

Тема урока: "Арифметическая и геометрическая прогрессии"

Н.Б. Васюкова, учитель математики
МБОУ «Сатинская СОШ»



Основная цель:

сформировать целостную систему
ведущих знаний по теме
«Арифметическая и геометрическая
прогрессии»



Задача

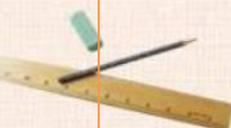
- Назовите пять первых членов последовательности (a_n) , если $a_1=3$, $a_{n+1}=a_n+4$.

Ответ: [3; 7; 11; 15; 19]



Опорная таблица

	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Рекуррентная формула	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n \cdot q$
Свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$
Формула n-го члена	$a_n = a_1 + d(n-1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Формулы суммы n-первых членов прогрессии	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} (1)$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n (2)$	$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$



Задача. Перед вами последовательности. Определите, какие последовательности являются арифметической прогрессией, а какие геометрической.

Последовательность	Вид
2; 4; 8; 16; ...	
1; 11; 21; 31; ...	
1; 3; 9; 27; ...	
2; 1; 0,5; 0,25; ...	
1; 3; 5; 7; 9; 11; ...	
20; 17; 14; 11; 8; 5; 2; ...	
1; -2; 4; -8; ...	
3; -1; $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{9}$; ...	
1; -6; -13; -20; -27; -34; ...	
9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; ...	
25; 25; 25; 25; 25; 25; ...	

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Задание № 11 ОГЭ

1) Геометрическая прогрессия задана условиями $b_1 = -7$ $b_{n+1} = 3b_n$.
Найдите сумму первых 5 её членов.

Решение.

Сумма первых членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

Найдём знаменатель геометрической прогрессии: $q = 3$

Необходимо найти S_5

$$S_5 = \frac{-7((3)^5 - 1)}{3 - 1} = \frac{-7(243 - 1)}{2} = \frac{-7 \cdot (242)}{2} = -847$$

Ответ: -847.



Задание № 11 ОГЭ

Арифметическая прогрессия задана условиями: $a_1 = -3,1$,

$$a_{n+1} = a_n + 0,9 .$$

Найдите сумму первых 19 её членов.

1 способ. Сумма первых членов арифметической прогрессии может быть найдена по формуле

$$S_n = \frac{2a_1 + a(n-1)}{2} \cdot n$$

По условию $a_1 = -3,1$, $d = 0,9$,
откуда получаем

$$S_{19} = \frac{2(-3,1) + 18 \cdot 0,9}{2} \cdot 19 = \frac{-6,2 + 16,2}{2} \cdot 19 = 5 \cdot 19 = 95$$

Ответ: 95.



Задание № 11 ОГЭ

2 способ.

Сумма первых n членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

Ищем сумму первых 19 членов: $S_{19} = \frac{(a_1 + a_{19}) \cdot 19}{2}$

По условию $a_1 = -3,1$ $d = 0,9$, тогда по формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$

Тогда, $a_{19} = -3,1 + 0,9 \cdot 18 = -3,1 + 16,2 = 13,1$

$$S_{19} = \frac{(-3,1 + 13,1) \cdot 19}{2} = \frac{10 \cdot 19}{2} = 5 \cdot 19 = 95.$$



Задание № 11 ОГЭ

В арифметической прогрессии (a_n) $a_9 = -32$ $a_{21} = -152$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

Найдите разность прогрессии.

Решение. Зная формулу n -го члена арифметической прогрессии и получаем

$$\begin{cases} -32 = a_1 + d(9-1), \\ -152 = a_1 + d(21-1), \end{cases} \Leftrightarrow -12d = 120, d = -10.$$



Ответ: -10.

Задание № 11 ОГЭ

Дана геометрическая прогрессия (b_n) , для которой $b_5 = -14$, $b_8 = 112$. Найдите знаменатель прогрессии.

Решение. Член геометрической прогрессии с номером n вычисляется по формуле $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

Зная, что $b_5 = -14$ и $b_8 = 112$, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} -14 = b_1 q^4, \\ -112 = b_1 q^7, \end{cases} \Leftrightarrow q = -2.$$

Ответ: -2.



Домашнее задание

Задания для самостоятельной работы (см. зад № 11 в сборниках под ред. И.В. Яценко)



**Урок сегодня
завершён,
Но каждый должен
знать:
Познание, упорство,
труд**



К прогрессу в жизни

приведут.