Функции и их свойства

Задача 1

- При каких положительных значениях прямая $y=Kx-4$ имеет с параболой $y=x-3x$ ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и постройте данные графики в одной системе координат.

Найдём абсциссы точек пересечения:

$$x^2 - 3x = kx - 4 \Leftrightarrow x^2 - (3 + k)x + 4 = 0.$$

Графики функций, будут иметь ровно одну точку пересечения, если это уравнение имеет ровно одно решение. То есть, если дискриминант этого квадратного уравнения будет равен нулю.

$$(3+k)^2-16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3+k=-4, \\ 3+k=4. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=-7, \\ k=1. \end{array}\right.$$

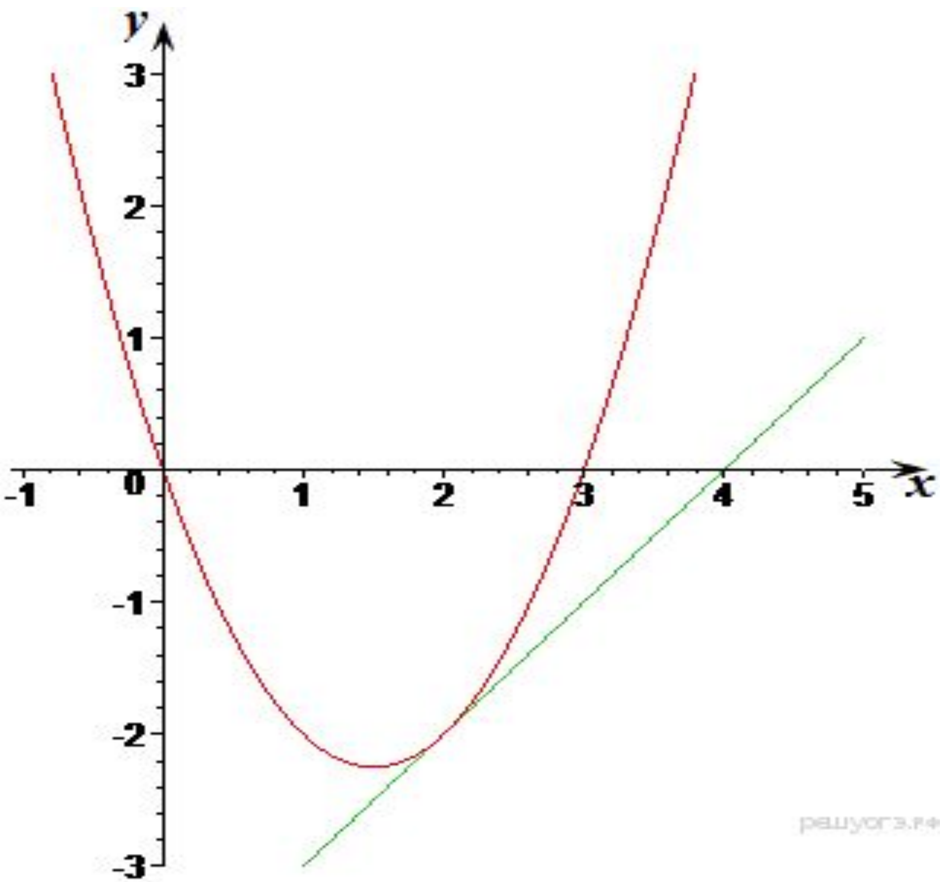
- По условию поэтому нам подходит значение
- Подставив параметр в уравнение, найдём координату точки пересечения этих функций:

$$x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow (x-2)^2=0 \Leftrightarrow x=2.$$

k,

$$y = 2 - 4 = -2.$$

Теперь, зная можем построить графики обеих функций

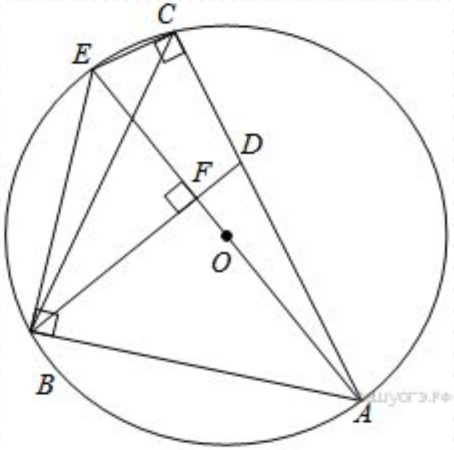


Ответ: координаты точки: (2; −2). $k = 1,$

Задача 2

- **1.** В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 8$, $AC = 64$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

- Проведём построения как показано на рисунке. Угол ABE — вписанный и опирается на диаметр, значит, угол ABE — прямой. Рассмотрим треугольники AEB и ABF о ни прямоугольные, угол BAE — общий, следовательно, эти треугольники подобны. Откуда:



$$\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} \Leftrightarrow AB^2 = AE \cdot AF.$$

Угол ECA — вписанный и опирается на диаметр, следовательно, он прямой.
Рассмотрим треугольники AEC и AFD
они прямоугольные, угол FAD
— общий, следовательно,
эти треугольники подобны. Откуда

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AF} \Leftrightarrow AD = AE \cdot \frac{AF}{AC}.$$

$$AD = \frac{AB^2}{AC} = \frac{8^2}{64} = 1,$$

$$CD = AC - AD = 64 - 1 = 63.$$

Ответ: 63.