

Функции и их свойства

Задача 1



- При каких положительных значениях k прямая $y=kx-4$ имеет с параболой $y=x^2-3x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и постройте данные графики в одной системе координат.

Найдём абсциссы точек пересечения:

$$x^2 - 3x = kx - 4 \Leftrightarrow x^2 - (3 + k)x + 4 = 0.$$

Графики функций, будут иметь ровно одну точку пересечения, если это уравнение имеет ровно одно решение. То есть, если дискриминант этого квадратного уравнения будет равен нулю.

$$(3 + k)^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + k = -4, \\ 3 + k = 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -7, \\ k = 1. \end{cases}$$

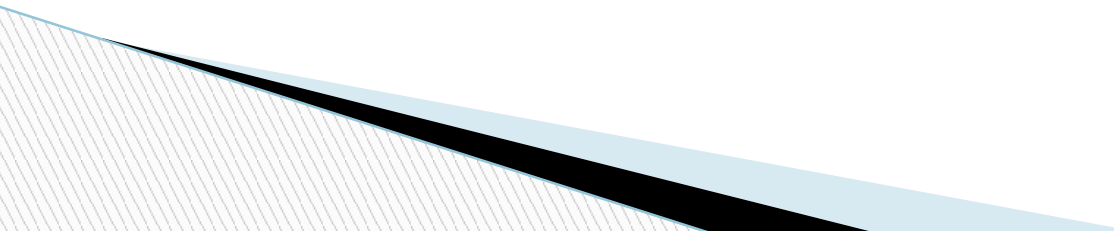
- По условию поэтому нам подходит значение
- Подставив параметр в уравнение, найдём координату точки пересечения этих функций:

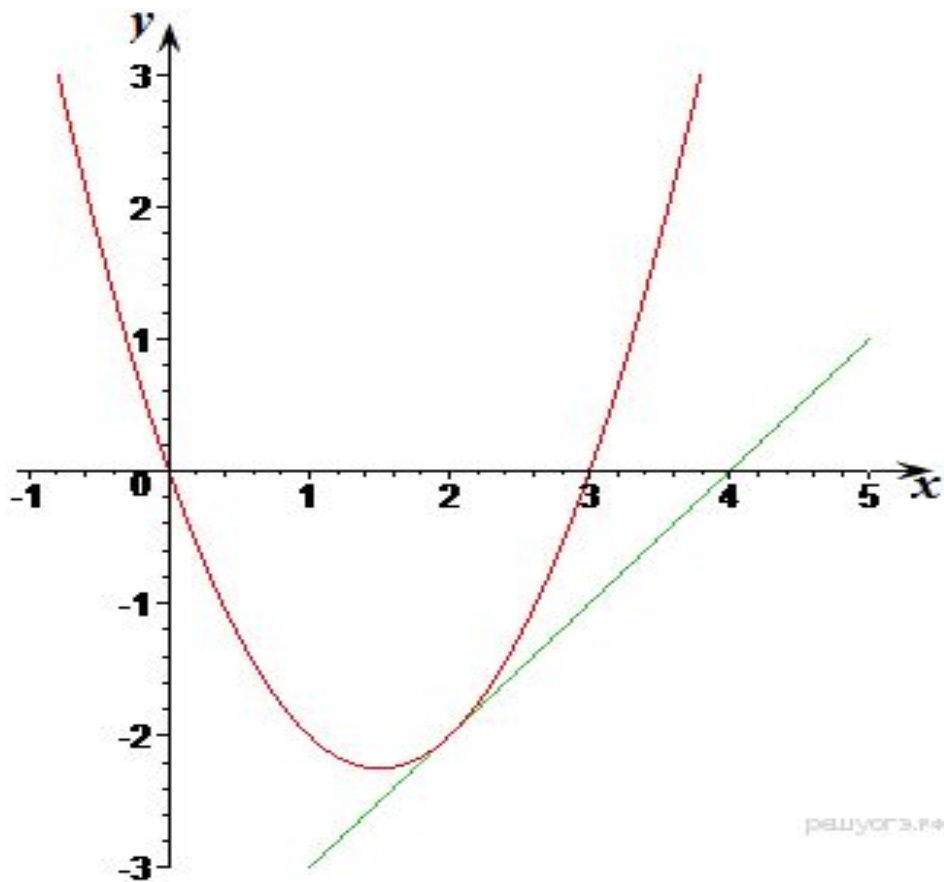
$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

κ,

$$y = 2 - 4 = -2.$$

Теперь, зная κ можем построить графики обеих функций



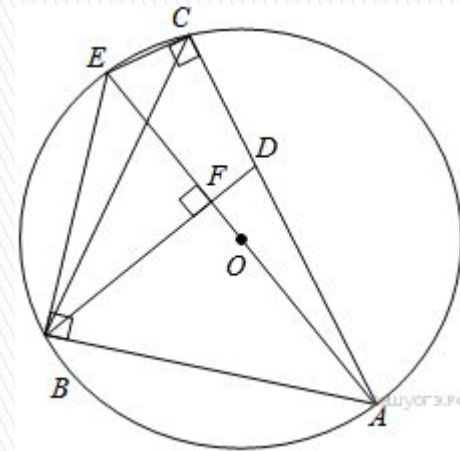


Ответ: координаты точки: $(2; -2)$. $k = 1,$

Задача 2

- ▣ **1.** В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 8$, $AC = 64$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

- Проведём построения как показано на рисунке. Угол $\angle ABE$ — вписанный и опирается на диаметр, значит, угол $\angle ABE$ — прямой. Рассмотрим треугольники $\triangle AEB$ и $\triangle ABF$ они прямоугольные, угол $\angle BAE$ — общий, следовательно, эти треугольники подобны. Откуда:



$$\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} \Leftrightarrow AB^2 = AE \cdot AF.$$

Угол $\angle C$ — вписанный и опирается на диаметр, следовательно, он прямой.

Рассмотрим треугольники $\triangle AEC$ и $\triangle AFD$ — они прямоугольные, угол $\angle A$ — общий, следовательно, эти треугольники подобны. Откуда

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AF} \Leftrightarrow AD = AE \cdot \frac{AF}{AC}.$$

$$AD = \frac{AB^2}{AC} = \frac{8^2}{64} = 1,$$

$$CD = AC - AD = 64 - 1 = 63.$$

Ответ: 63.