin{cases} x+1 < 0 \\ -(x+1) = -3 \end{cases} => \begin{cases} x < -1 \\ x+1 = -3 \end{cases}$

$=> \begin{cases} x < -1 \\ x = -4 \end{cases}$ =>x=-4

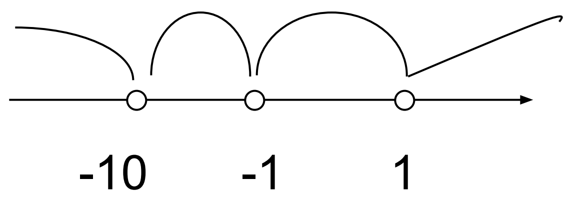
метод интервалов:

$|x+1| + |x-1| + |x+10| = 12$

1.найдём корни подмодульных выражений:

X=-1 x=1 x=-10

2.нанесём корни на числовую ось



метод интервалов:

3. $\begin{cases} x \le -10 \\ -x-1-x+1-x-10=12 \end{cases} => \begin{cases} x \le -10 \\ -3x=22 \end{cases} => \begin{cases} x \le -10 \\ x=-7\frac{1}{3} \end{cases}$

x= $-7\frac{1}{3}$ посторонний корень

$$\begin{cases} -10 < x \le -1 \\ -x-1-x+1+x+10=12 \end{cases} => \begin{cases} -10 < x \le -1 \\ -x=2 \end{cases} => \begin{cases} -10 < x \le -1 \\ x=-2 \text{ корень} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 < x \le 1 \\ x+1-x+1+x+10=12 \end{cases} => \begin{cases} -1 < x \le 1 \\ x=0 - \text{корень} \end{cases}$$

метод интервалов:

$$\begin{cases} x > 1 \\ x + 1 + x - 1 + x + 10 = 12 \end{cases} => \begin{cases} x > 1 \\ 3x = 2 \end{cases} => \begin{cases} x > 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases} =>$$

$x = \frac{2}{3}$ – посторонний корень

Ответ: $x_1=-2$ $x_2=0$

Базовый уровень

1. $|x+3|=12$
2. $x+5=|x|$
3. $|x-15|=25x$
4. $|2x|=100$
5. $|x-40|=80$
6. $|x|=5$
7. $|x|=3x+10$
8. $|3x-9|=1$

Повышенный уровень

1. $\left|\frac{x}{4} - \frac{5}{2}\right| = \frac{x}{2} - 5$

2. $|x^2-5x+6|=x+1$

3. $|x-3|+2|x+1|=4$

4. $|5-2x|+|x+3|=2-3x$

5. $\frac{5}{3-|x-1|} = |x|+2$

6. $x|x|+7x+12=0$

7. $x^2-5x - \frac{6|x|}{x} = 0$

8. $x^2-|3x-5|=5|x|$

9. $|x+5|=|2x-3-x^2|$

10. $3|2x^2+4x+1|=|x^2+5x+1|$

11. $|2x-y-3|+|x+5y-7|=0$

Логарифмические уравнения

- *При решение логарифмических уравнений применяют, такие преобразования, которые не приводят к потери корней, но могут привести к приобретению посторонних корней. Поэтому проверка каждого из полученных корней путем подстановок и их в исходное уравнение обязательно, если нет уверенности в равносильности уравнений. Проверку найденных корней можно заменить нахождением области определения уравнений. Тогда корнями уравнения, будут те числа, которые принадлежат этой области.*

Методы решения логарифмических уравнений.

1)Решение логарифмических уравнений на основании определения логарифма.

$\log_3(2x+1)=2$

$2x+1=3^2$

$2x+1=9$

$x=4$

Проверка $\log_3(2\times4+1)=\log_3 9=2$

Ответ:x=4

2)Метод приведения логарифмических уравнений к квадратному.

$log_{x+1}(2x^2+1)=2$

ОДЗ: $\begin{cases} x+1>0 \\ x+1\neq 1 \\ 2x^2+1>0 \end{cases} => \begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \\ x\in R \end{cases} => \begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \end{cases}$ $X \in (-1:0) \cup (0:\infty)$

По определению логарифма

$(x+1)^2=2x^2+1$

$x^2+2x+1=2x^2+1$

$x^2-2x=0$

$x_1=0$ $x_2=2$

$\notin$ ОДЗ

Ответ: x=2

3) Метод потенцирования

$$\log_5 x = \log_5(6 - x^2\ )$$

ОДЗ $\begin{cases} x > 0 \\ 6 - x^2 > 0 \end{cases} => \begin{cases} x > 0 \\ x^2 < 6 \end{cases} => \begin{cases} x > 0 \\ -\sqrt{6} < x < \sqrt{6} \end{cases} => \ 0 < x < \sqrt{6}$

Применяя метод потенцирования, получили

Х=6- x^2

x^2 +х-6=0

x_1 =2, x_2 =-3 –п.к

Ответ:х=2

4)Метод приведения логарифмов к одному основанию.

Используя формулу

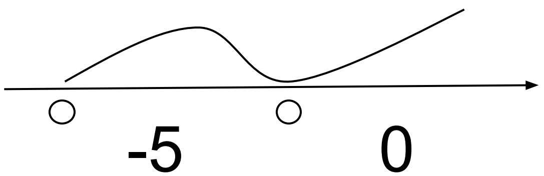
$$\log_a f(x)^{2n} = 2n \times \log_a f(x)$$

Где $a > 0$, $a \neq 1, n \in z$.

$\log_{(f(x))} 2n = 2n|\log_a |f(x)||$, где $a > 0$, $a \neq 1, n \in z$.

$$\log_6(x+5) + \frac{1}{2n}\log_6 x^2 = 1$$

ОДЗ: $\begin{cases} x + 5 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$



$$\log_6(x+5) + \log_6(x) = 1$$

$$\log_6(x+5) \times x = 1$$

$x^2+5x-6=0$

$x_1 + x_2 = -5$ $\qquad$ $x_1 = 1$

$x_1 \times x_2 = -6$ $\qquad$ $x_2 = -6 \notin$ ОДЗ

5)Метод логарифмирования

$$\log_{3x} 3 = \log_{x^2} 3$$

ОДЗ: $\begin{cases} 3x > 0\ ,3x \neq 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$ = > $\begin{cases} x > 0, x \neq \frac{1}{3} \\ x \neq 0 \end{cases}$ = > x $\notin \left(0;\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3};\infty\right)$

$$\log_{3x} 3 = \frac{\log_3 3}{\log_3 3x} = \frac{1}{1 + \log_3 x}$$

$$\log_{x^2} 3 = \frac{\log_3 3}{\log_3 x^2} = \frac{1+\ 1}{2 \log_3 x}$$

$$\frac{1}{1+\log_3 x} = \frac{1}{2\log_3 x}$$

1+ $\log_3 x \neq 0$, 2 = $\log_3 x \neq 0$

2$\log_3 x = 1 + \log_3 x$

$\log_3 x = 1$

X=3 $\in$ ОДЗ

Решить уравнение показательные по образцу.

1) $\log_{x+1}(x^2 + x - 6)^2 = 4$

ОДЗ: $\begin{cases} (x^2 + x - 6)^2 > 0 \\ x + 1 > 0 \\ x + 1 \neq 1 \end{cases}$

$(x+1)^4 = (x^2 + x - 6)^2$

$(x^2 + 2x + 1)^2 = (x^2 + x - 6)^2$

$\begin{cases} x^2 + 2x + 1 = x^2 + x - 6 \\ x^2 + 2x + 1 = -x^2 - x - 6 \end{cases} => \begin{cases} x = -7 \notin ОДЗ; \\ x = 1 \in ОДЗ \\ x = -2{,}5 \notin ОДЗ \end{cases}$

Ответ: Х =1

$\log_{9x^2}(6 + 2x - x^2) = \frac{1}{2}$

ОДЗ: $\begin{cases} 6 + 2x - x^2 > 0 \\ 9x^2 \neq 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2x - 6 < 0 \text{ р. м. п.} \\ x \neq \pm\dfrac{1}{3} \\ x \neq 0 \end{cases}$

$x^2 - 2x - 6 < 0$ **р.м.п**

У= $x^2 - 2x - 6$ ветви вверх

У=0= $> x^2 - 2x - 6 = 0$

Д=4+24=28

$x_{1;2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 1 \pm \sqrt{7}$

$x \in (1 - \sqrt{7}; \frac{1}{3}) \cup \left(\frac{1}{3}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (\frac{1}{3}; 1 + \sqrt{7})$

$$\sqrt{9x^2} = 6 + 2x - x^2$$

$$|3x| = 6+2x- x^2$$

$$\begin{cases} 3x = 6 + 2x - x^2 \\ 3x = -6 - 2x + x^2 \end{cases} \quad => \begin{cases} x = -3 \notin ОДЗ \\ x = 2 \in ОДЗ \\ x = 6 \notin ОДЗ \\ x = -1 \in ОДЗ \end{cases}$$

Ответ:x=-1,x=2

1) $\log_{\frac{9}{(3x-x)^2}} -3 - \frac{1}{2} = 0$

2) $\log_{(2x-5)^2} 5 - \frac{1}{2} = 0$

3) $\log_{16x^2}(x^2 - x) = \frac{1}{2}$

Решить логарифмические уравнения, упростив правую часть.

1) $\log_2(x+3) = \log_2 16$

2) $\log_{\sqrt{3}}(5-2x) = 3^{\log_9 4}$

3) $\log_{\sqrt[3]{2}}(x-2) = 6^{\frac{1}{0,5+\log_9 2}}$

4) $\log_{2x^2}(3x^2+x-4) = \log_{27} 3$

Решить уравнение по образцу

2 $\log_{0,2} x = \log_{0,2}(5x^2 - x)$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 5x^2 - x > 0 \end{cases}$$

$$\log_{0,2} x^2 = \log_{0,2}(5x^2 - x)$$

$$x^2 = 5x^2 - x$$

$$4x^2 - x = 0$$

X=0∉ОДЗ , x= $\frac{1}{4}$

Ответ:
x= $\frac{1}{4}$

Решите уравнения, приведя к логарифмам с одинаковыми основаниями.

1. $\lg(x+2) + \log_{0,001}(x^3+26)=0$

$\log_{\frac{1}{27}}(-37-x^3) + \log_3(-x-1)=0$

$\log_{49}(2x^2+x-5) + \log_{\frac{1}{7}}(1+x)=0$

$\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) = \log_3\frac{1}{x+3}$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x-1) - \log_4\sqrt{x-1} = -9$

Решить уравнения

1. $X^{\log_3 x - 3} = \frac{1}{9}$

1. 0,1x1+lgx=1

1. Xlog4x=23(log4x+3)=0

1. log3x-log3(x+8)=-log3(x+3)

1. log2(x+1)+log2(x+2)=1

1. 2log4(4-x)=4-log2(-2-x)

1. log2(x+1)=1+2log2x

1. $\lg(x+\frac{4}{3})-\lg(x-\frac{1}{3})=\frac{1}{2}\lg(x+6)-\frac{1}{2}\lg x$

1. $\log_2\frac{x-2}{x-1}-1=\log_2\frac{3x-7}{3x-1}$

1. $5x^2-8x+5\frac{lg5-\log_{0,1}2}{\log_9 25}=0$

1. Log2 (24-x-2x+7)=3-x

1. $2\log_2(1-\frac{13}{2x-7})=3\log_2(2+\frac{13}{x-3})+12$

$\sqrt{4-\frac{30}{\log_4 7}}=4\log_7(\sqrt[4]{\frac{1}{7}}(\frac{7}{x})^{0,75})$

1. $X^{2\log_2 x}+3\frac{\log_2 x}{\log_x 3}-6=0$

1. -4+log2(5-log0,2125)x2-x=0

1. $\mathrm{Log}_2\frac{x-2}{x-1}-1=\log_2\frac{3x-7}{3x-1}$

1. Log2(log5x)=1

$\log_{\frac{1}{2}}(4x)+\log_2\frac{x^2}{8}+7=0$

1. 3log2x2-log22(-x)=5

1. $\log_x\frac{5}{x^2}\log^2_5 x=-1$

1. Lg2(x+1)=lg(x+1)lg(x-1)+2lg2(x-1)

1. $\log_3|x+8|+\frac{1}{4}\log_3 x^4=2$

Решить уравнение

1.Log3x+7(9+12x+4x2)+log2x+3(6x2+23x+21)=4

1.log(100x^3)lg $\frac{100}{\sqrt{x}}$ =8

1.$\log_6$(x+5)+ $\frac{1}{2}$ log6x^2=1

$\frac{1}{\log_5 x}$ = $\sqrt{\log_x 25 + 3}$

1.$\log_3$(x+2)(5x)-$\log_3$ $\frac{5-x}{x+2} = 0$

1.Log4log2x+log2log4x=2

$\log_{\frac{1}{3}} 3x$ -$\log_7$7= $\sqrt{\log_{\frac{1}{3}} x}$

1.4 $\sqrt{\log_7 x}$ -$\log_2$4=$\log_7$7x

1.lg $\sqrt{5x-4}$ +lg $\sqrt{x+1} = 2 + lg0{,}18$

1.log23x+ log2x3+3log3x+3logx3=2

1.2log3xlog2x+2log3x-log2x-1=0

Метод монотонности функций.

Теорема 1. Если одна из функций возрастает, а другая убывает на промежутке, то уравнение $f(x)=g(x)$ имеет не более одного корня.

Теорема 2. Если одна функция возрастает (убывает), а вторая принимает постоянные значения на некотором промежутке, то уравнение имеет не более одного корня.

Алгоритм решения уравнения методом использования монотонности.

1.Иследовать на монотонность функции f(x) и g(x) в О.О.У

2.Если выполняются условия теоремы f(x) и g(x) и удается подобрать x_0 удовлетворяющие уравнению f(x)=g(x), то x_0 -единственный корень этого уравнения

$3^x + 4^x = 25$, ($3^x + 4^x$)-функция возрастает т.к 3^x возрастает и 4^x возрастает и в правой части уравнения постоянная функция, то уравнения имеет один корень.

9+16=25

25=25

$6^x - 4^x = 152$, $6^x -$ возрастает функция и 4^x -возрастающая и

($6^x - 4^x$)-возрастающая функция ,в правой части постоянная функция.

X=1, 6- 4 $\neq 152$

X=2, 36-16 $\neq 152$

X=3 , 216-64=152

$$5^{\sqrt{x}} - 13^{\sqrt{x}} + 12^{\sqrt{x}} = 0\text{ , }ОДЗ\ x \geq 0$$

$$5^{\sqrt{x}} + 12^{\sqrt{x}} = 13^{\sqrt{x}} | \div 13^{\sqrt{x}}$$

X=1 , $\frac{5}{13} + \frac{12}{13} \neq 1$

X=4, $\left(\frac{5}{13}\right) + \left(\frac{12}{13}\right) = 1$

$$\frac{25}{169} + \frac{144}{169} = 1, значит\ x = 1 - корень.$$

$$5^{\sqrt{x}} - 13^{\sqrt{x}} = -12$$

$\left(\frac{5}{12}\right)$ - $\left(\frac{13}{12}\right) = 1$

$\left(\frac{5}{12}\right)$ -функция убывает, а $\left(\frac{13}{12}\right)$ -возрастает, теорему не применять

$\log_{\frac{1}{3}} x$ а = $\frac{1}{3}$ Ф.М.У

У=х-4,а=1 прямая направлена

Применяем теорему: уравнений имеет один корень

Х=3 , $\log_{\frac{1}{3}} 3 = 3 - 4$ -1=-1, Х=3

Уравнение с завуалированным обратным числом.

$\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^x + \left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^x = 8$

$(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})$ =16-16=1=> 4+ $\sqrt{15}$ =t

t $(4-\sqrt{15})$ =1=> 4- $\sqrt{15}$ = $\frac{1}{t}$

t+ $\frac{1}{t}$ =8|$\cdot$ t

t2-8t+1=0

д=b2-4ac=64-4=60

$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{д}}{2a} = \frac{8 \pm 2\sqrt{15}}{2} = 4 \pm \sqrt{15}$

$\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^x = (4+\sqrt{15})$

$\frac{x}{2}$ =1

X=2

$\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^x = (4-\sqrt{15})$

$\frac{x}{2}$ = -1

x=

-2

Например!

1) ($\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}$)^x + ($\sqrt[3]{3-\sqrt{8}}$)^x=6

1)($\sqrt[4]{5+2\sqrt{6}}$)^x + ($\sqrt[4]{5-2\sqrt{6}}$)^x=10

Используемая литература

- С.М.Никольский- алгебра 10-11класс
- Ш.А.Алимов и др- алгебра 10-11класс
- Справочник по математике 5-11 класс
- Т.С. Кармакова -элективный курс «Методы решения нестандартных уравнений»