

# Тема урока: "Арифметическая и геометрическая прогрессии"

Н.Б. Васюкова, учитель математики  
МБОУ «Сатинская СОШ»



## Основная цель:

сформировать целостную систему  
ведущих знаний по теме  
«Арифметическая и геометрическая  
прогрессии»





# Задача

- Назовите пять первых членов последовательности  $(a_n)$ , если  $a_1=3$ ,  $a_{n+1}=a_n+4$ .

Ответ: [3; 7; 11; 15; 19]



# Опорная таблица

	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Рекуррентная формула	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n \cdot q$
Свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$
Формула n-го члена	$a_n = a_1 + d(n-1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Формулы суммы n-первых членов прогрессии	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} (1)$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n (2)$	$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$



**Задача.** Перед вами последовательности. Определите, какие последовательности являются арифметической прогрессией, а какие геометрической.

Последовательность	Вид
2; 4; 8; 16; ...	
1; 11; 21; 31; ...	
1; 3; 9; 27; ...	
2; 1; 0,5; 0,25; ...	
1; 3; 5; 7; 9; 11; ...	
20; 17; 14; 11; 8; 5; 2; ...	
1; -2; 4; -8; ...	
3; -1; $\frac{1}{3}$ ; $-\frac{1}{9}$ ; ...	
1; -6; -13; -20; -27; -34; ...	
9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; ...	
25; 25; 25; 25; 25; 25; ...	



# СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

## АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии ( $a_n$ ), первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

## Задание № 11 ОГЭ

1) Геометрическая прогрессия задана условиями  $b_1 = -7$   $b_{n+1} = 3b_n$ .  
Найдите сумму первых 5 её членов.

Решение.

Сумма первых членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:  $q = 3$

Необходимо найти  $S_5$

$$S_5 = \frac{-7((3)^5 - 1)}{3 - 1} = \frac{-7(243 - 1)}{2} = \frac{-7 \cdot (242)}{2} = -847$$

Ответ: -847.





## Задание № 11 ОГЭ

Арифметическая прогрессия задана условиями:  $a_1 = -3,1$  ,

$$a_{n+1} = a_n + 0,9 .$$

Найдите сумму первых 19 её членов.

**1 способ.** Сумма первых членов арифметической прогрессии может быть найдена по формуле

$$S_n = \frac{2a_1 + a(n-1)}{2} \cdot n$$

По условию  $a_1 = -3,1$  ,  $d = 0,9$  ,  
откуда получаем

$$S_{19} = \frac{2(-3,1) + 18 \cdot 0,9}{2} \cdot 19 = \frac{-6,2 + 16,2}{2} \cdot 19 = 5 \cdot 19 = 95$$

Ответ: 95.





## Задание № 11 ОГЭ

**2 способ.**

Сумма первых  $n$  членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле  $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

Ищем сумму первых 19 членов:  $S_{19} = \frac{(a_1 + a_{19}) \cdot 19}{2}$

По условию  $a_1 = -3,1$   $d = 0,9$ , тогда по формуле  $a_n = a_1 + d(n-1)$

Тогда,  $a_{19} = -3,1 + 0,9 \cdot 18 = -3,1 + 16,2 = 13,1$

$$S_{19} = \frac{(-3,1 + 13,1) \cdot 19}{2} = \frac{10 \cdot 19}{2} = 5 \cdot 19 = 95.$$



## Задание № 11 ОГЭ

В арифметической прогрессии  $(a_n)$   $a_9 = -32$   $a_{21} = -152$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

Найдите разность прогрессии.

Решение. Зная формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии и получаем

$$\begin{cases} -32 = a_1 + d(9-1), \\ -152 = a_1 + d(21-1), \end{cases} \Leftrightarrow -12d = 120, d = -10.$$



Ответ: -10.



## Задание № 11 ОГЭ

Дана геометрическая прогрессия  $(b_n)$ , для которой  $b_5 = -14$ ,  $b_8 = 112$ . Найдите знаменатель прогрессии.

Решение. Член геометрической прогрессии с номером  $n$  вычисляется по формуле  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ .

Зная, что  $b_5 = -14$  и  $b_8 = 112$ , получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} -14 = b_1 q^4, \\ -112 = b_1 q^7, \end{cases} \Leftrightarrow q = -2.$$

Ответ: -2.



# Домашнее задание

Задания для самостоятельной работы (см. зад № 11 в сборниках под ред. И.В. Яценко )





**Урок сегодня  
завершён,  
Но каждый должен  
знать:  
Познание, упорство,  
труд**



**К прогрессу в жизни**

**приведут.**