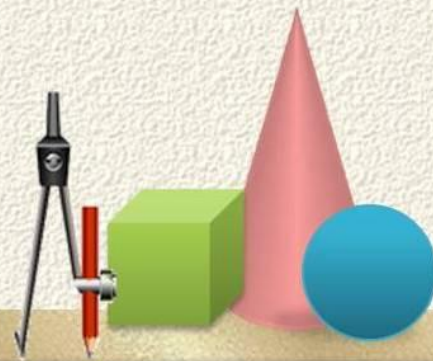


# *Орын ауыстыру және бөліктемелі интегралдау тәсілдері*

*Оқытушы: Жандарбекова А.*





# Өткен тақырыптарға шолу

## Ауызша жаттығулар





## Алғашқы функция ұғымы.

**Анықтама:** Егер берілген аралықта  $F'(x) = f(x)$  теңдігі орындалатын болса, онда осы аралықта  $F(x)$  функциясын  $f(x)$  функциясы үшін **алғашқы функция** деп атайды.





## Алғашқы функцияның негізгі қасиеті

Белгілі бір аралықта  $f(x)$  функциясы үшін алғашқы функциялардың кез-келгенін мына түрде жазып көрсетуге болады,

$$F(x) + C \quad (1)$$





# Алғашқы функцияны табудың үш ережесі

*1 – ереже.*

*Егер  $f$  үшін алғашқы функция  $F$ , ал  $g$  үшін  
алғашқы  
функция  $G$  болса,  $f + g$  үшін алғашқы  
функция  
 $F + G$  болады.*

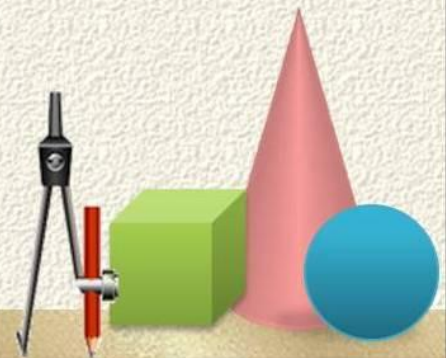




## Алғашқы функцияны табудың үш ережесі

*2 – ереже.*

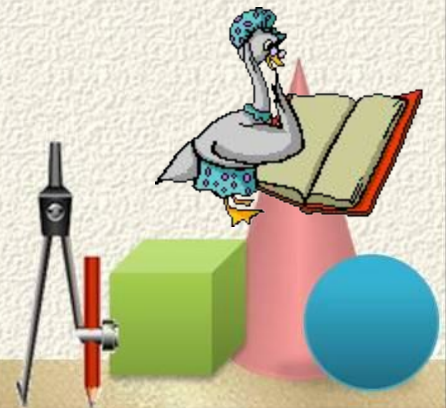
*Егер  $f$  үшін алғашқы функция  $F$ ,  
ал  $k$  – тұрақты шама болса,  
онда  $kf$  үшін алғашқы функция  $kF$  болады.*





## Алғашқы функцияны табудың үш ережесі

*3 – ереже. Егер  $F(x)$  функциясы  $f(x)$  үшін алғашқы функция, ал  $k$  мен  $b$  – тұрақты шамалар болып,  $k \neq 0$  болса, онда  $f(kx + b)$  функциясы үшін алғашқы функция —  $F(kx + b)$  болады.*





# Анықталмаған интеграл кестесі

$$\text{I. } \int x^\mu dx = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1} + C (\mu \neq -1). \quad \text{VIII. } \int \frac{dx}{\sin^2 ax} = -\frac{1}{a} \operatorname{ctg} ax + C.$$

$$\text{II. } \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C. \quad \text{IX. } \int \frac{x dx}{x^2 + a} = \frac{1}{2} \ln|x^2 + a| + C.$$

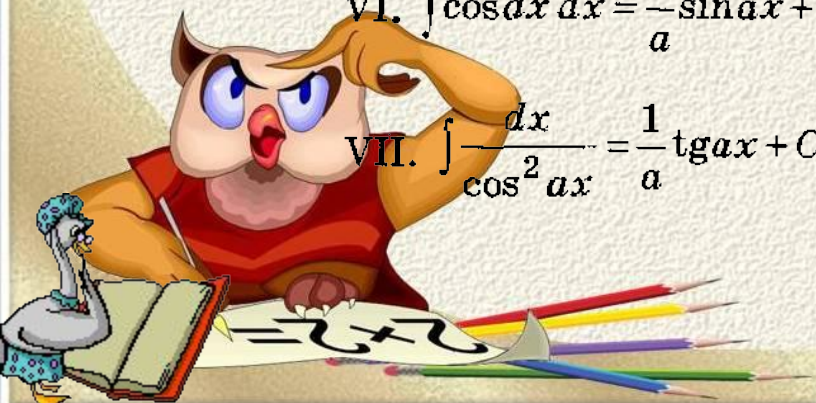
$$\text{III. } \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C. \quad \text{X. } \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C.$$

$$\text{IV. } \int e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} + C. \quad \text{XI. } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C.$$

$$\text{V. } \int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + C. \quad \text{XII. } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a}| + C.$$

$$\text{VI. } \int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax + C. \quad \text{XIII. } \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C.$$

$$\text{VII. } \int \frac{dx}{\cos^2 ax} = \frac{1}{a} \operatorname{tg} ax + C.$$

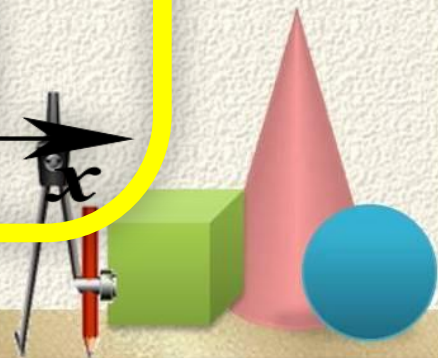
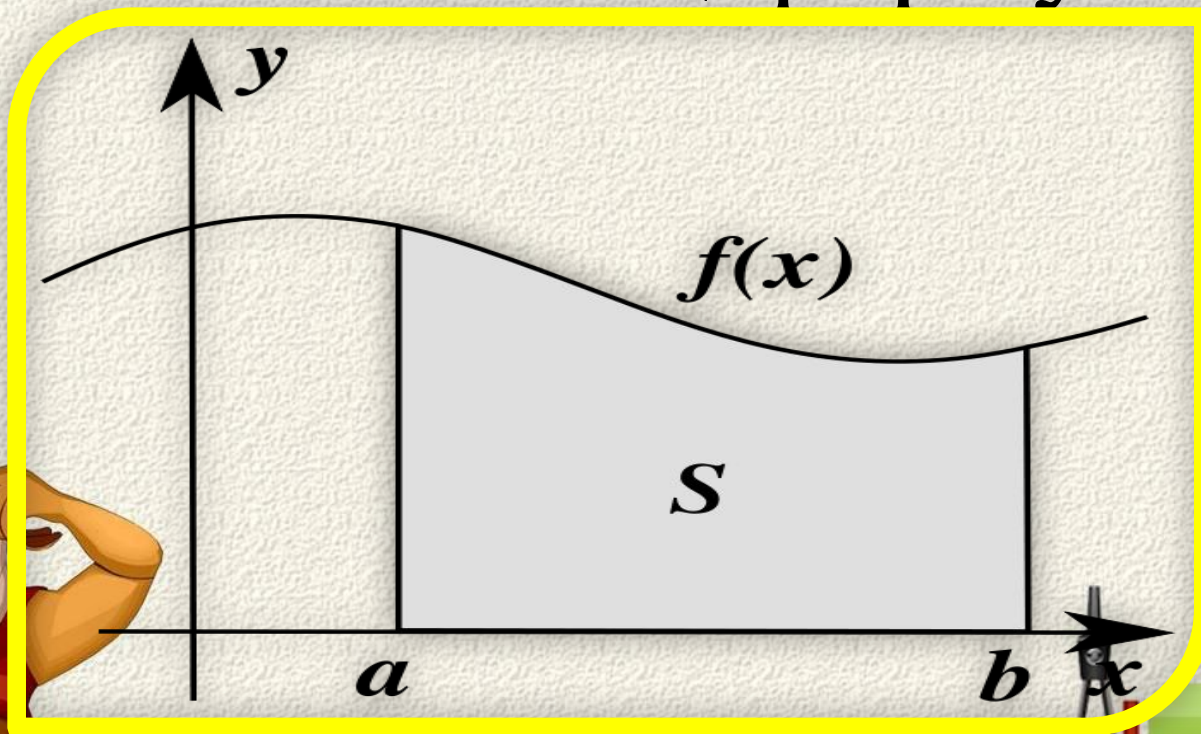




# Анықталған интеграл

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

## Ньютон-Лейбниц формуласы





# Есепте

$$\int_0^1 x^4 dx =$$



Шешімі:

$$\int_0^1 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$$



Есепте:

$$\int_0^{\pi} \sin x dx =$$



Шешімі:

$$\int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = \cos x \Big|_{\pi}^0 =$$

$$= \cos 0 - \cos \pi = 1 - (-1) = 2$$



Есепте:

$$\int_1^3 \frac{dx}{x} =$$

Шешімі:

$$\int_1^3 \frac{dx}{x} = \ln |x| \Big|_1^3 = \ln 3 - \ln 1 =$$

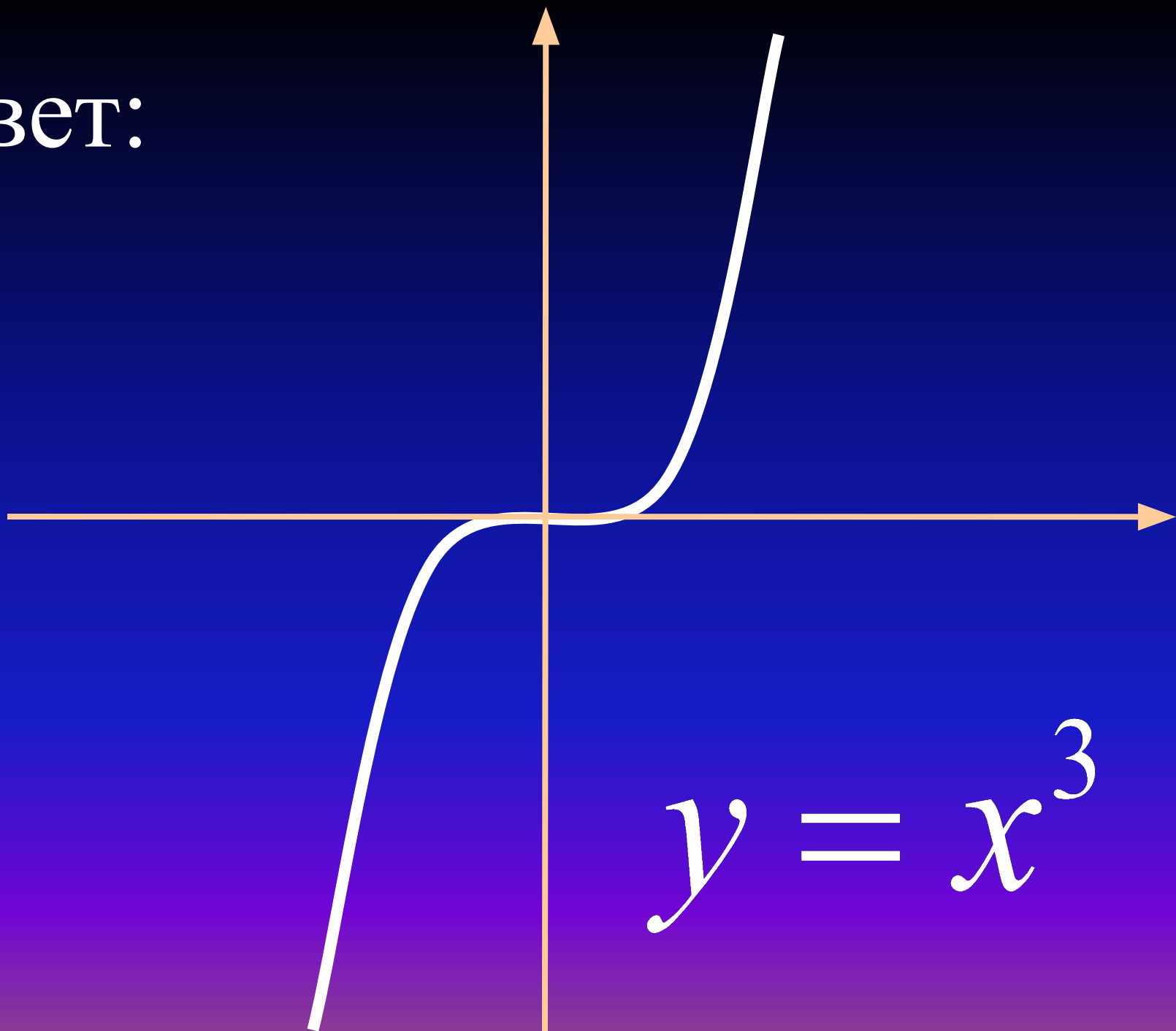
$$= \ln 3 - 0 = \ln 3$$



Мына функцияның  
графикі

$$y = x^3$$

Ответ:



$$y = x^3$$

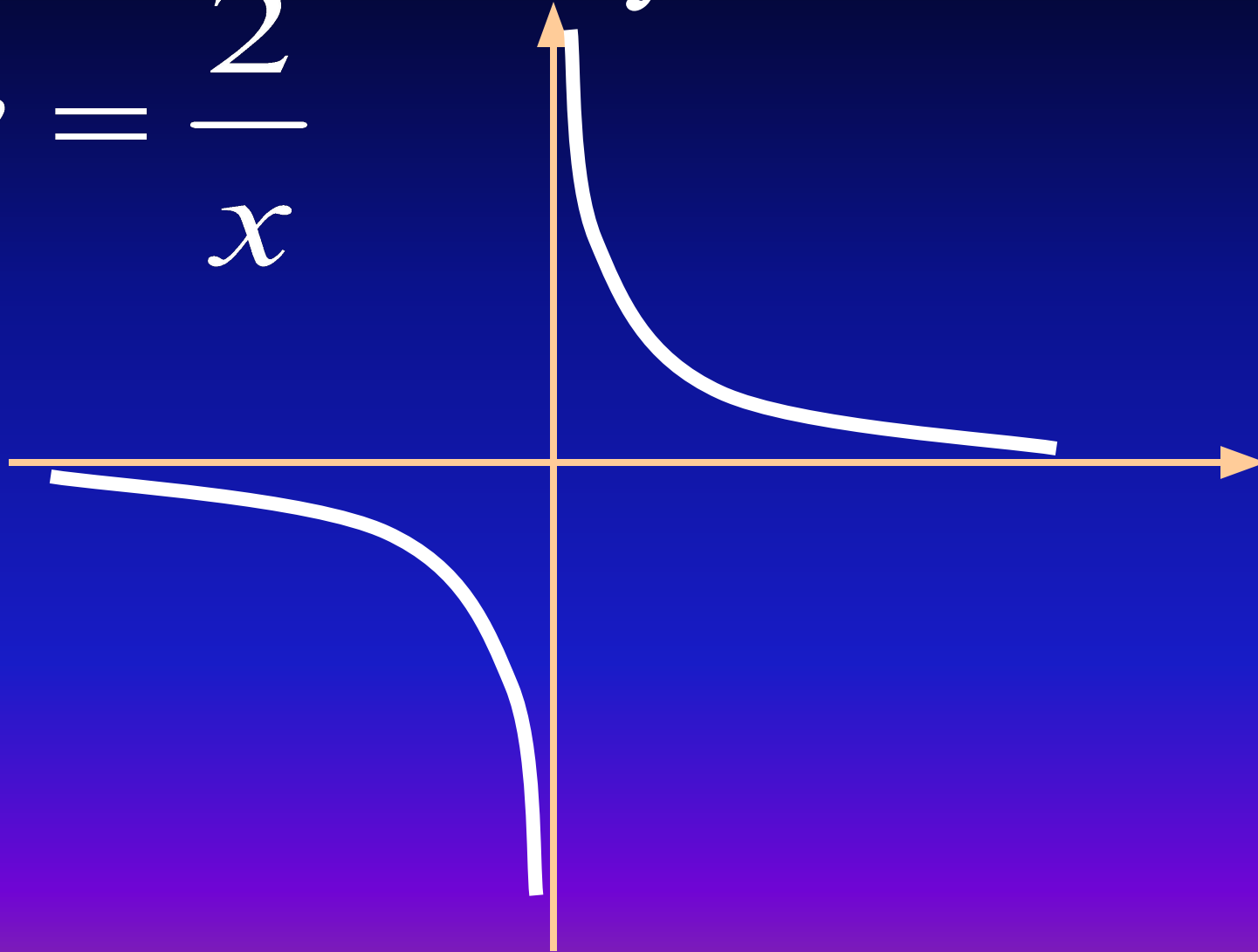


Мына функцияның графигі

$$y = \frac{2}{x}$$

Жауабы:

$$y = \frac{2}{x}$$



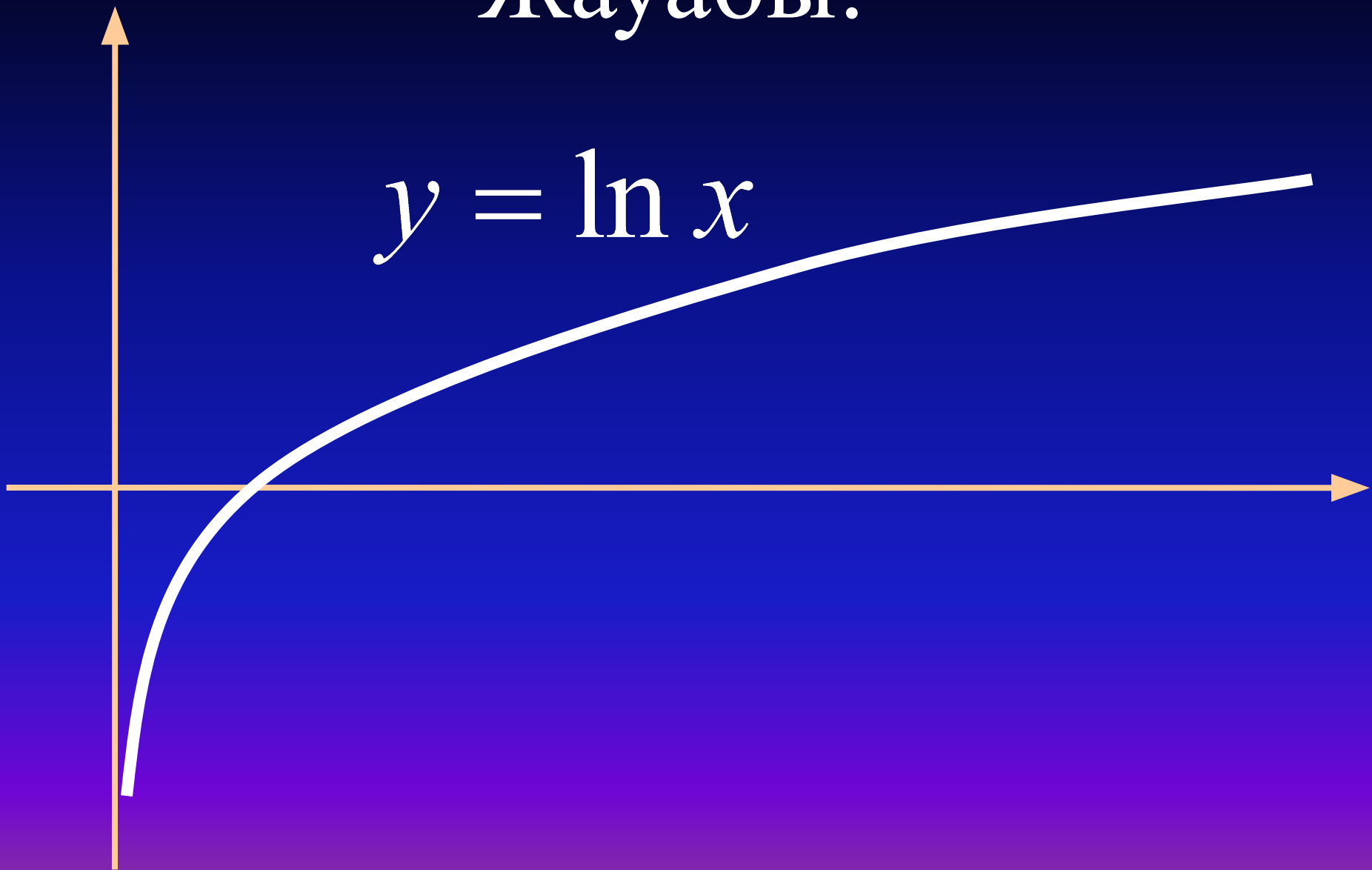


Мына функцияның графигі

$$y = \ln x$$

Жауабы:

$$y = \ln x$$



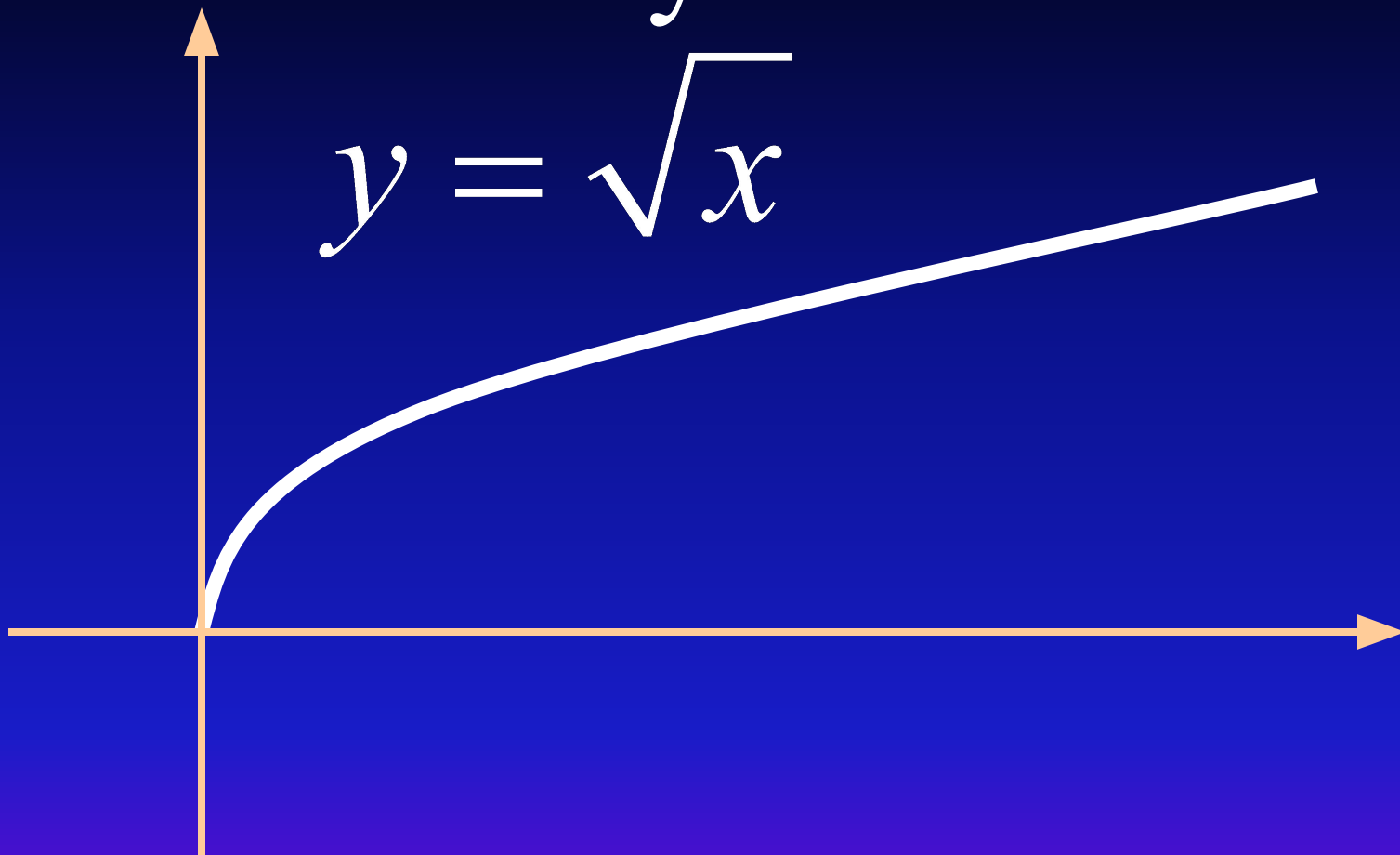
Мына функцияның графигі

$$y = \sqrt{x}$$



Жауабы:

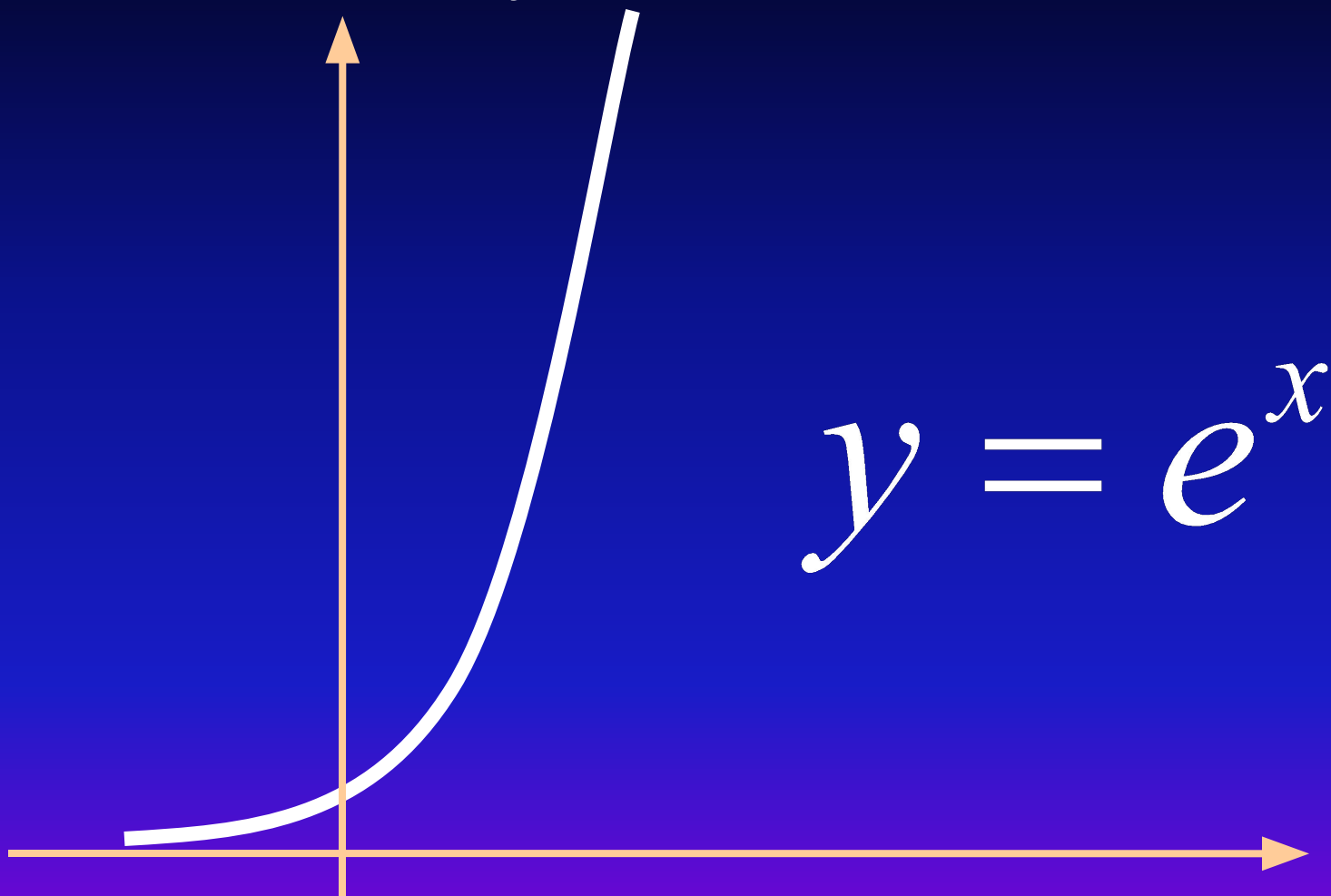
$$y = \sqrt{x}$$



Мына функцияның графигі

$$y = e^x$$

Жауабы:

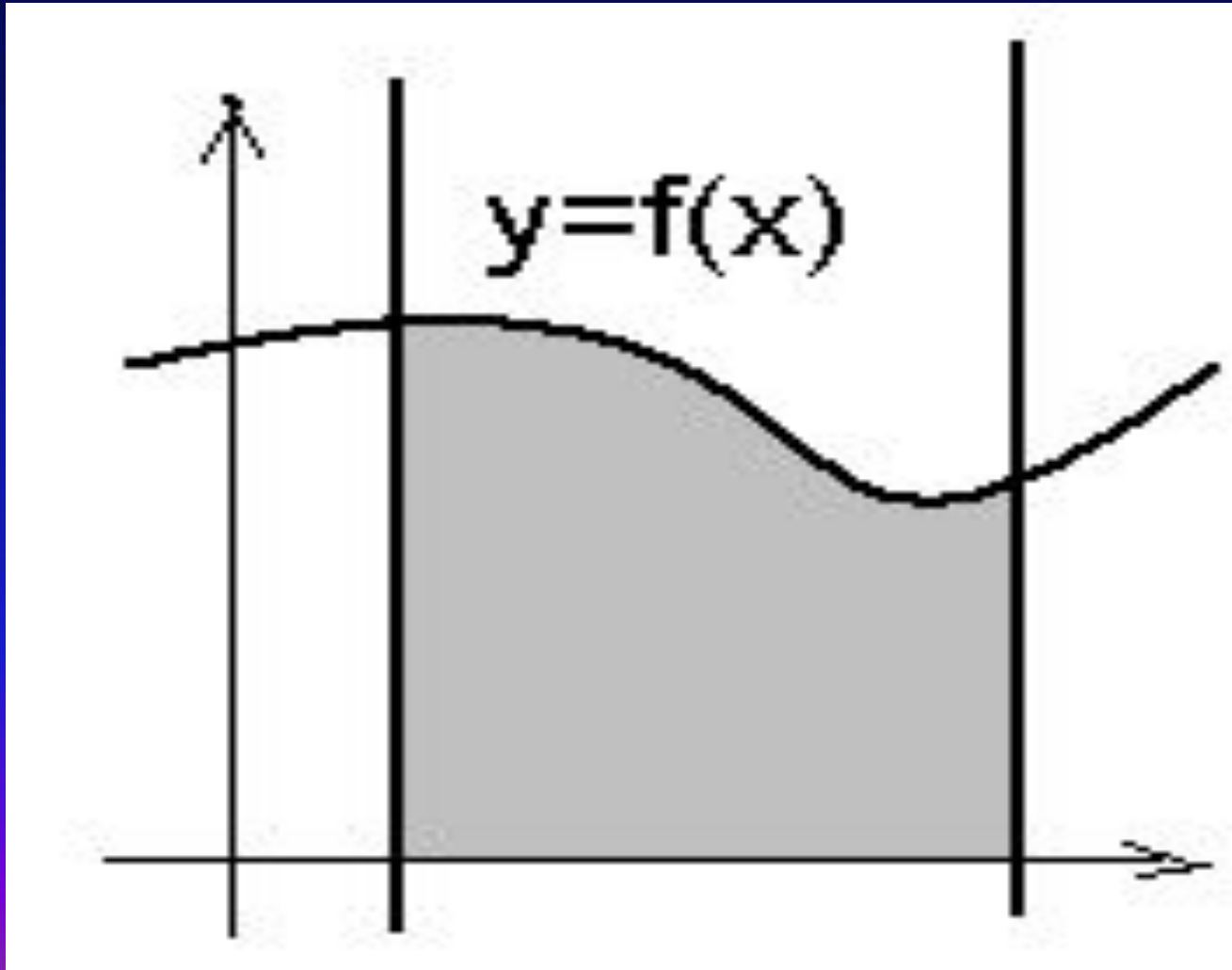




# Қисық сызықты трапеция

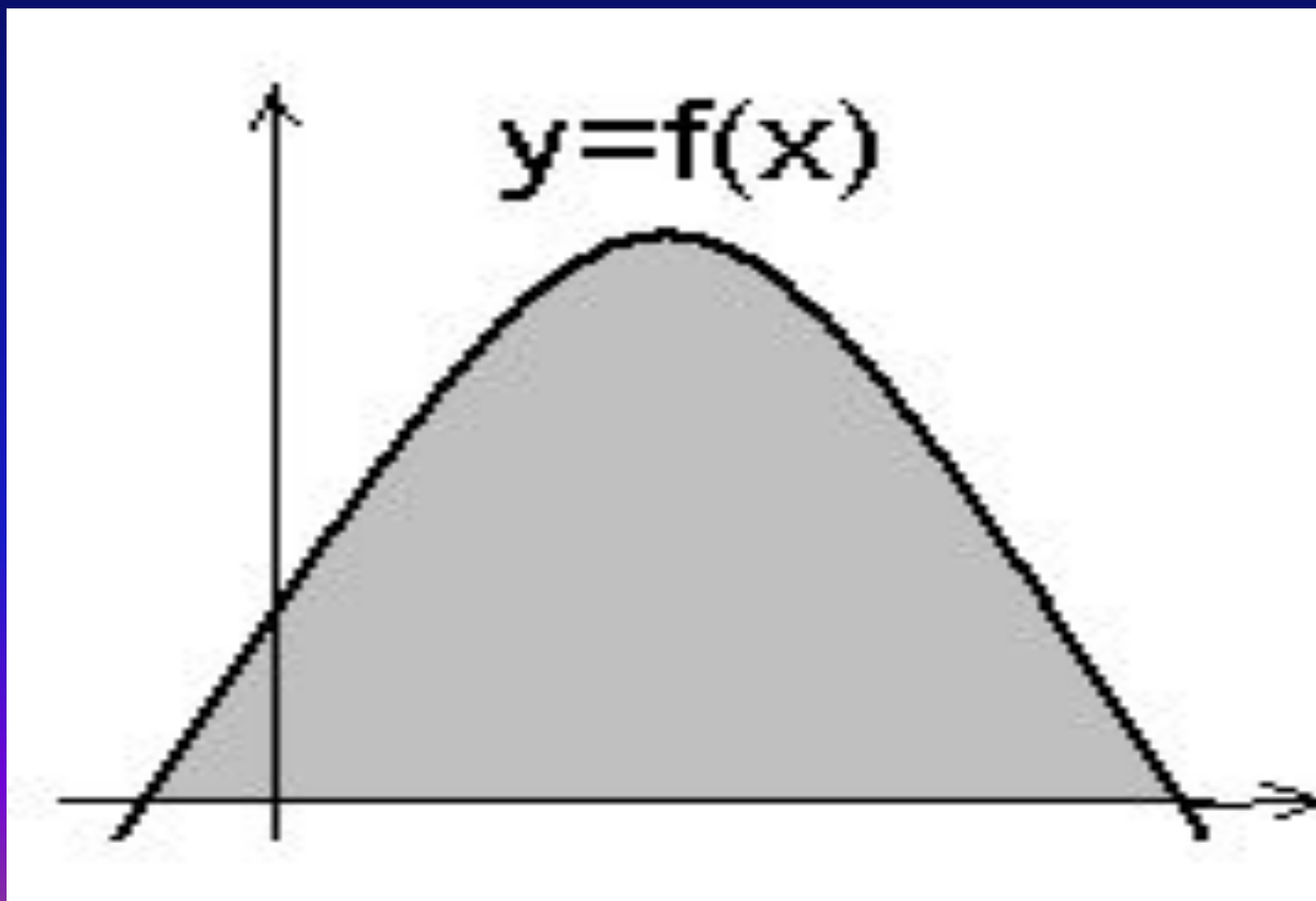
$y=f(x)$  функциясының графигімен және  $x=a$ ,  $x=b$  түзулерімен,  $Ox$  осімен шектелген фигура қисық сызықты трапеция деп аталады.

# Қисық сызықты тапедия

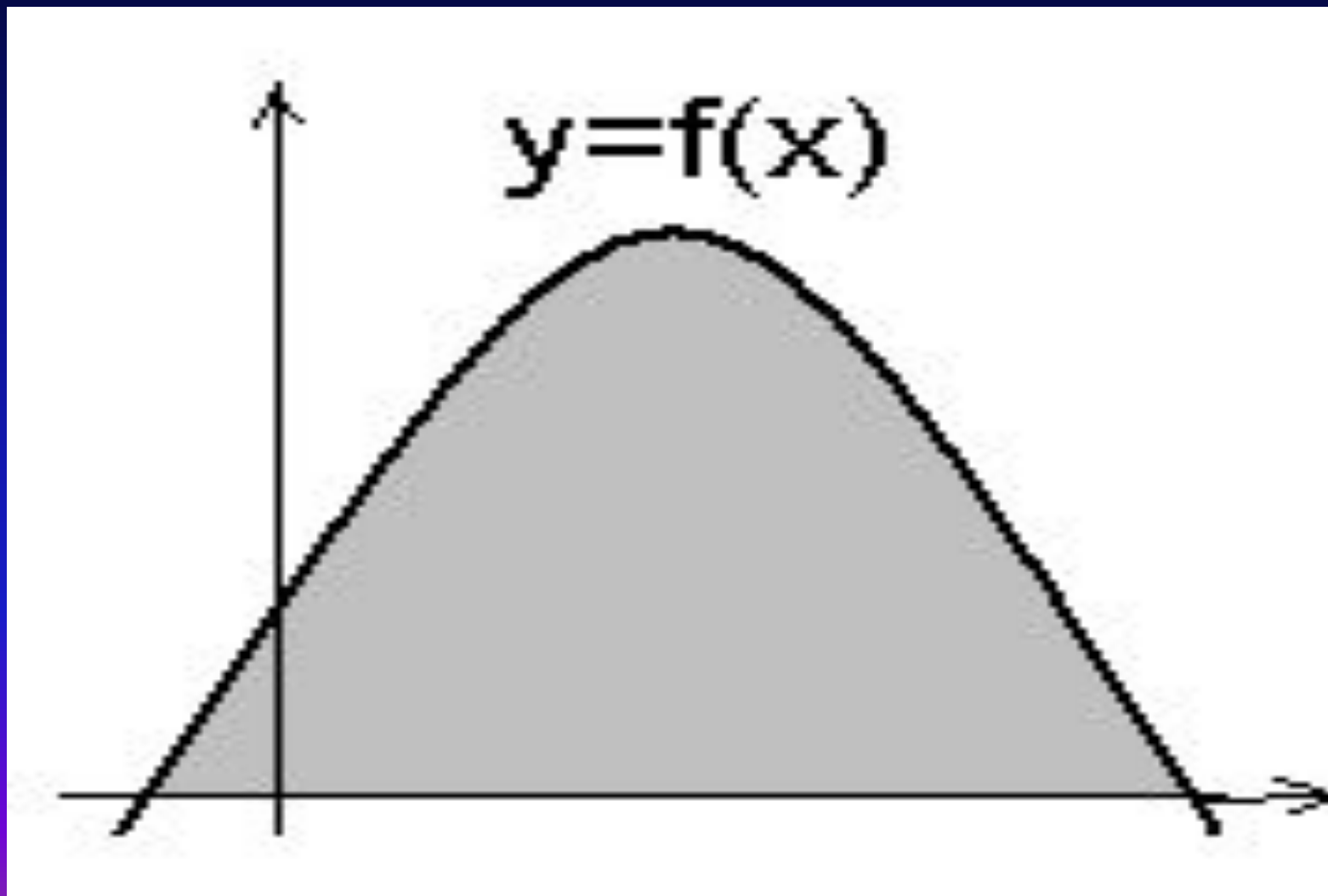




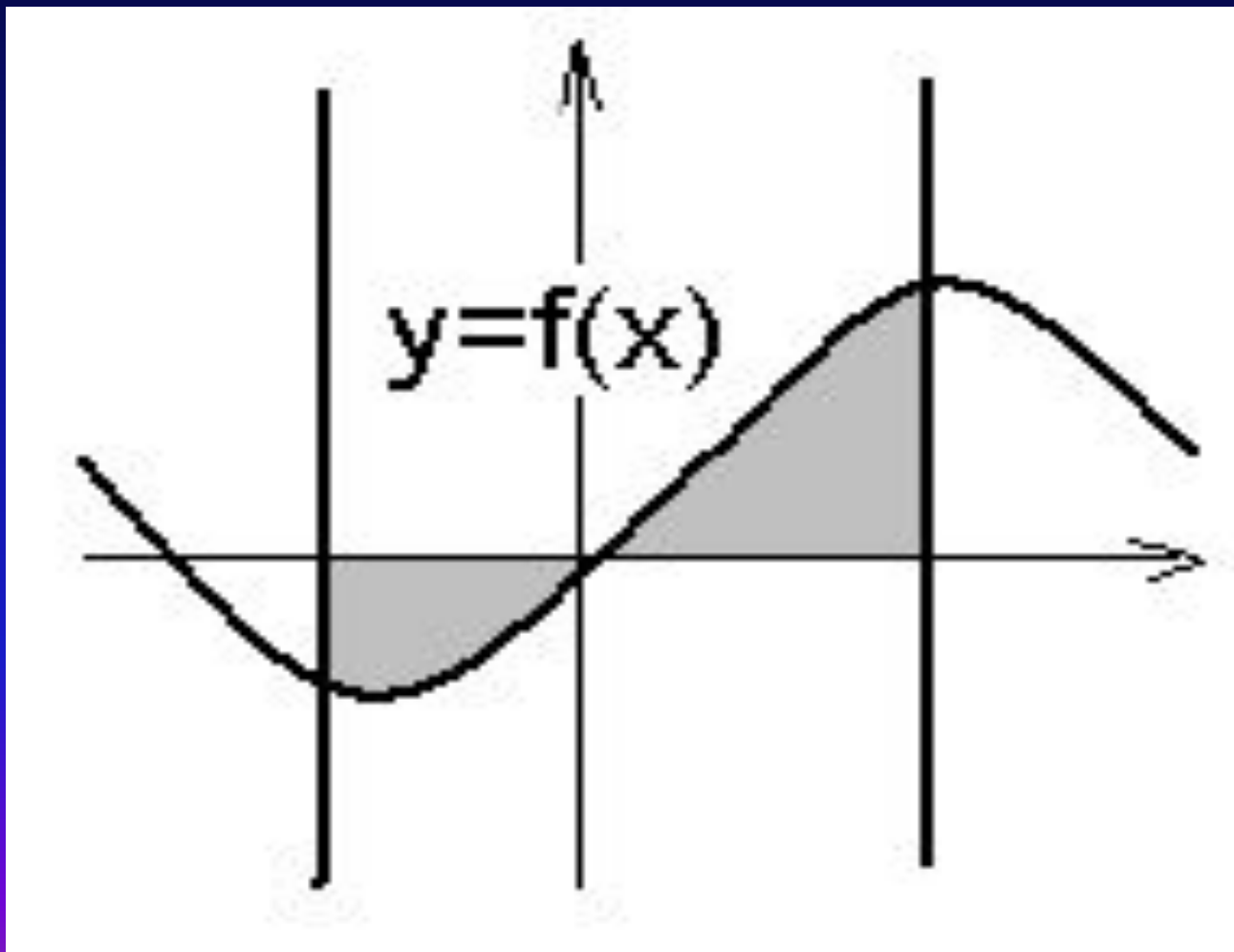
1. Мына фигура қисық сызықты трапеция бола ма?



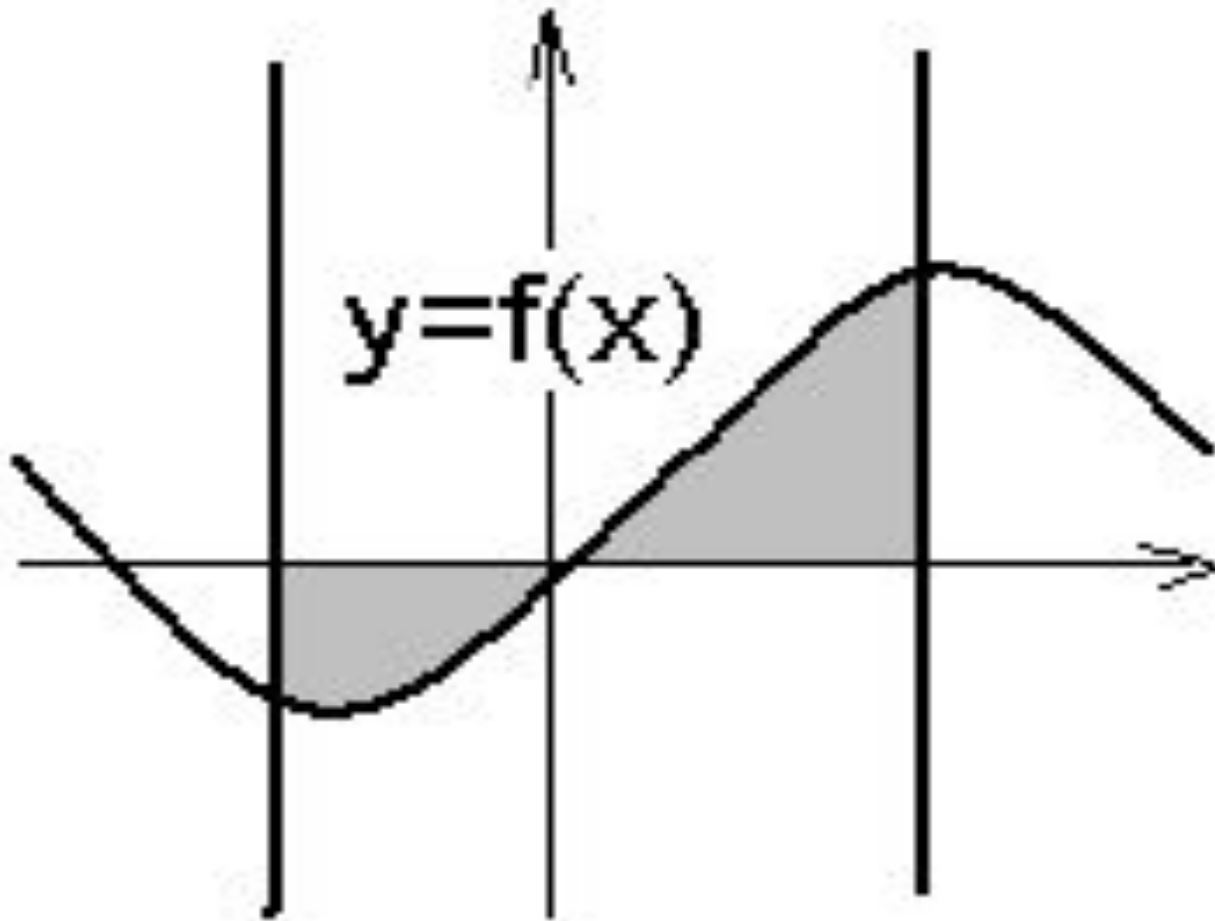
# Жауабы: Ия



## 2. Мына фигура қисық сызықты трапеция бола ма?

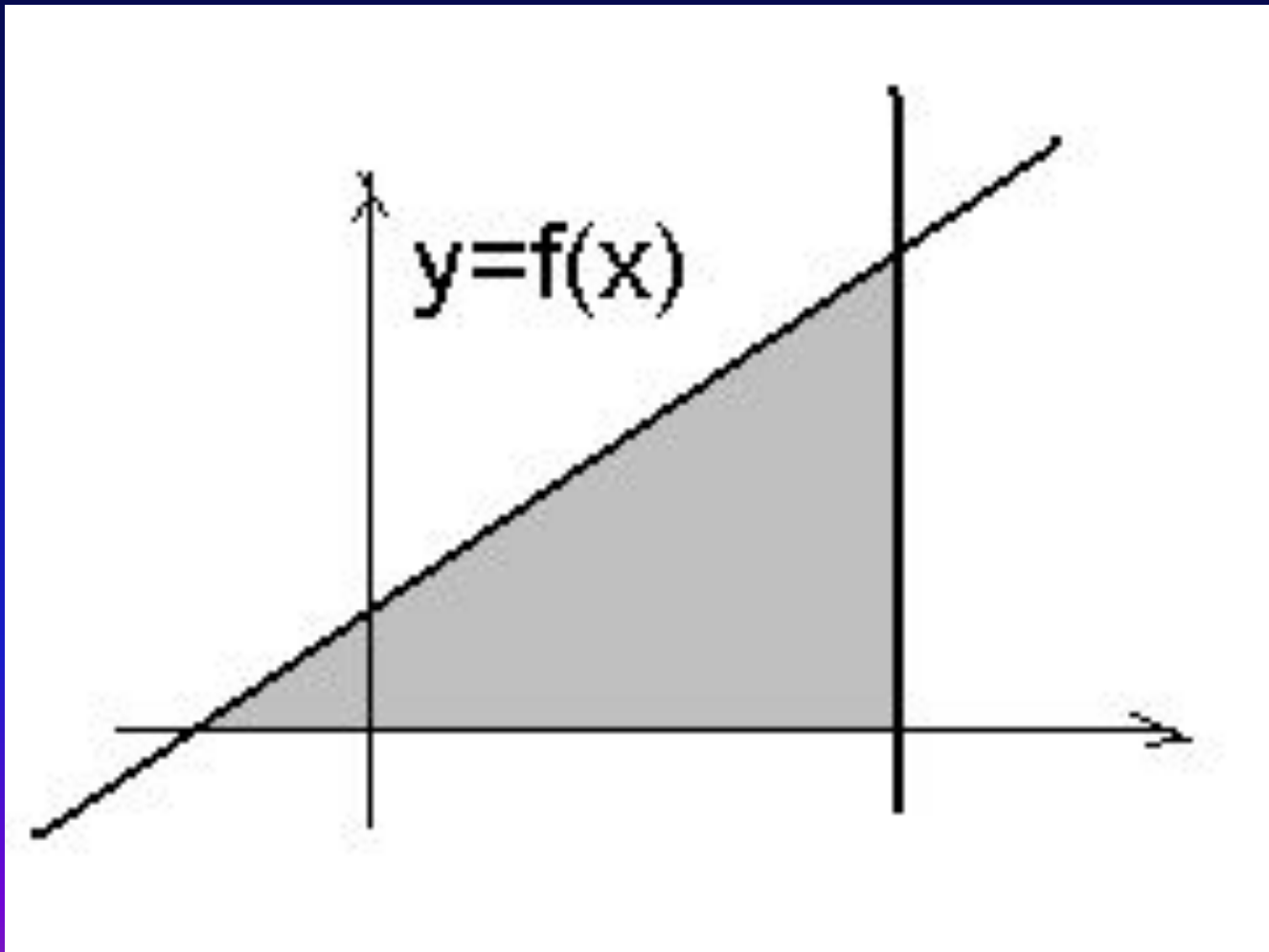


# Жауабы: Ия

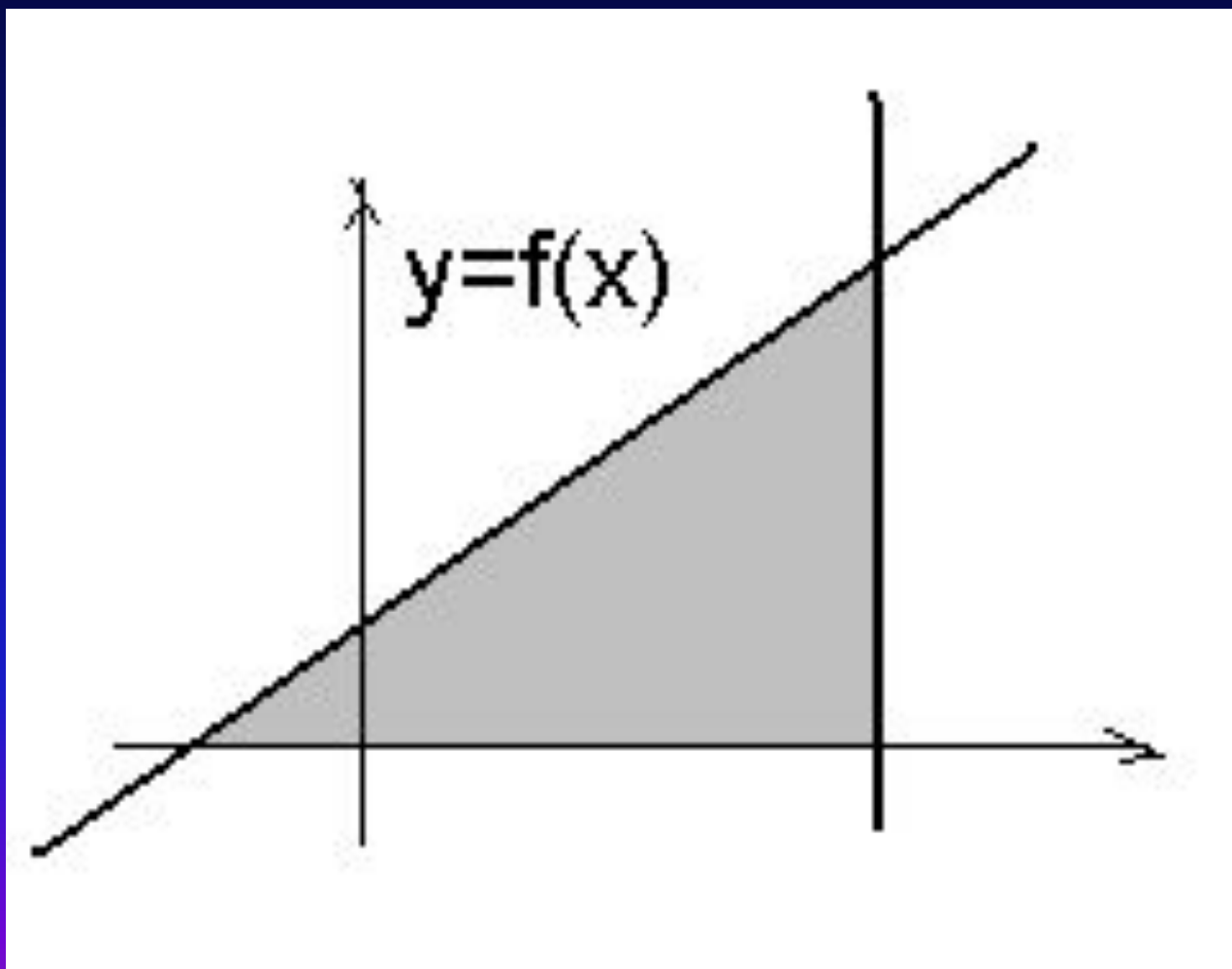




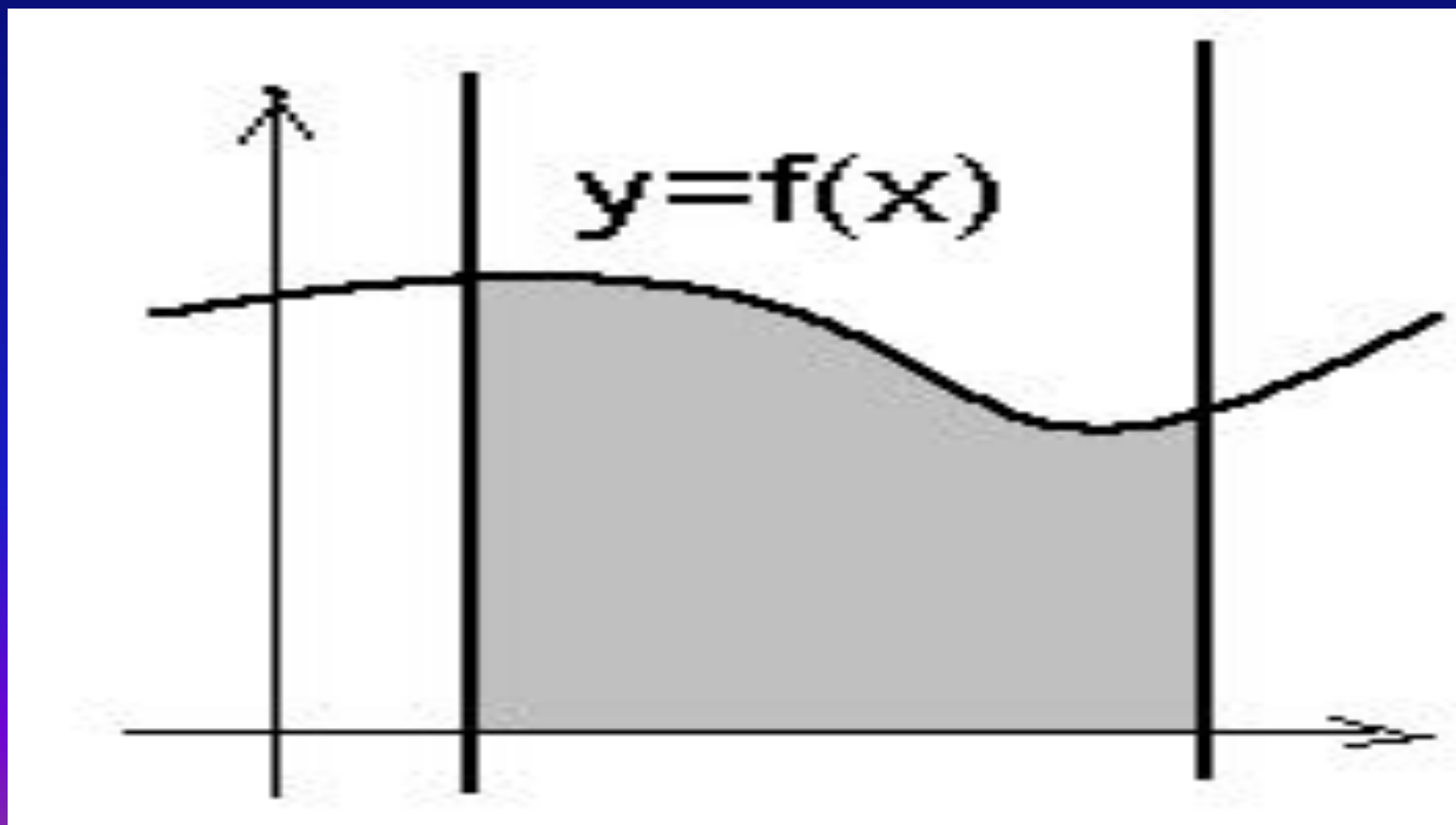
### 3. Мына фигура қисық сызықты трапеция бола ма?



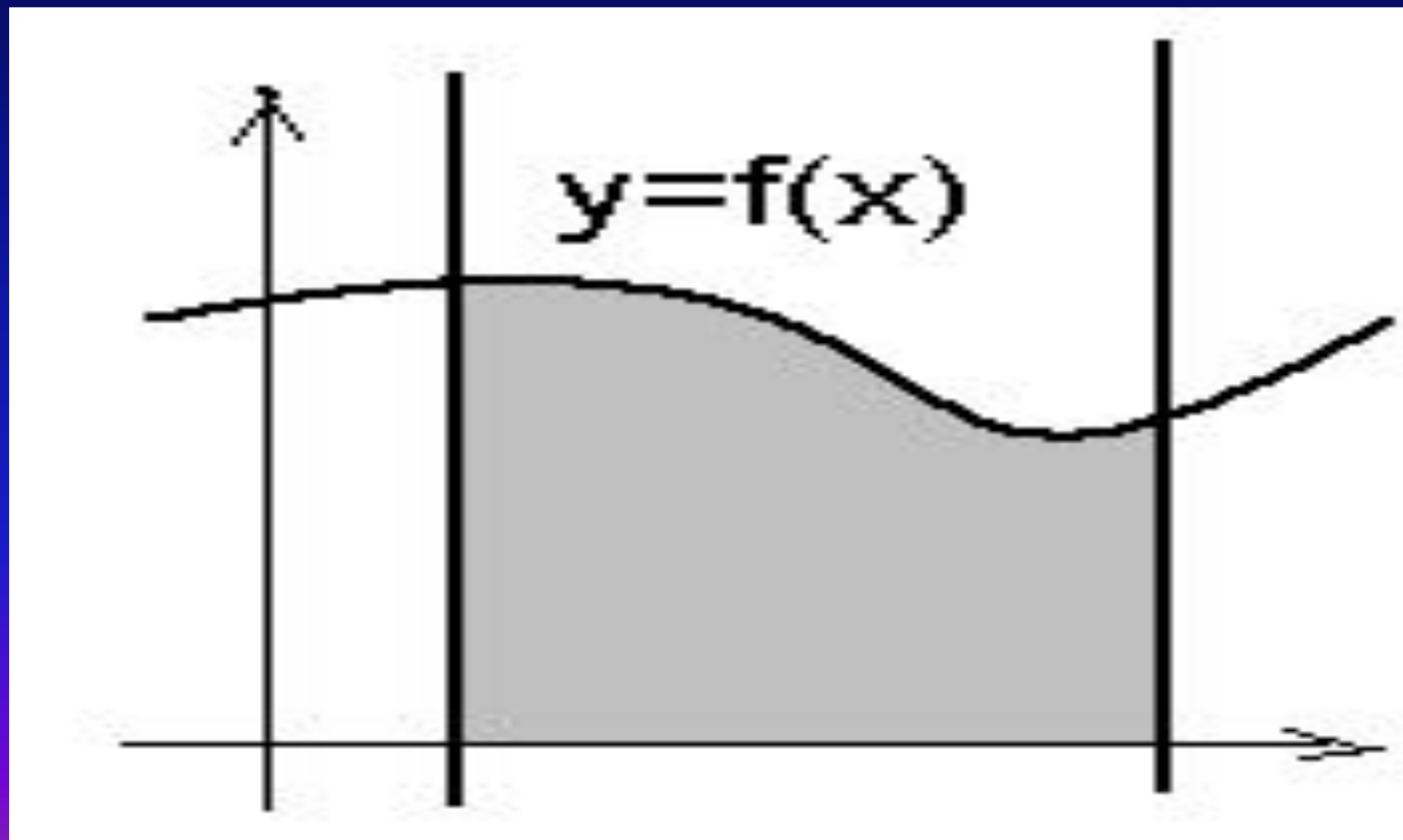
# Жауабы: Ия



**4. Мына фигура қисық  
сызықты трапеция бола ма?**

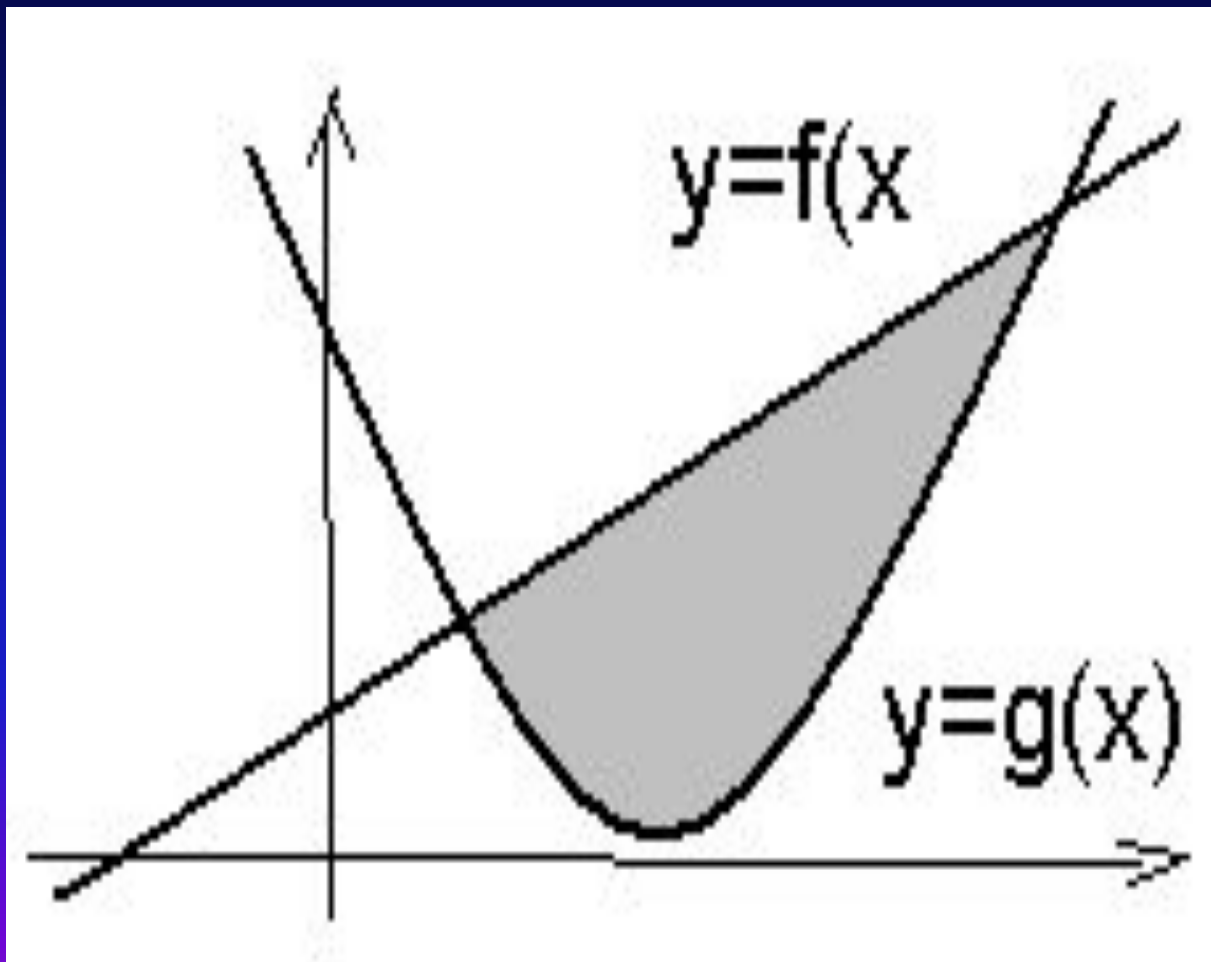


# Жауабы: Ия

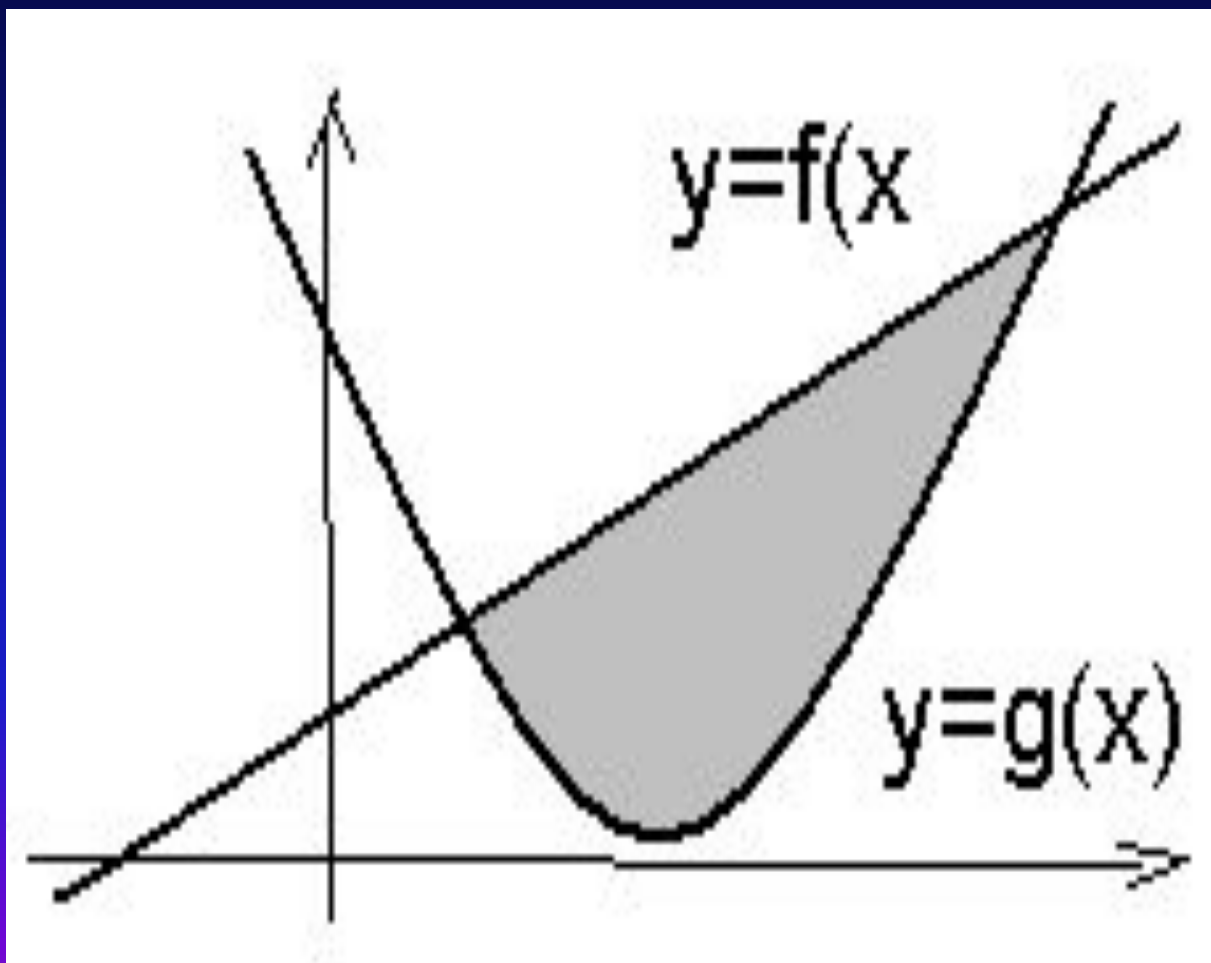




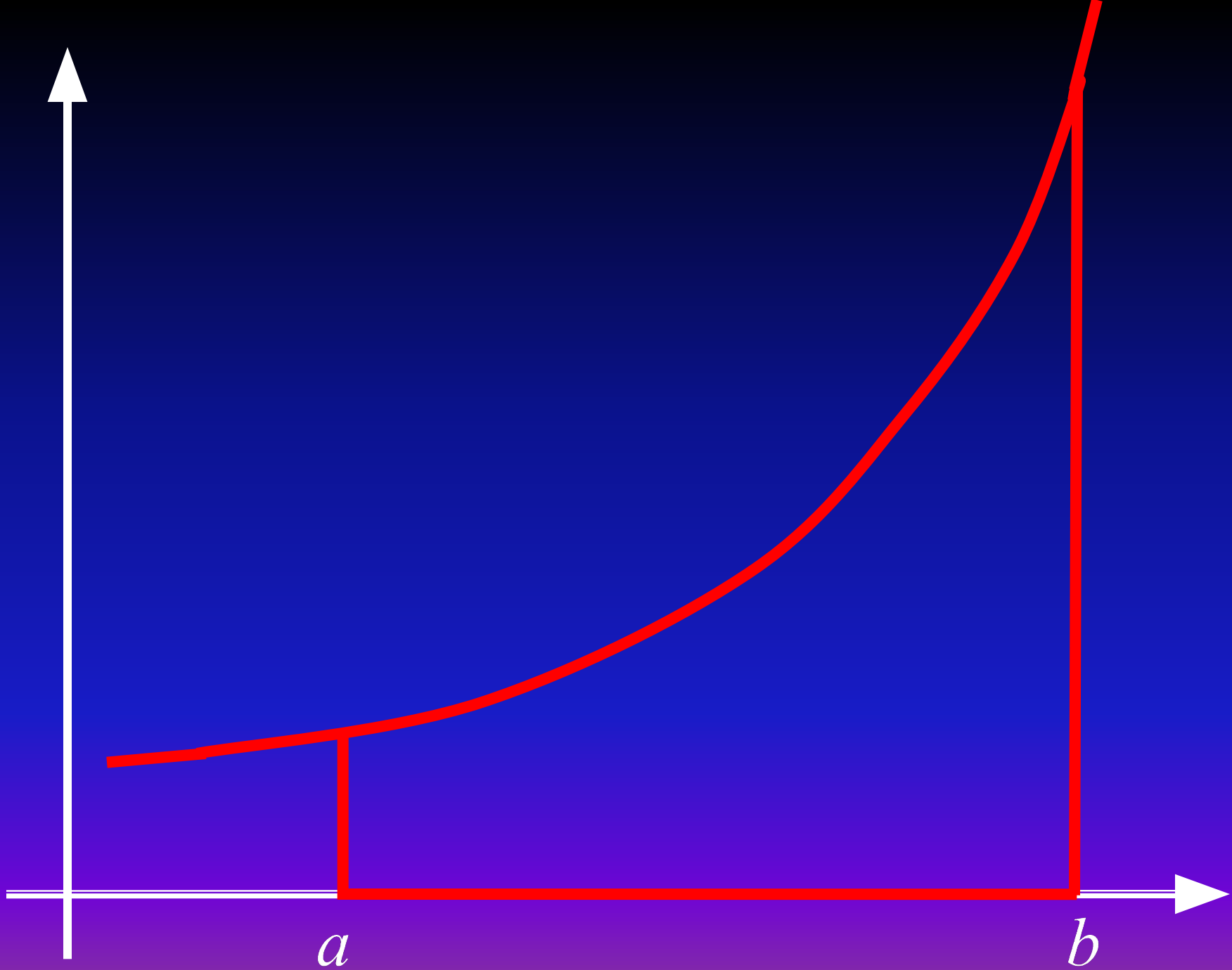
# 5. Мына фигура қисық сызықты трапеция бола ма?



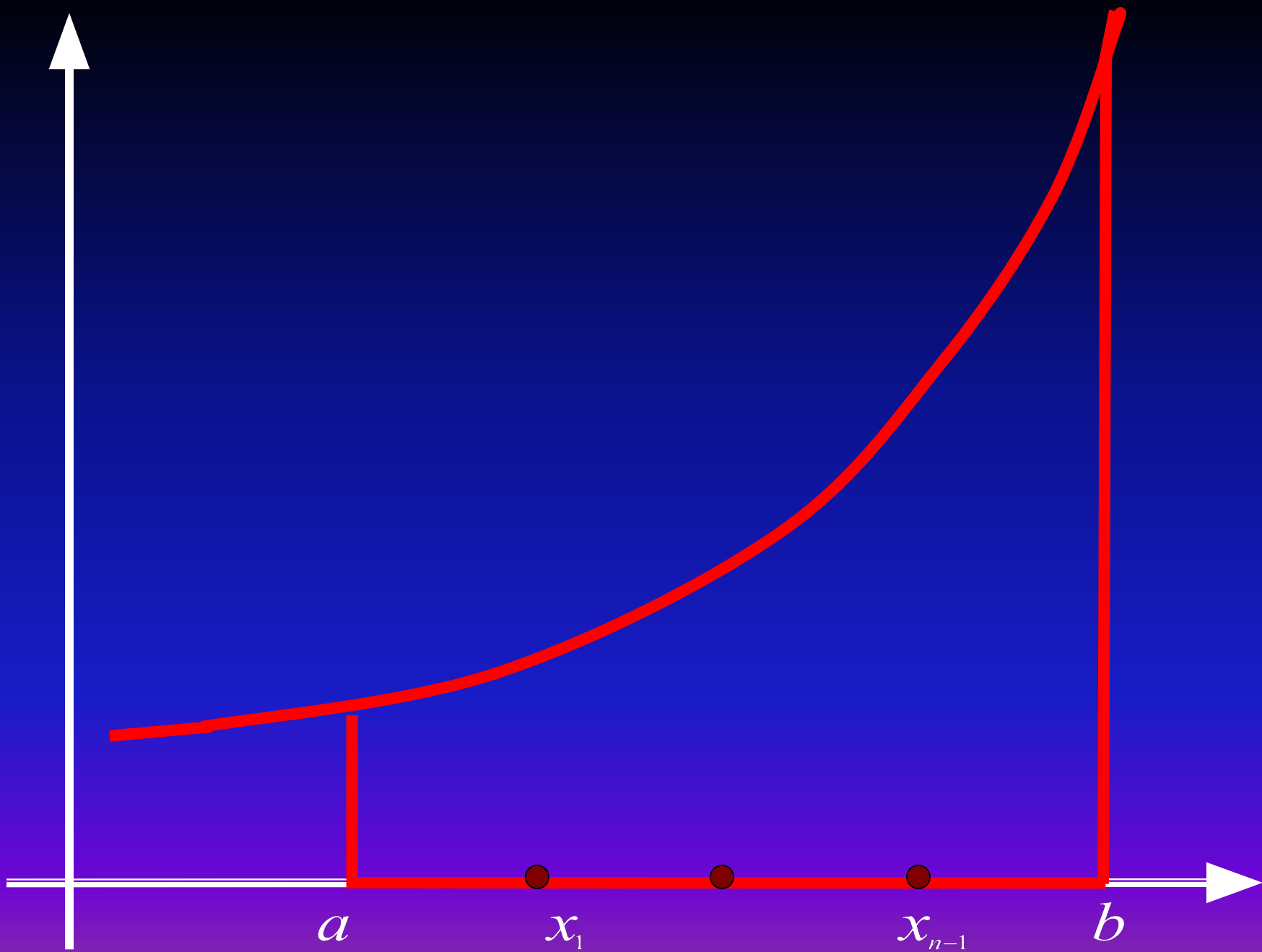
**Жауабы:Жоқ**

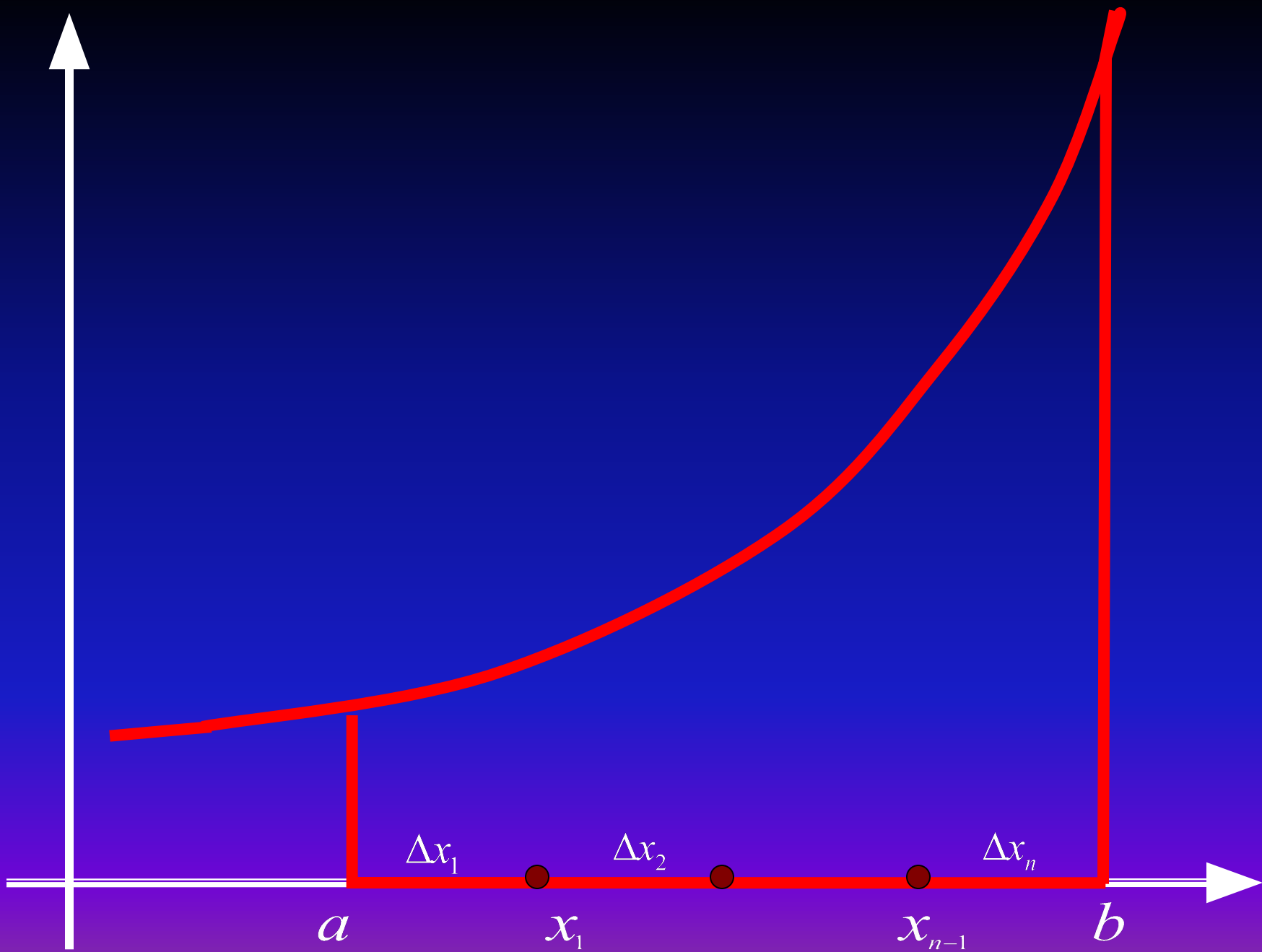


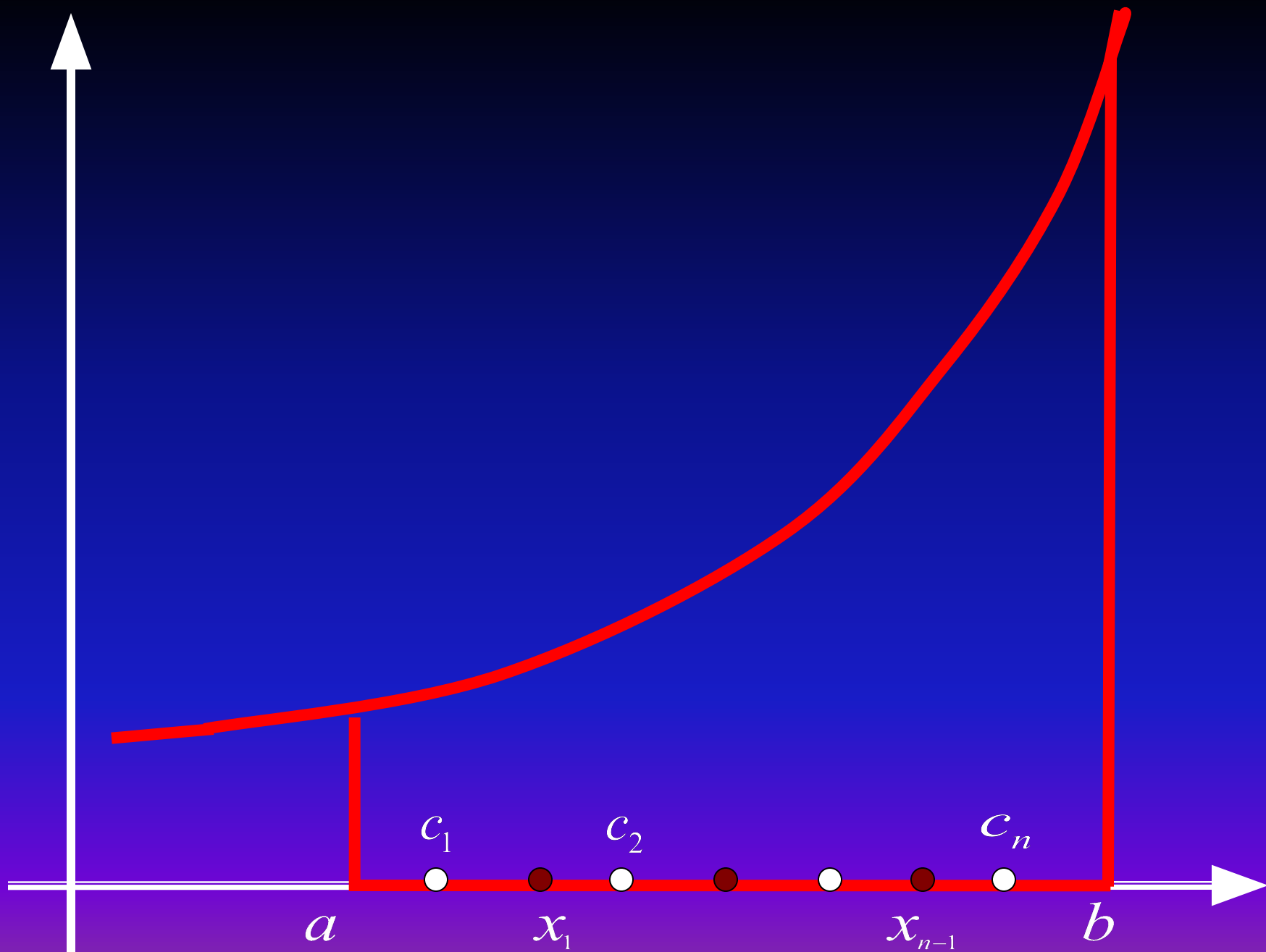
**Қисық  
сызықты  
трапецияның  
ауданы**

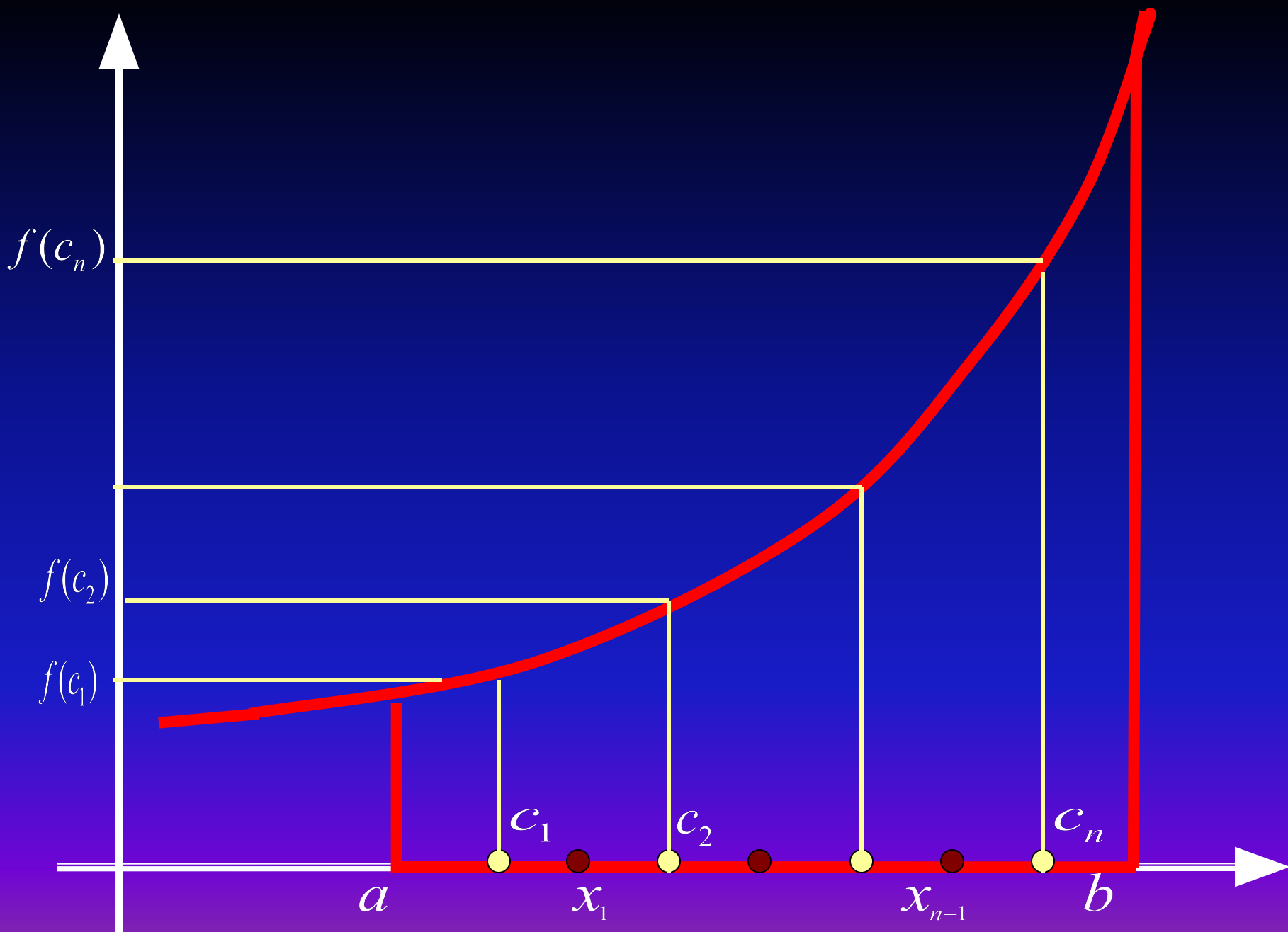


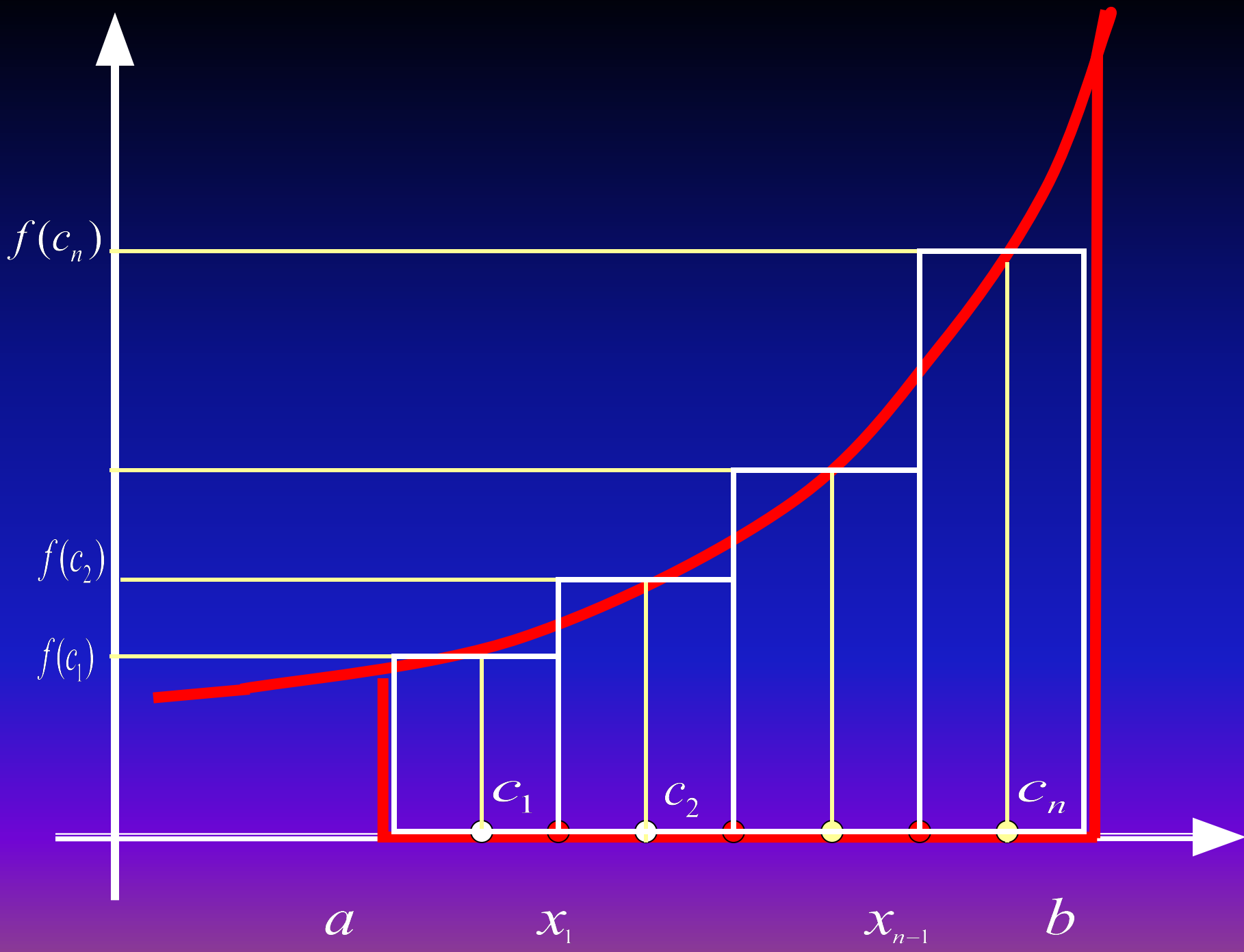




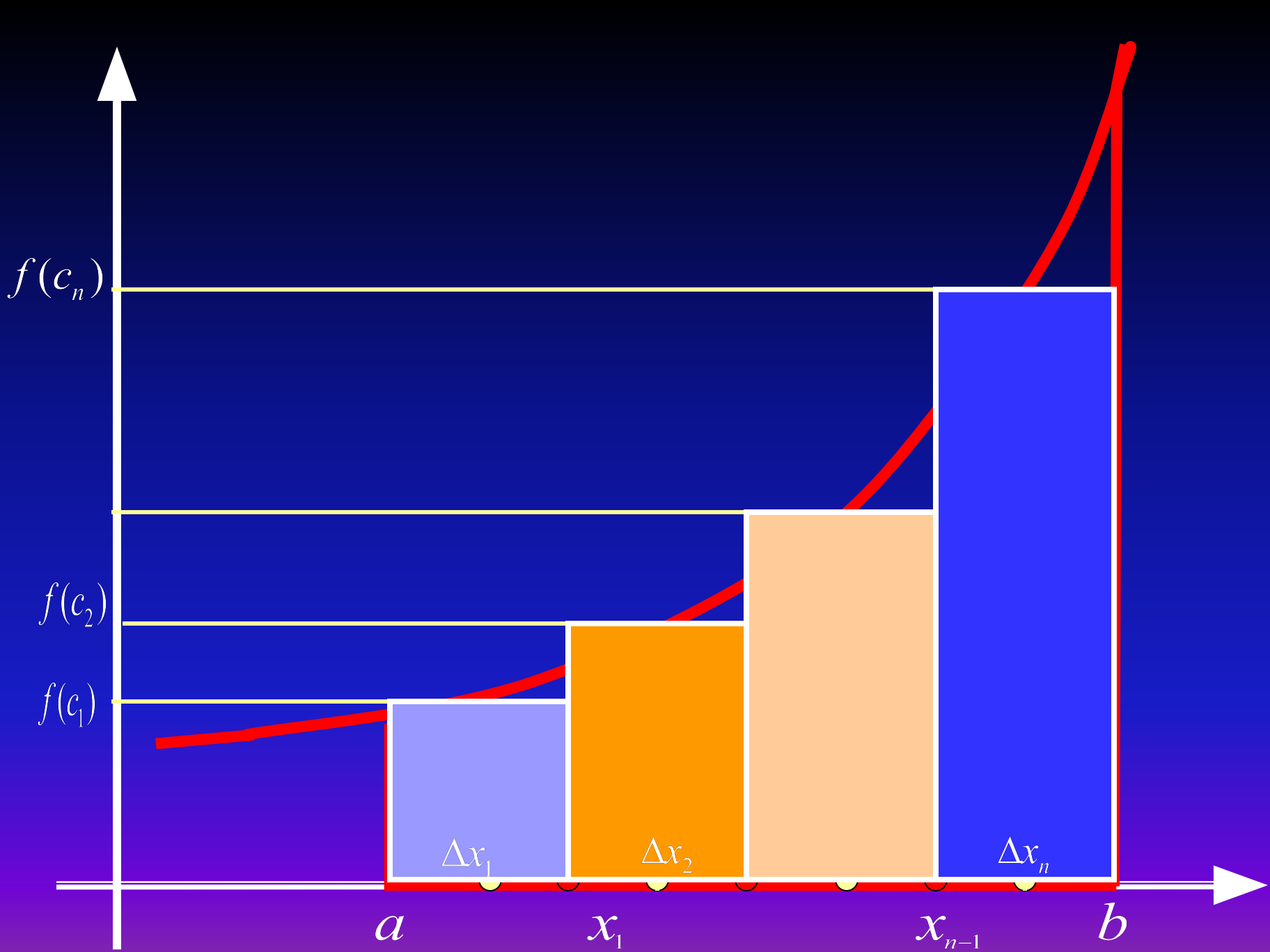


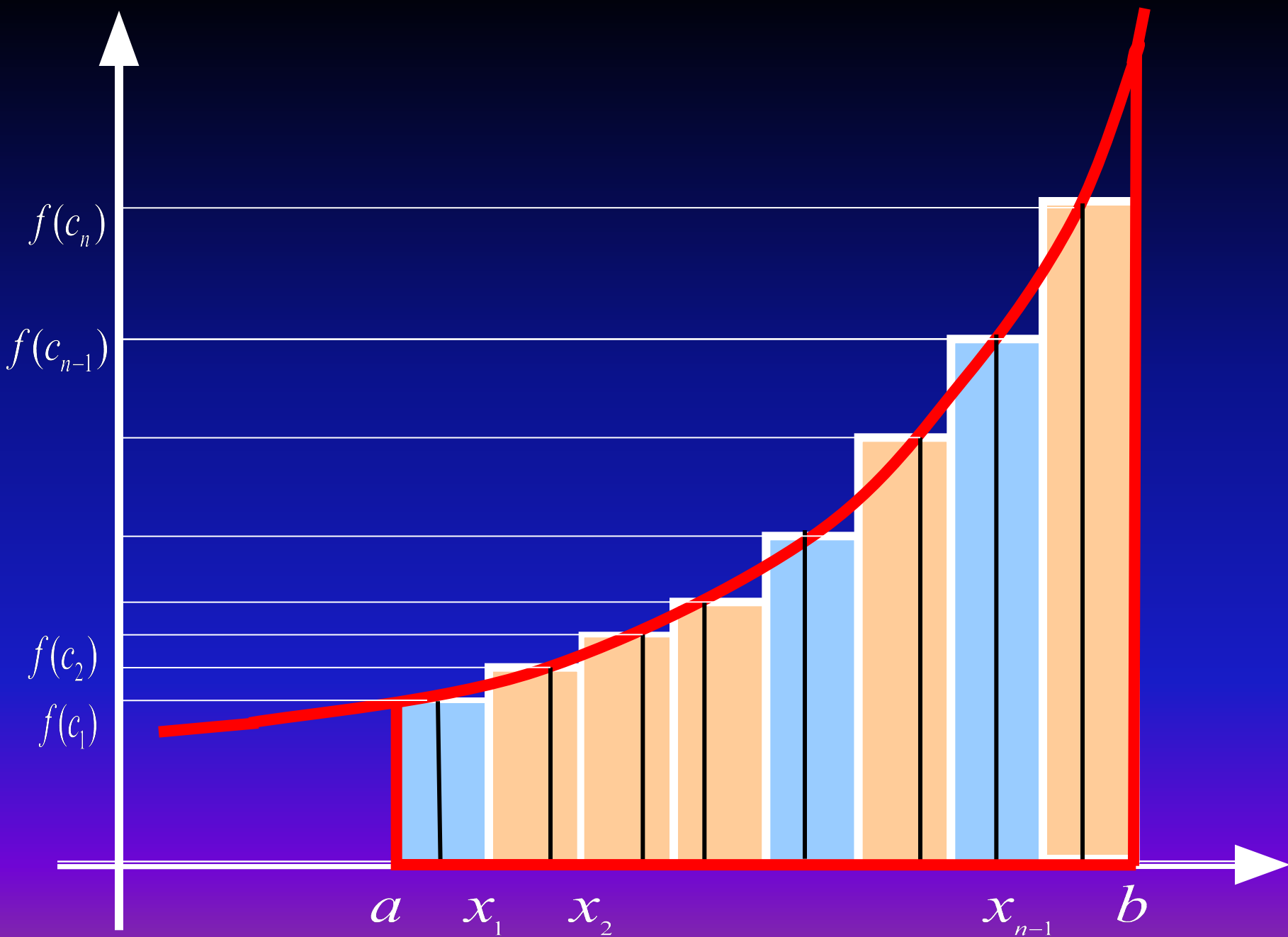


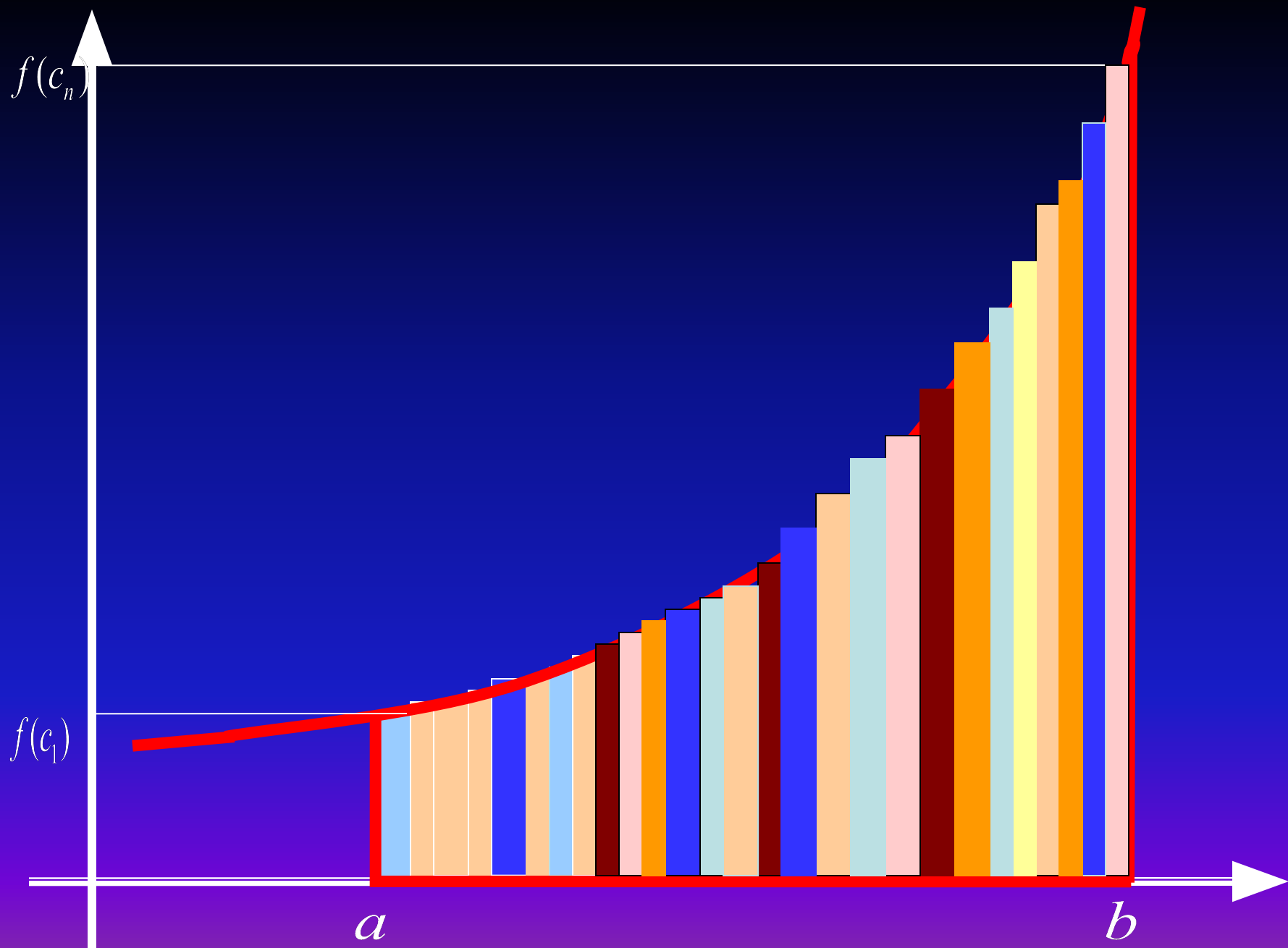


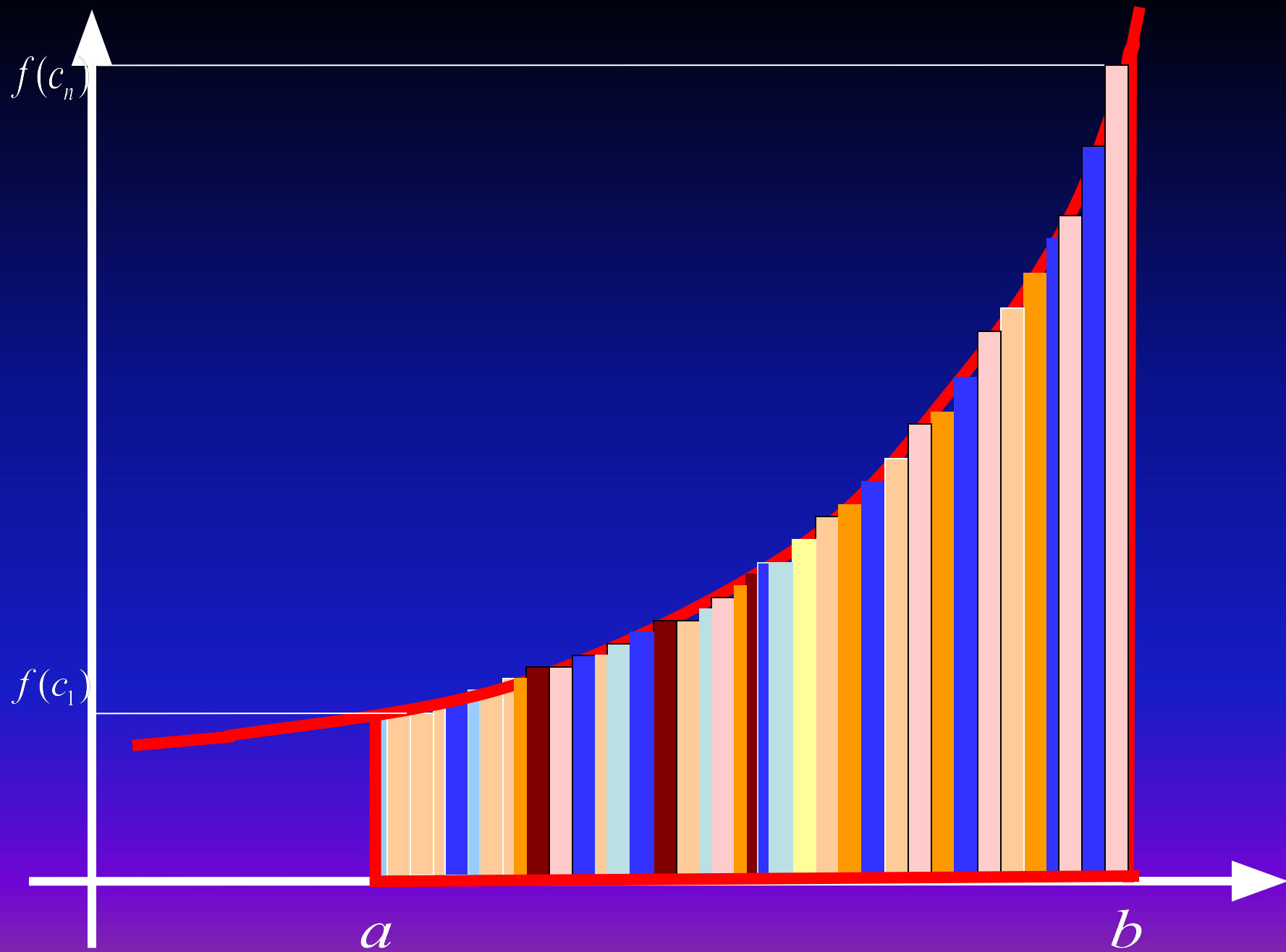












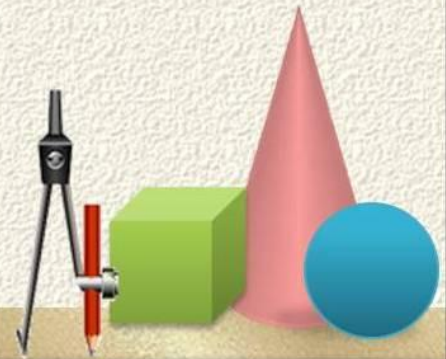
# Жаңа тақырыпты түсіндіру





# Орын ауыстыру арқылы интегралдаудың ережелері:

- 1.Берілген интегралдың қай таблицалық интегралға келетіні анықтау
- 2.Интеграл астындағы функцияның қай бөлігіне алмастыру енгізу керектігін анықтап, жазу
- 3.Алмастыру енгізілгеннен кейін теңдіктің екі жағын да дифференциалдау
- 4.Интеграл астына алмастыруды енгізу
- 5.Алынған интегралды табу
- 6.Шыққан нәтижеге алдыңғы алмастыруды қою.





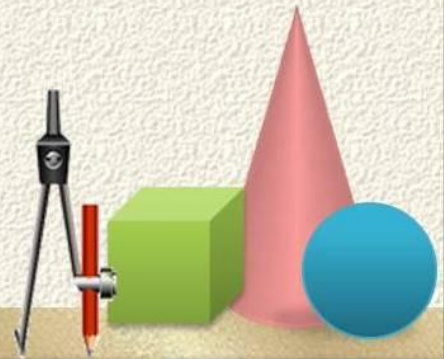
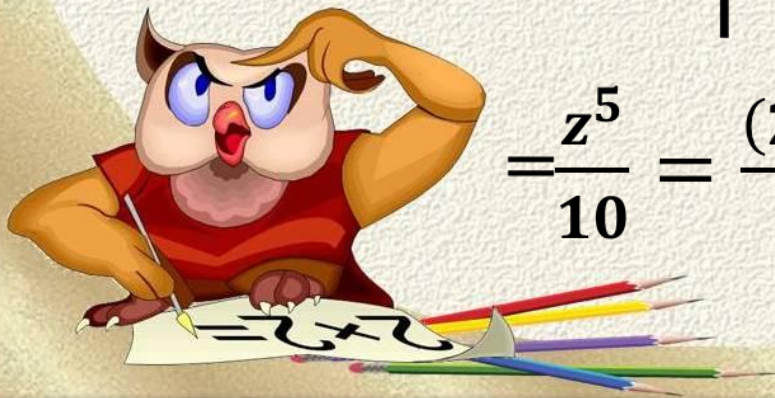
# 1-Мысал:

$$\int (2x + 3)^4 dx$$

Шешуі:

$$\int (2x + 3)^4 dx = \left| \begin{array}{l} z = 2x + 3 \\ dz = 2dx \\ dx = \frac{1}{2} dz \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int z^4 dz =$$

$$= \frac{z^5}{5} = \frac{(2x+3)^5}{5} + C$$





# 2-Мысал

$$\int (2x + 3)^4 dx$$

Шешуі:

$$\int (2x + 3)^4 dx = \left| \begin{array}{l} z = 2x + 3 \\ dz = 2dx \\ dx = \frac{1}{2} dz \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int z^4 dz =$$

$$= \frac{z^5}{5} = \frac{(2x+3)^5}{5} + C$$

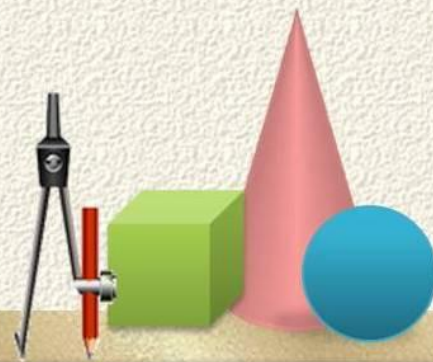




# Бөліктеп интегралдау әдісі

Интеграл астында функциялардың көбейтіндісі, логарифмдік, кері тригонометриялық т.б. күрделі функциялар болса, онда бөліктеп интегралдау әдісін қолданамыз.

$$\int U \cdot dV = UV - \int V \cdot dU$$

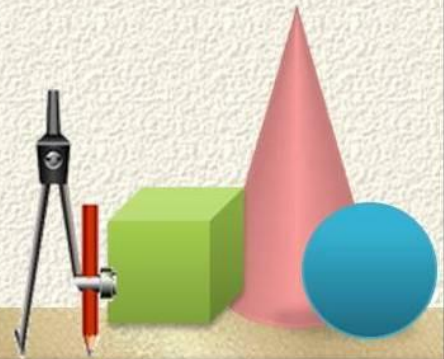




# 3-Мысал:

$$\int \ln x dx = \left[ \begin{array}{l} u = \ln x, \quad du = \frac{1}{x} dx, \\ dv = dx, \quad v = x \end{array} \right] = x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx =$$

$$x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C$$





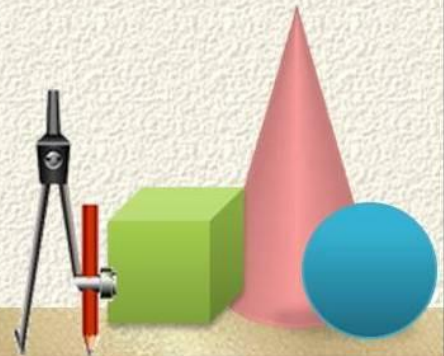
# 4-Мысал:

$$\int (2x + 3)^4 dx$$

Шешуі:

$$\int (2x + 3)^4 dx = \left| \begin{array}{l} z = 2x + 3 \\ dz = 2dx \\ dx = \frac{1}{2} dz \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int z^4 dz =$$

$$= \frac{z^5}{5} = \frac{(2x+3)^5}{5} + C$$



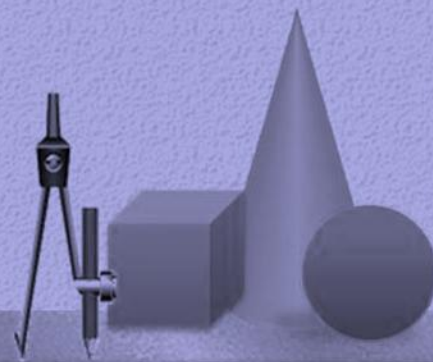
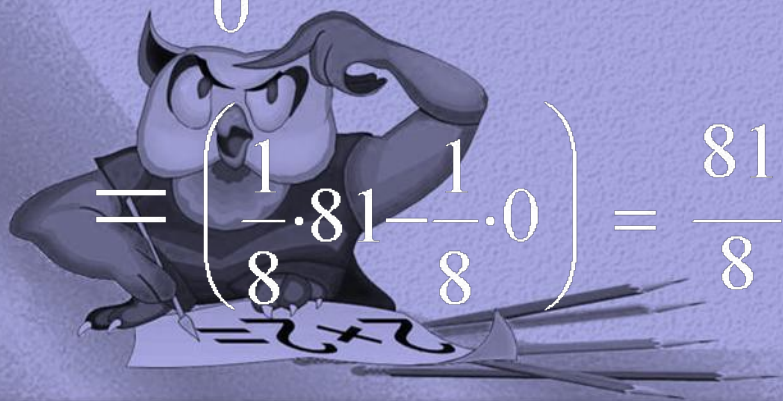


$$\int_{-1}^2 (x^2 - 1)^3 x dx =$$

$$\begin{aligned} x^2 - 1 &= t; & t_B &= 3; \\ 2x dx &= dt; & t_H &= 0 \\ x dx &= dt / 2 \end{aligned} =$$

$$= \int_0^3 t^3 \frac{dt}{2} = \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^3 = \left( \frac{1}{8} \cdot t^4 \right) \Big|_0^3 =$$

$$= \left( \frac{1}{8} \cdot 81 - \frac{1}{8} \cdot 0 \right) = \frac{81}{8} = 10 \frac{1}{8}$$





$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{2 + \sin x} = \boxed{\begin{array}{l} 2 + \sin x = t; \\ \cos x dx = dt; \\ t_{\text{Г}} = 3; \quad t_{\text{Н}} = 2 \end{array}} = \int_2^3 \frac{dt}{t} =$$

$$= \ln |t| \Big|_2^3 = \ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2} = \ln 1,5$$





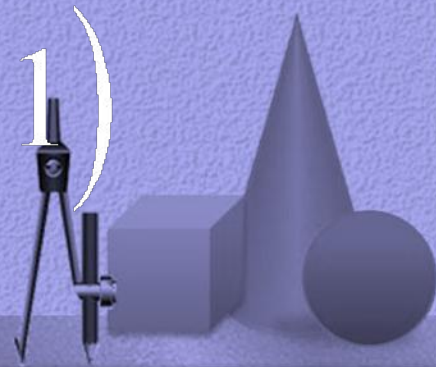
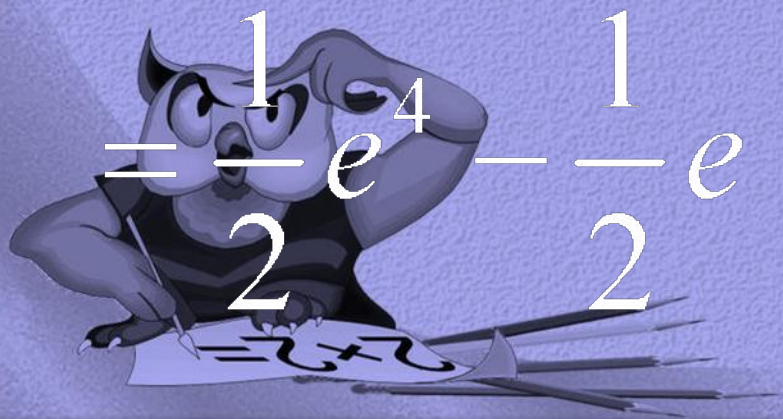
$$\int_{-1}^2 e^{x^2} x dx =$$

$$\begin{aligned} x^2 &= t; & t_u &= 2^2 = 4; \\ 2x dx &= dt; & t_n &= (-1)^2 = 1 \\ x dx &= dt / 2; \end{aligned}$$

=

$$= \int_1^4 e^t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \cdot \int_1^4 e^t dt = \frac{1}{2} \cdot e^t \Big|_1^4 =$$

$$= \frac{1}{2} e^4 - \frac{1}{2} e = \frac{1}{2} e (e^3 - 1)$$





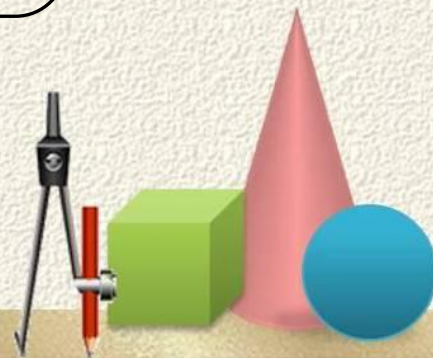
# Денгейлі есептер

$$\int (2x + 3)^4 dx$$

ешуі:

$$\int (2x + 3)^4 dx = \begin{cases} z = 2x + 3 \\ dz = 2dx \\ dx = \frac{1}{2} dz \end{cases} = \frac{1}{2} \int z^4 dz$$

$$= \frac{z^5}{5} = \frac{(2x+3)^5}{5} + C$$





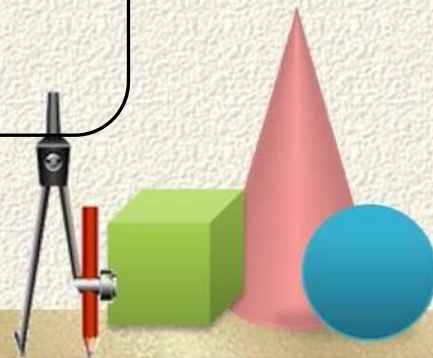
# Денгейлі есептер

$$\int (2x + 3)^4 dx$$

ешуі:

$$\int (2x + 3)^4 dx = \begin{cases} z = 2x + 3 \\ dz = 2dx \\ dx = \frac{1}{2} dz \end{cases} = \frac{1}{2} \int z^4 dz$$

$$= \frac{z^5}{5} = \frac{(2x+3)^5}{5} + C$$





# Денгейлі есептер

$$\int (2x+3)^4 dx$$

шүі:

$$\int (2x+3)^4 dx = \begin{cases} z = 2x+3 \\ dz = 2dx \\ dx = \frac{1}{2} dz \end{cases} = \frac{1}{2} \int z^4$$

$$= \frac{z^5}{5} = \frac{(2x+3)^5}{5} + C$$

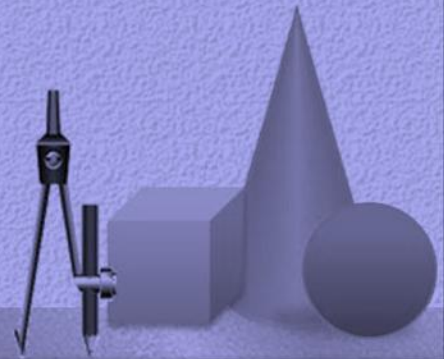




$$\int (2x + 3)^4 dx$$

Шешүү:

$$\int (2x + 3)^4 dx = \left| \begin{array}{l} z = 2x + 3 \\ dz = 2dx \\ dx = \frac{1}{2} dz \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int z^4 dz =$$



## Жааптардын рейтингтік парағы

+

№	Оқушылардын аты жөні	Ауызша сұрақтар	Үй жұмысы	Тақтадағы есеп	Деңгейлі есептер	Тест
1	Айнабаев Ш					
2	Алихан					
3	Алпыс Б.					
4.	Алпыс Е					
5.	Анарбек Н.					
6.	Ахмет Х.					
7.	Алғабек Б.					
8.	Әділхан Д.					
9.	Байрбек Ә					
10	Бахтияров М.					
11	Бөрі М.					
12	Ережеп Т.					
13	Еркінбек Н					
14	Даниярбек Б.					
15	Жауын С.					
16	Жұман Ә.					
17	Қосалы А.					
18	Нәлібек Ә					
19	Нұрбаева М.					
20	Сұлтанов Ж.					
21	Сұлтанбек С					
22	Тилляев Б.					
23	Төленбай М.					
24	Тұрсын А.					
25	Тасқұл Н.					





## Дұрыс жауаптардың балдық көрсеткіші

Ауызша сұрақтар	1 балл
Үй жұмысы	3 балл
Тақтадағы есеп	4 балл
Денгейлі есептер	
1 денгей	3 балл
2 денгей	5 балл
3 денгей	7 балл
Тест	5 балл

Сабаққа қорытынды баға Менгеру коэффициентіне байланысты қойылады

**Менгеру коэффициенті  $МК = М / 28,$**

мұндағы  $М$  - бір оқушының жинаған баллы

$28$  – ең жоғарғы ұпай саны

0,71 ден 0,8 дейін – «қанағаттанарлық»

0,81 ден 0,9 дейін – «жақсы»

0,91 ден 1,0 дейін – «өте жақсы»





Сабақ аяқталды

