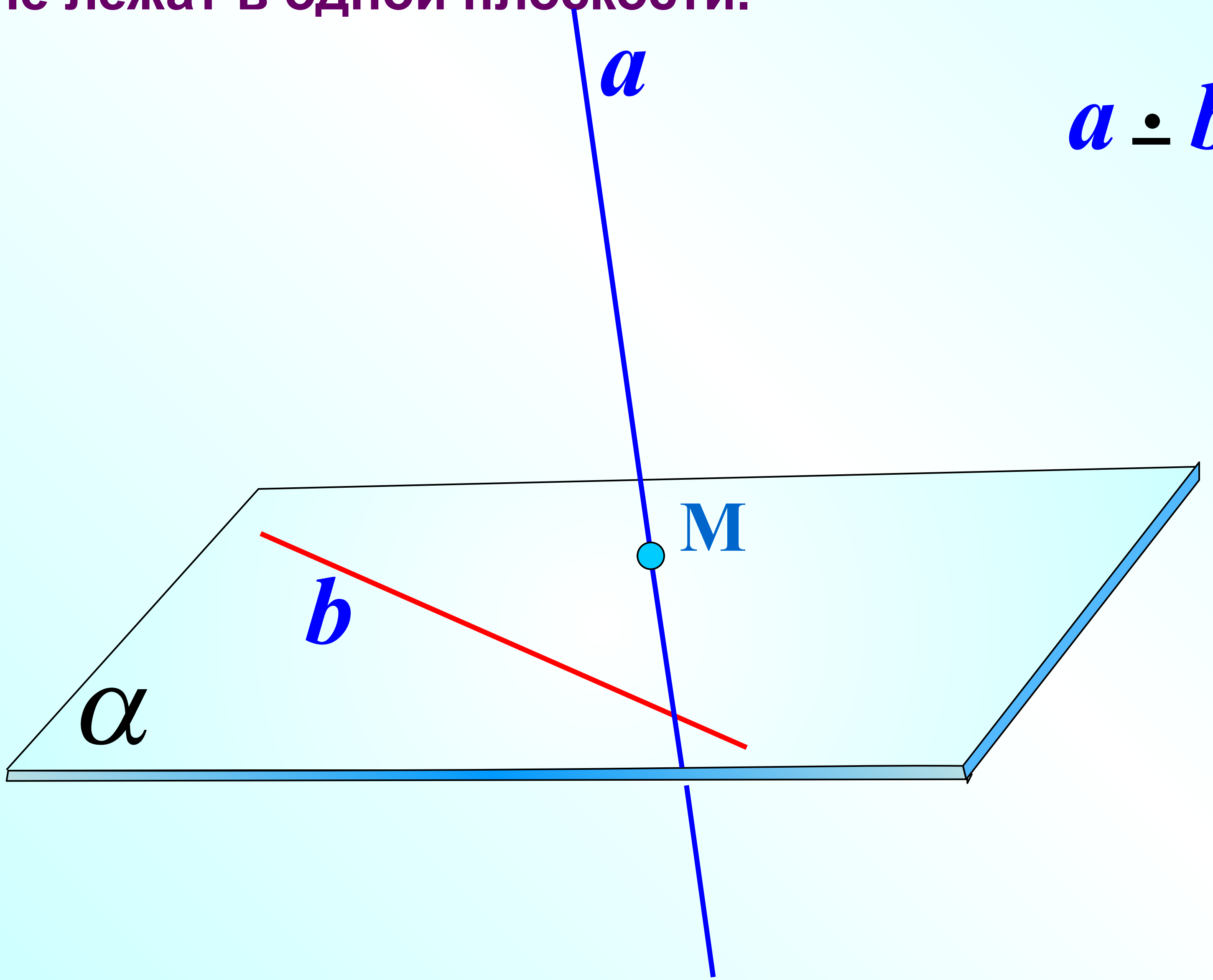
Скрещивающиеся прямые

Методическая разработка Савченко Е.М. МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

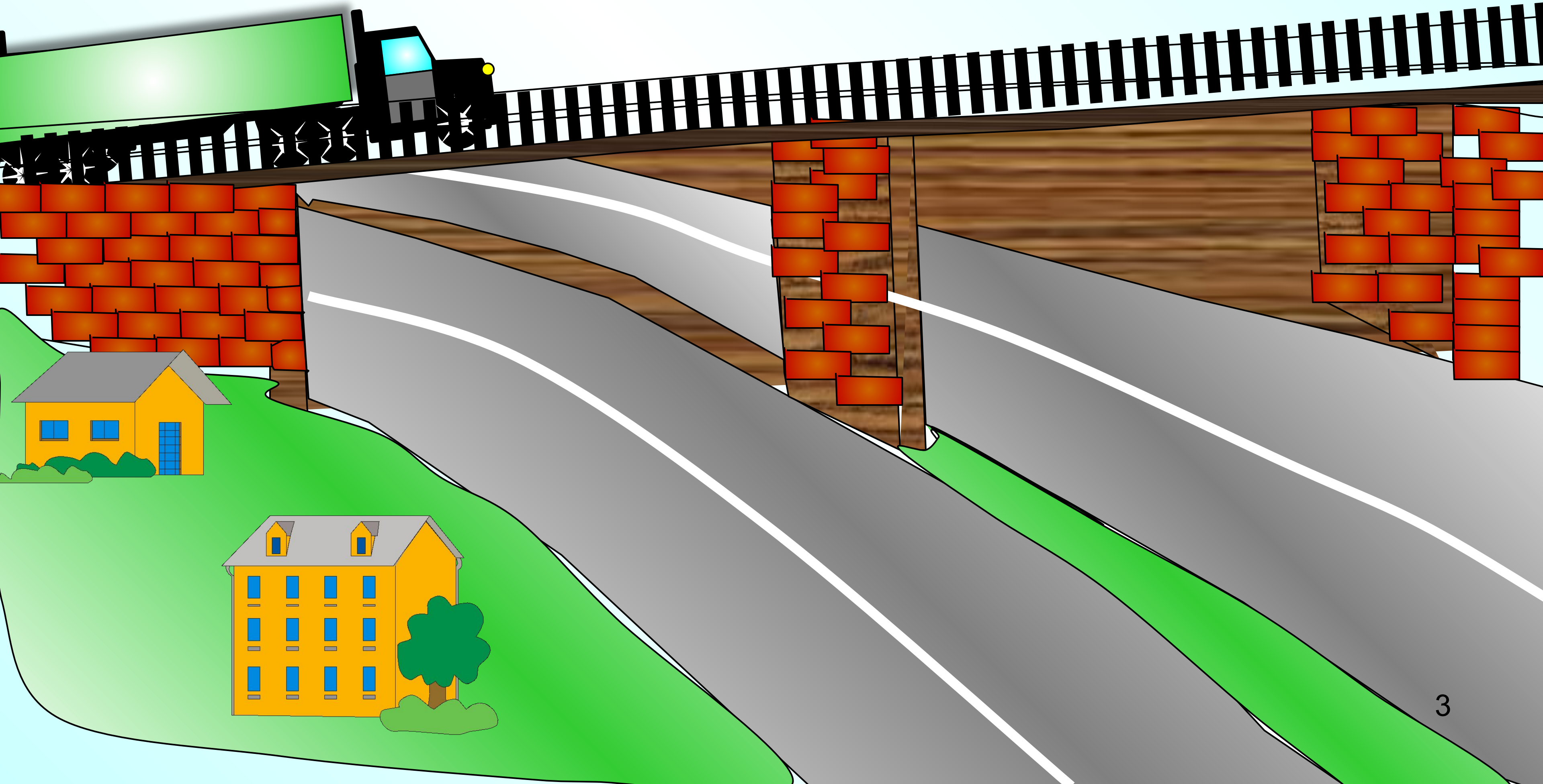
Определение

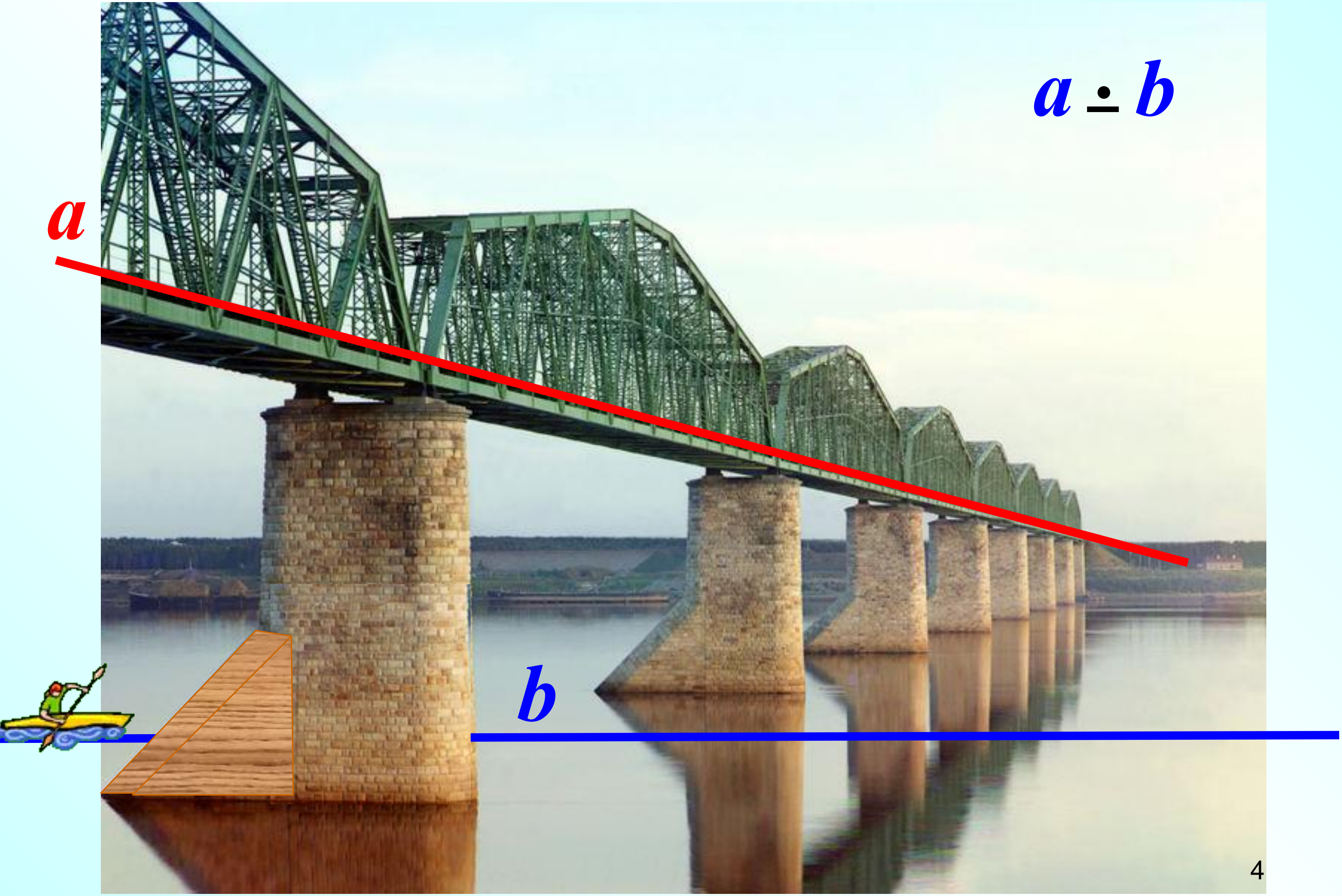
Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.



$a \,\dot{-}\, b$

Наглядное представление о скрещивающихся прямых дают две дороги, одна из которых проходит по эстакаде, а другая под эстакадой.

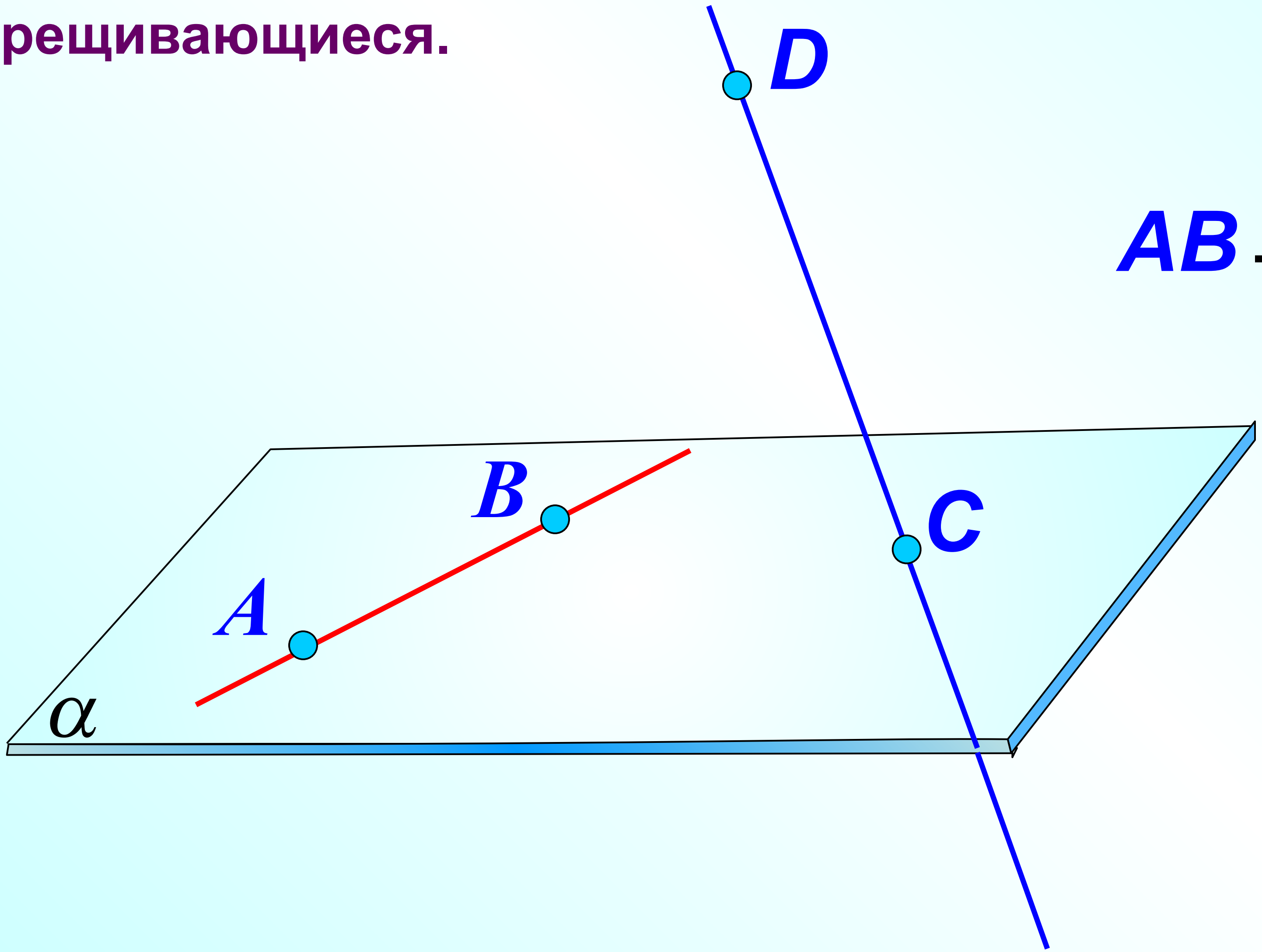



a ∸ b
a
b

Найдите на рисунке параллельные прямые.
Назовите параллельные прямые и плоскости.
Найдите скрещивающиеся прямые.

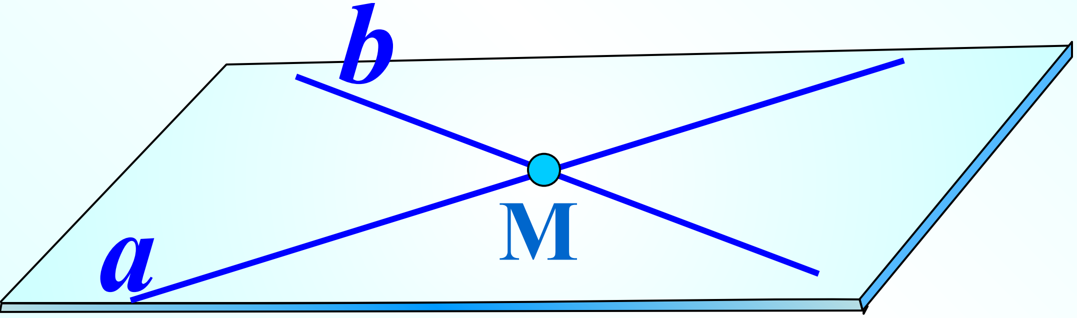
Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.



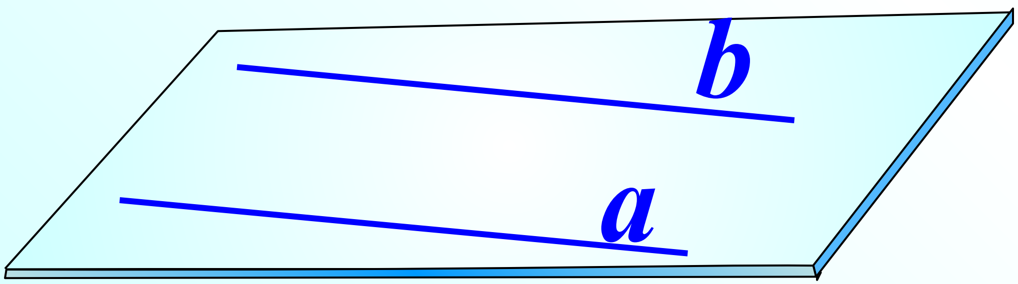
AB ∸ CD ?

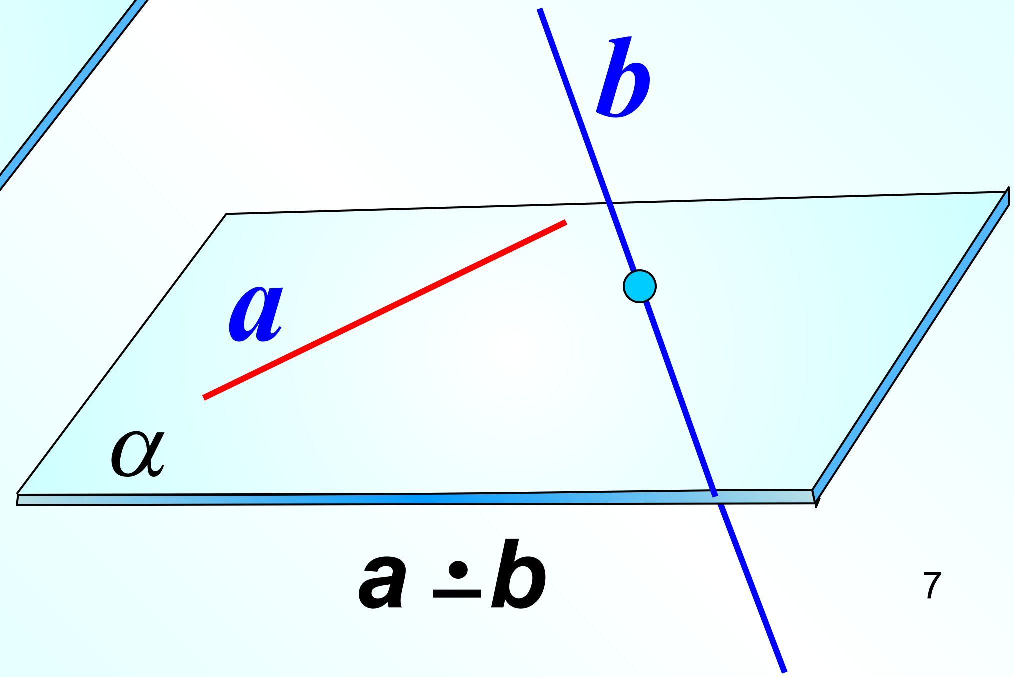
Три случая взаимного расположения двух прямых в пространстве



$a \cap b$

$a \parallel b$

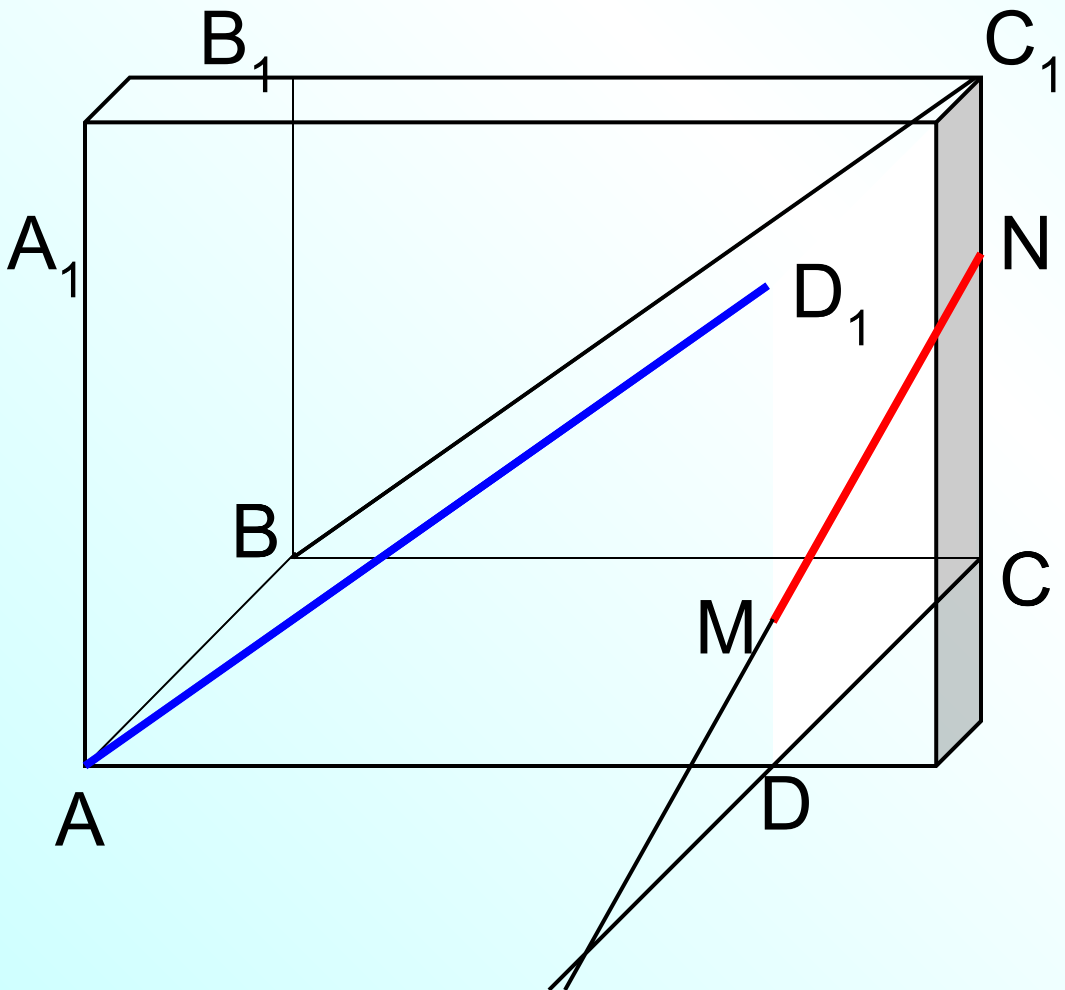




$a \dot{-} b$

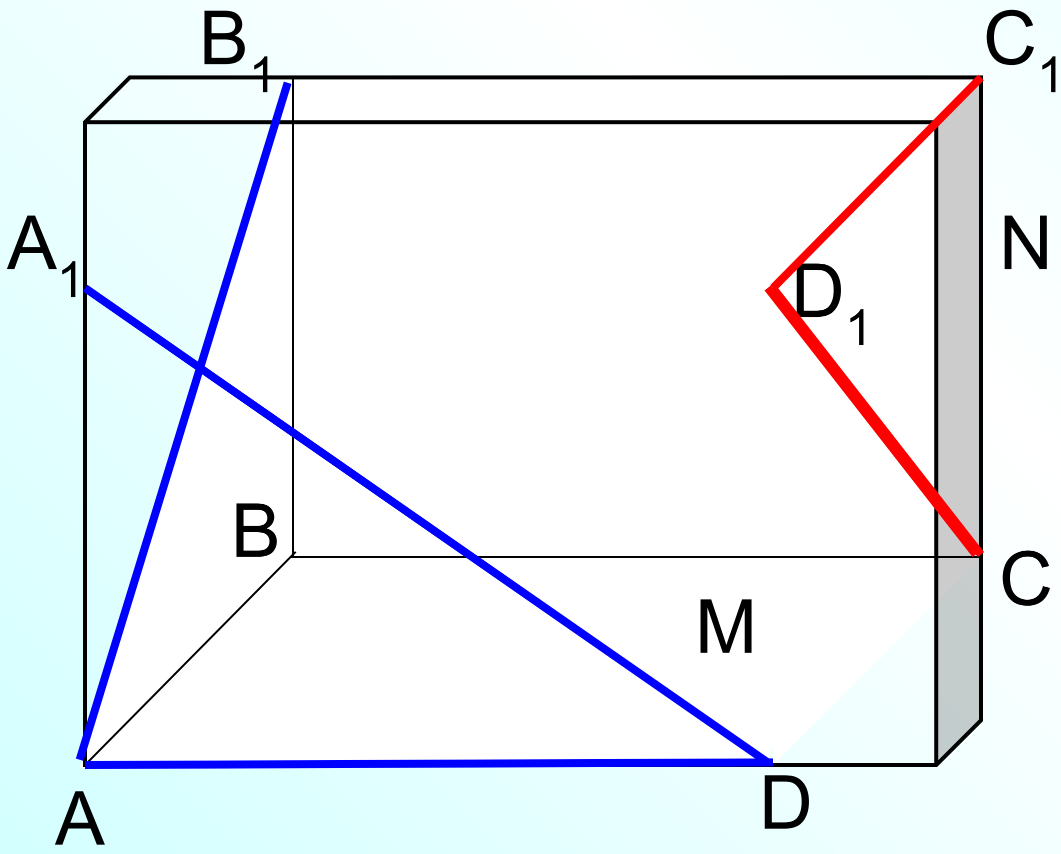
Каково взаимное положение прямых

1) AD_1 и MN; 2) AD_1 и BC_1; 3) MN и DC?



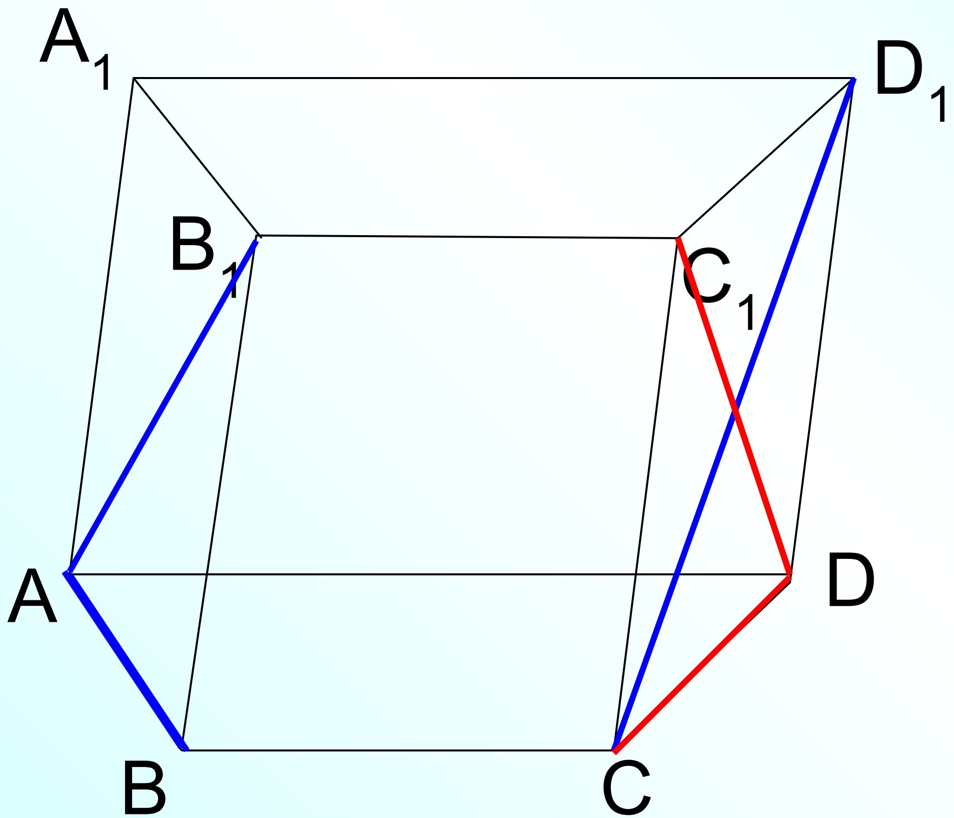
Докажите, что прямые

1) AD и C_1D_1; 2) A_1D и D_1C; 3) AB_1 и D_1C скрещивающиеся.



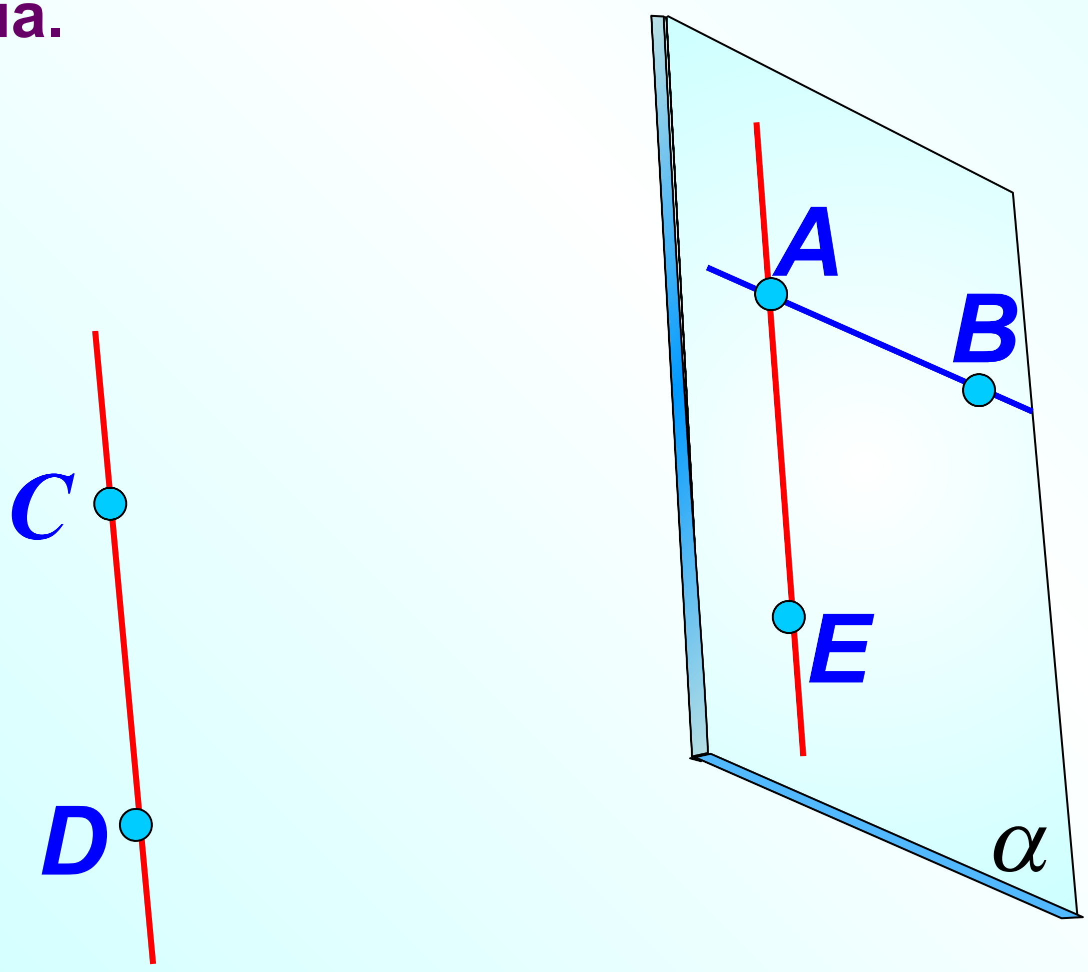
Основание призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – трапеция. Какие из следующих пар прямых являются скрещивающимися?

1) D_1C и C_1D; 2) C_1D и AB_1; 3) C_1D и AB; 4) AB и CD.

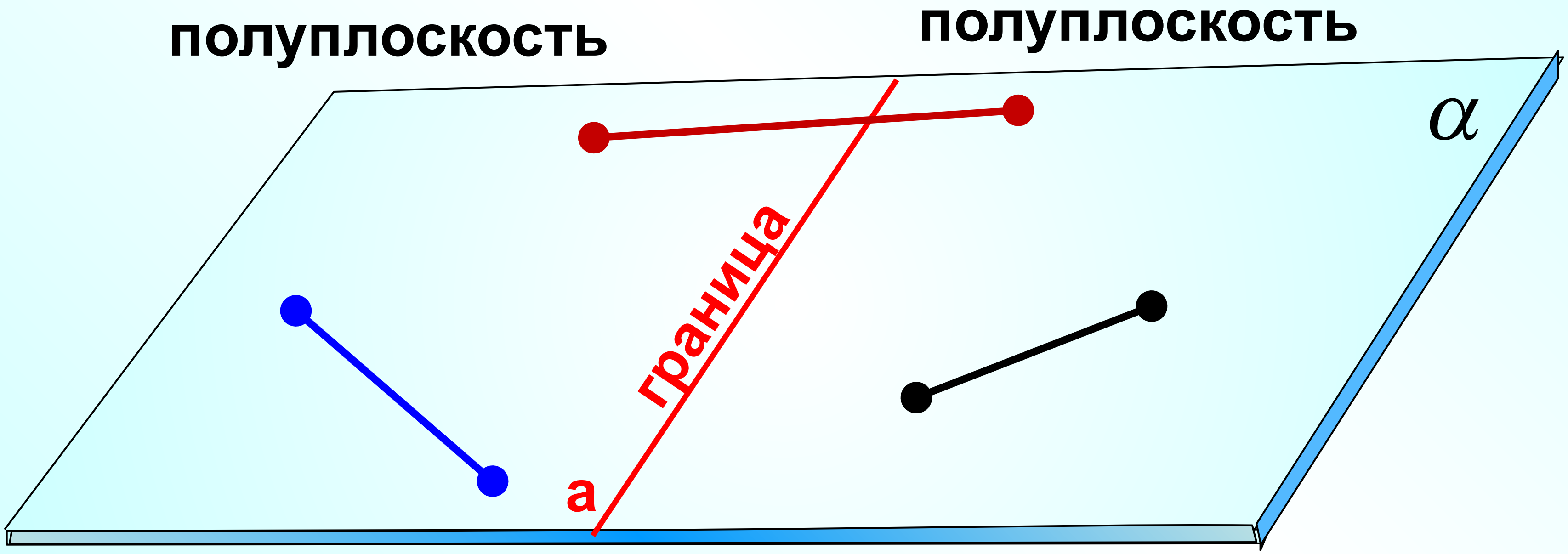


Теорема о скрещивающихся прямых

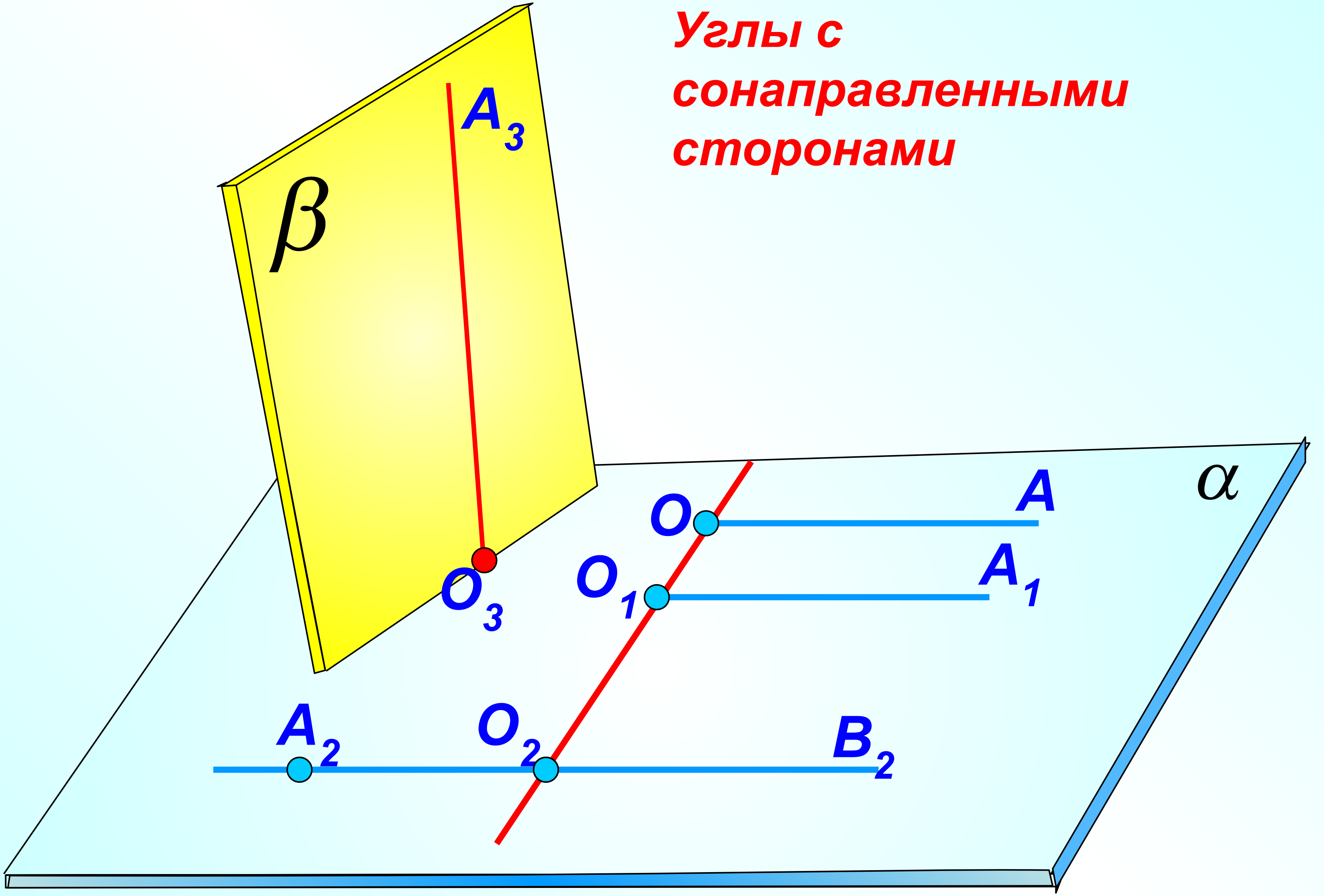
Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



Любая прямая а, лежащая в плоскости, разделяет эту плоскость на две части, называемые полуплоскостями. Прямая а называется границей каждой из этих полуплоскостей.

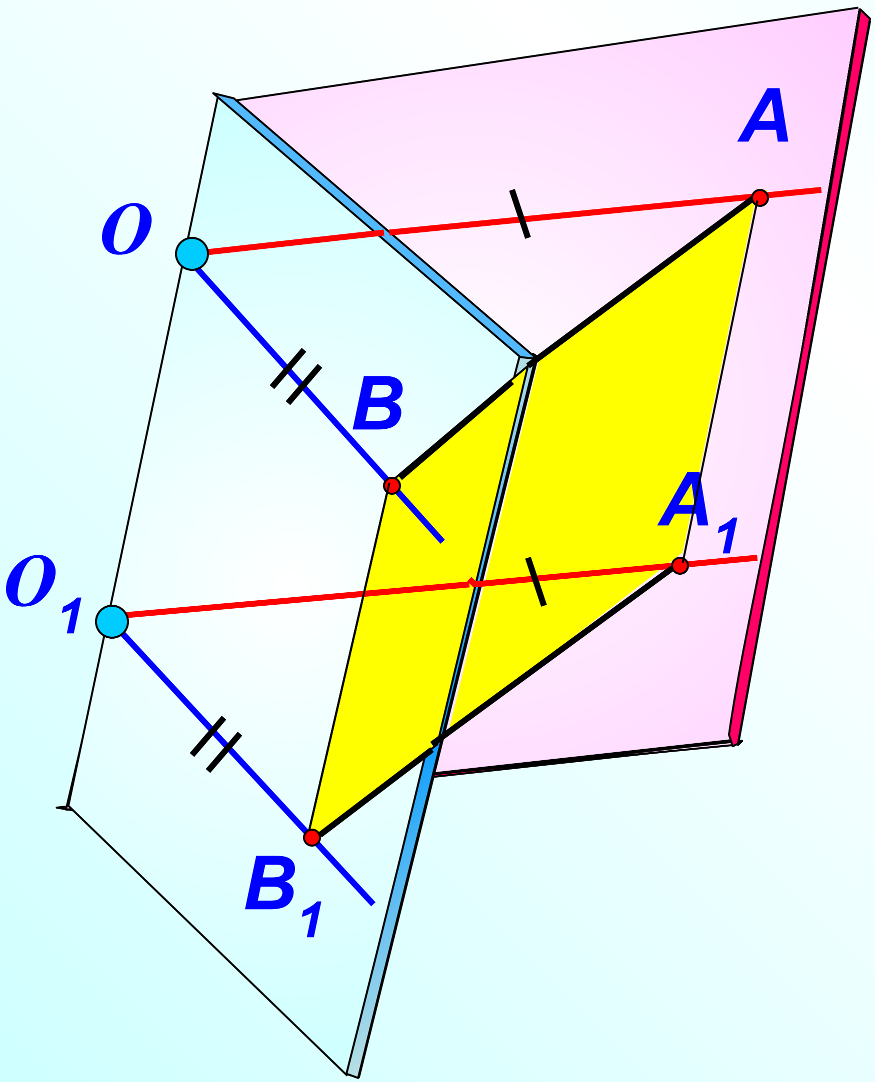


Углы с сонаправленными сторонами

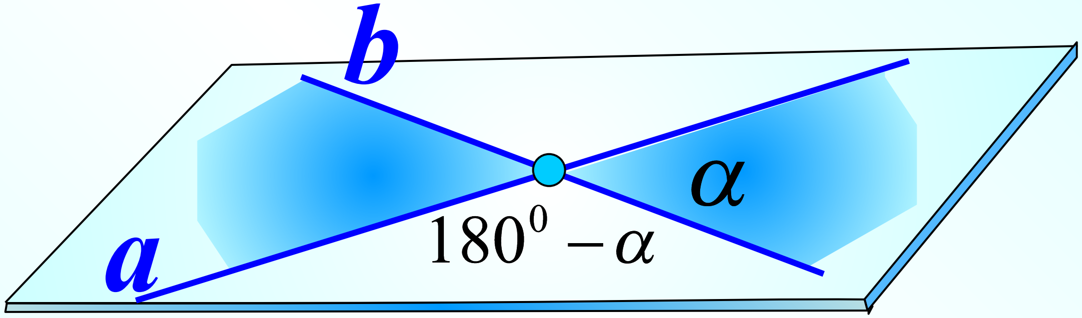


Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.

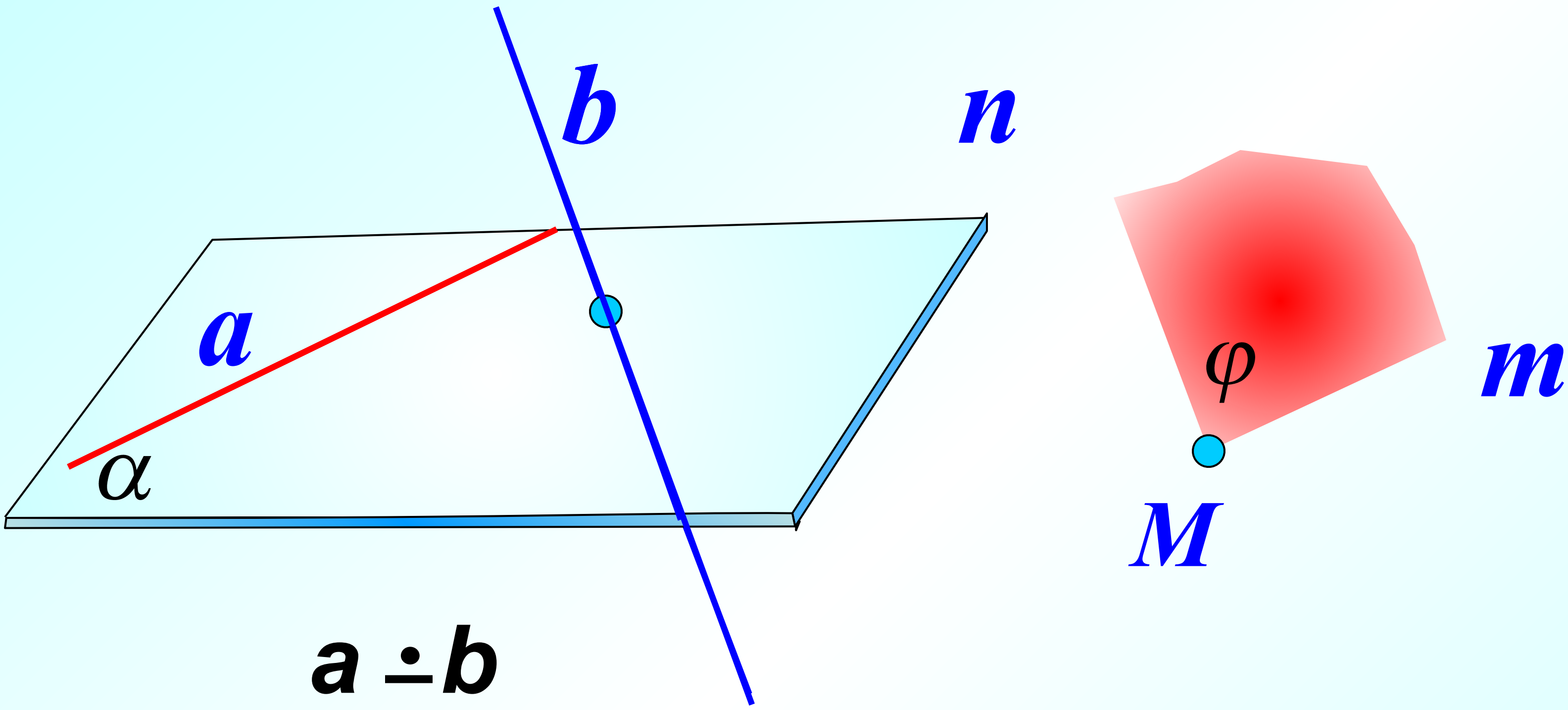


Угол между прямыми



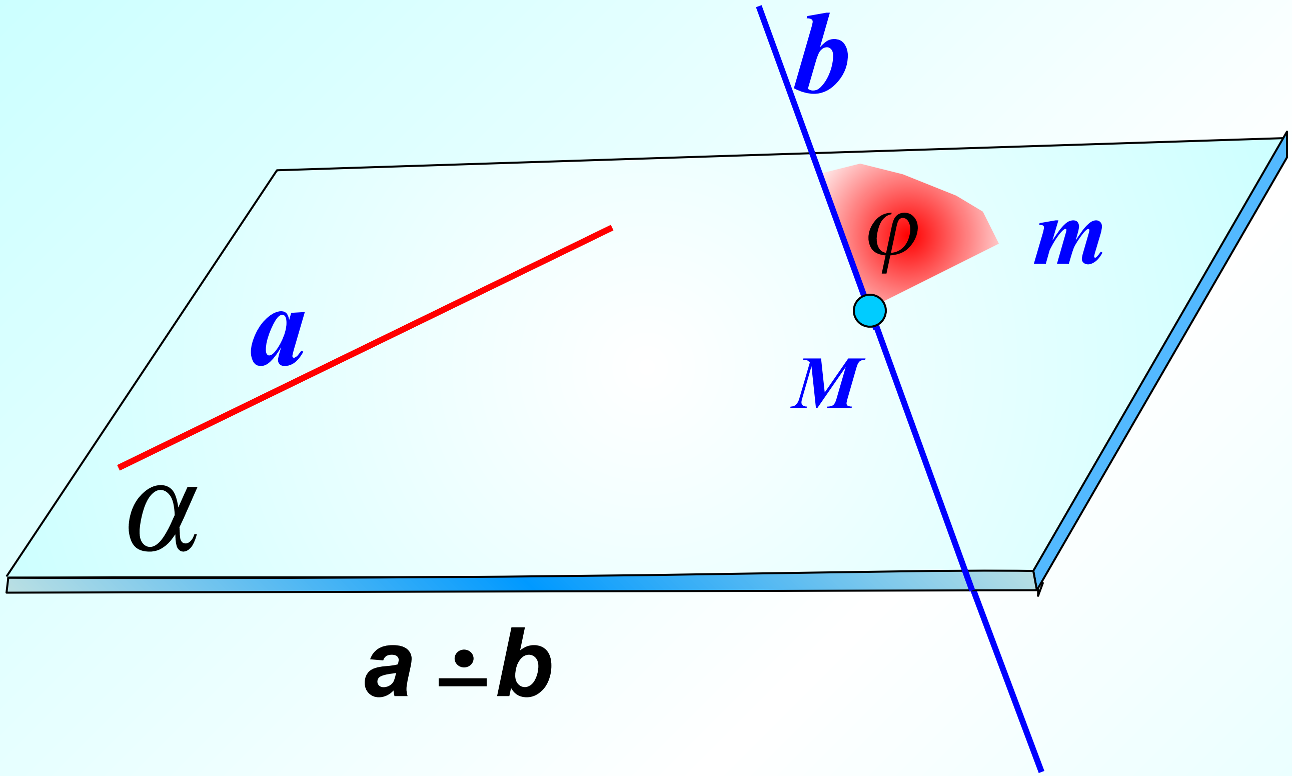
Пусть α - тот из углов, который не превосходит любой из трех остальных углов. Тогда говорят, что угол между пересекающимися прямыми равен α.

Угол между скрещивающимися прямыми



Через произвольную точку M_1 проведем прямые m и n, соответственно параллельные прямым a и b.
Угол между скрещивающимися прямыми a и b равен φ

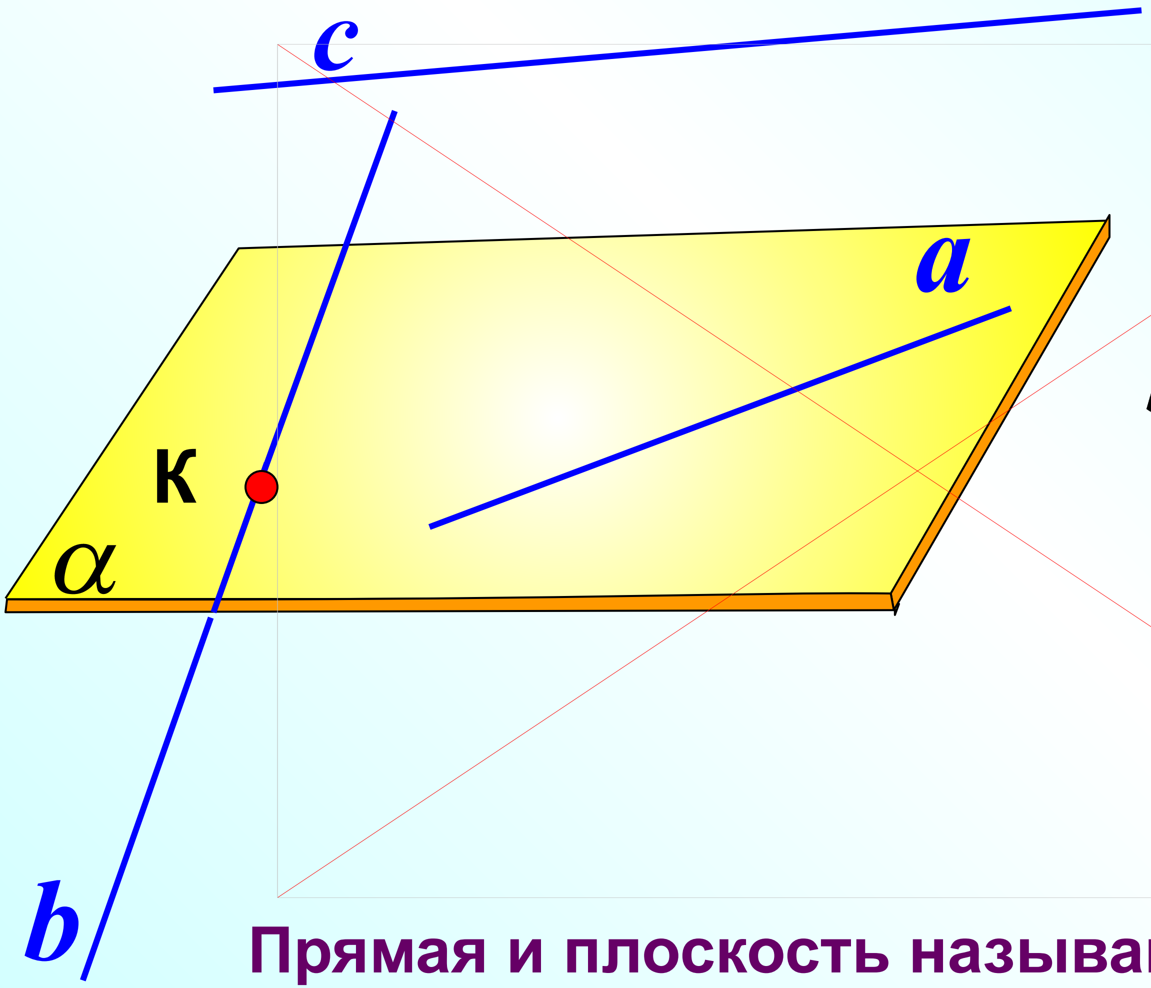
Угол между скрещивающимися прямыми



Точку М можно выбрать произвольным образом.

В качестве точки М удобно взять любую точку на одной из скрещивающихся прямых.

Три случая взаимного расположения прямой и плоскости



$$a \subset \alpha$$

$$b \cap \alpha = K$$

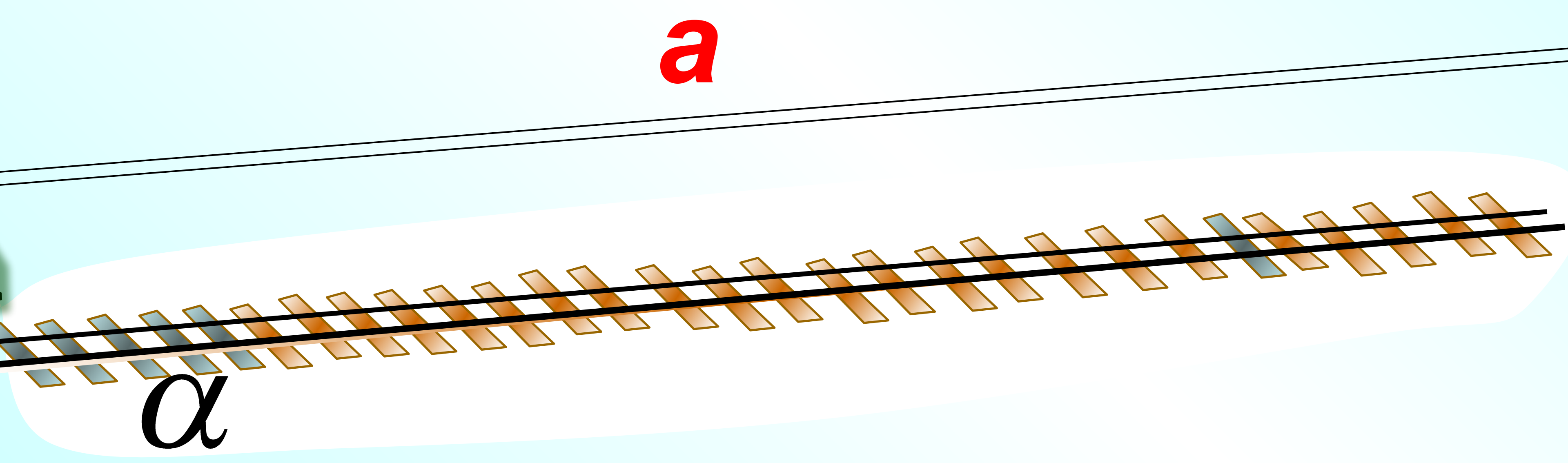
$$c \parallel \alpha$$

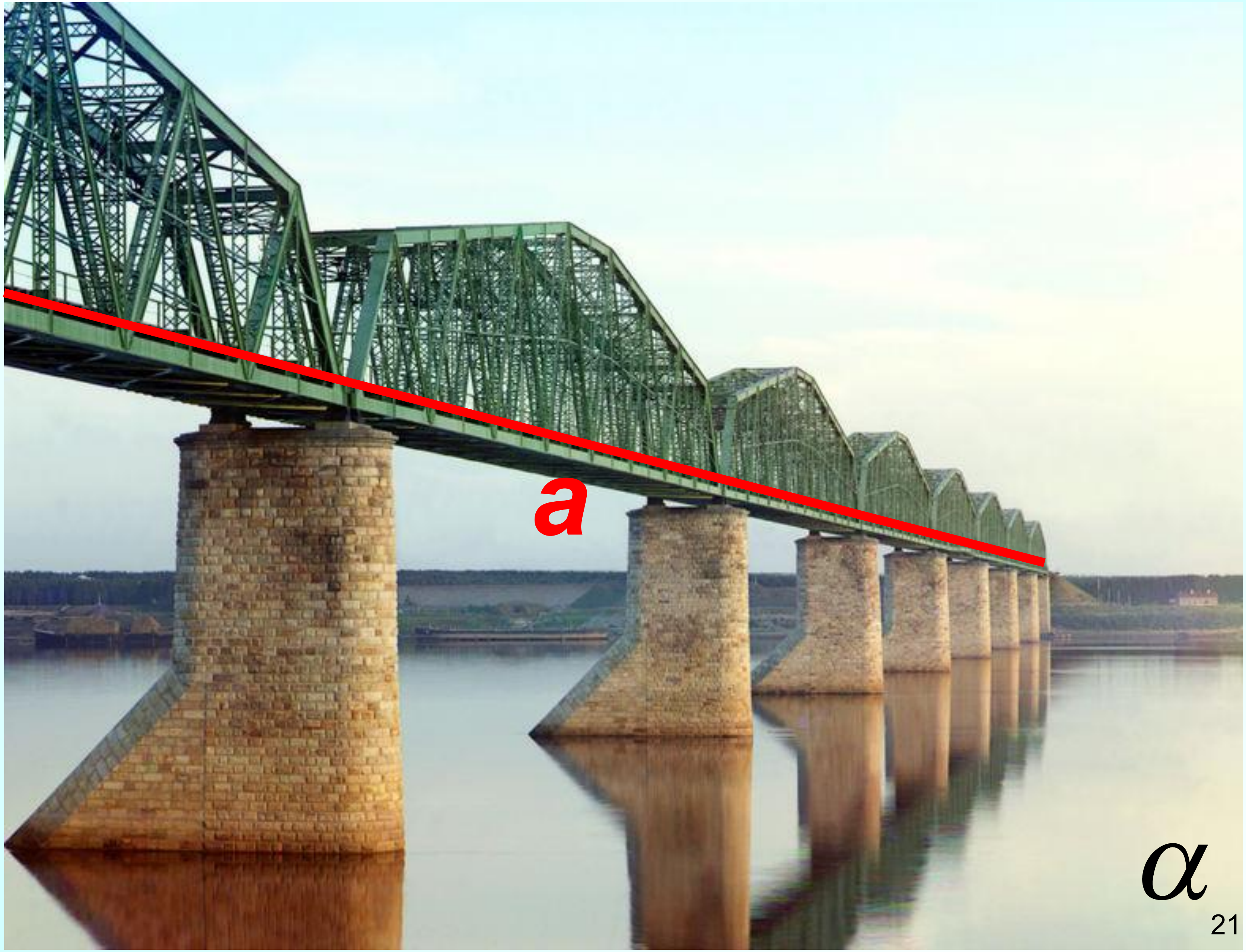
Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

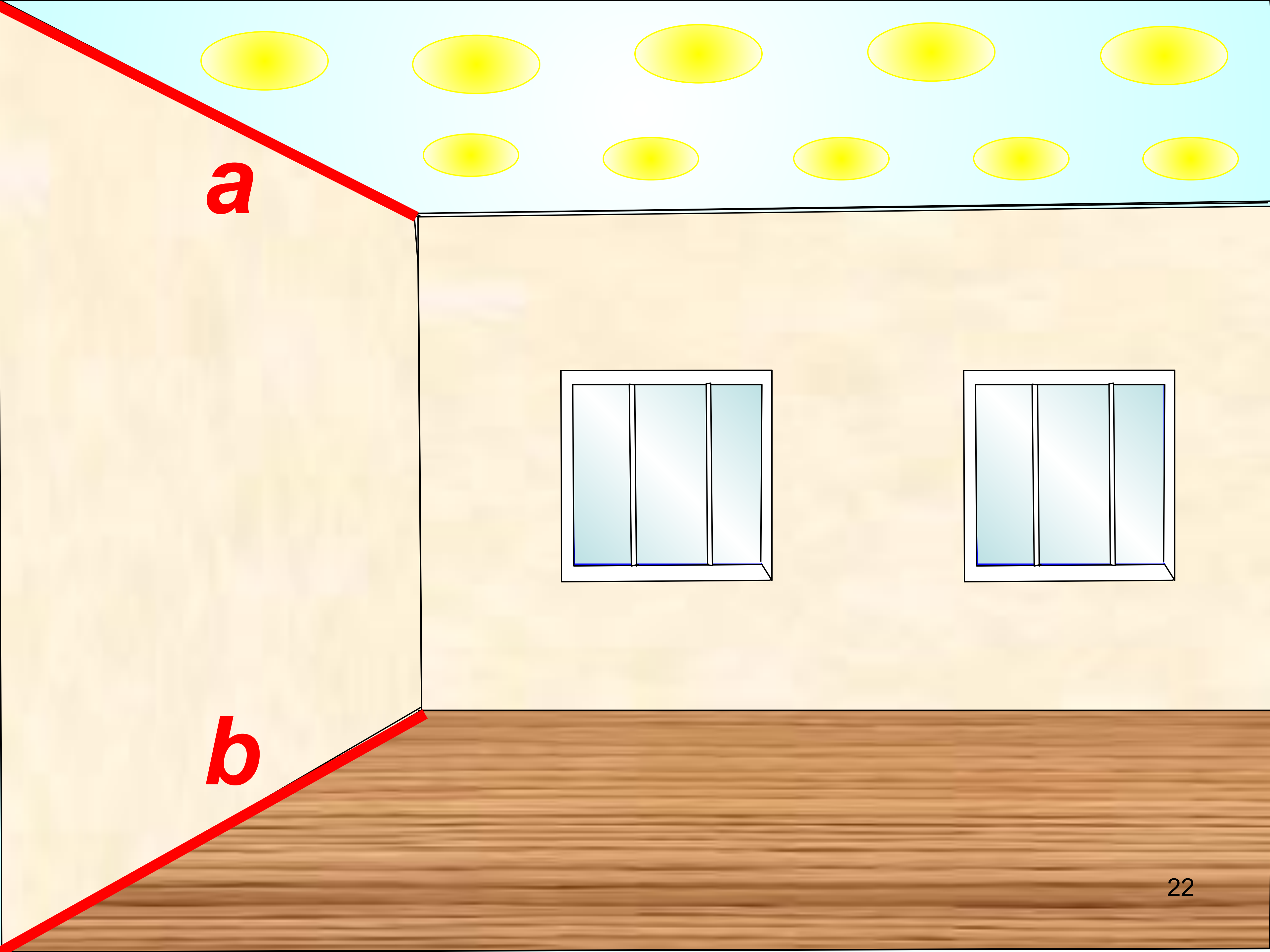
Параллельность прямой и плоскости

Наглядное представление о прямой, параллельной плоскости, дают натянутые троллейбусные или трамвайные провода – они параллельны плоскости земли.

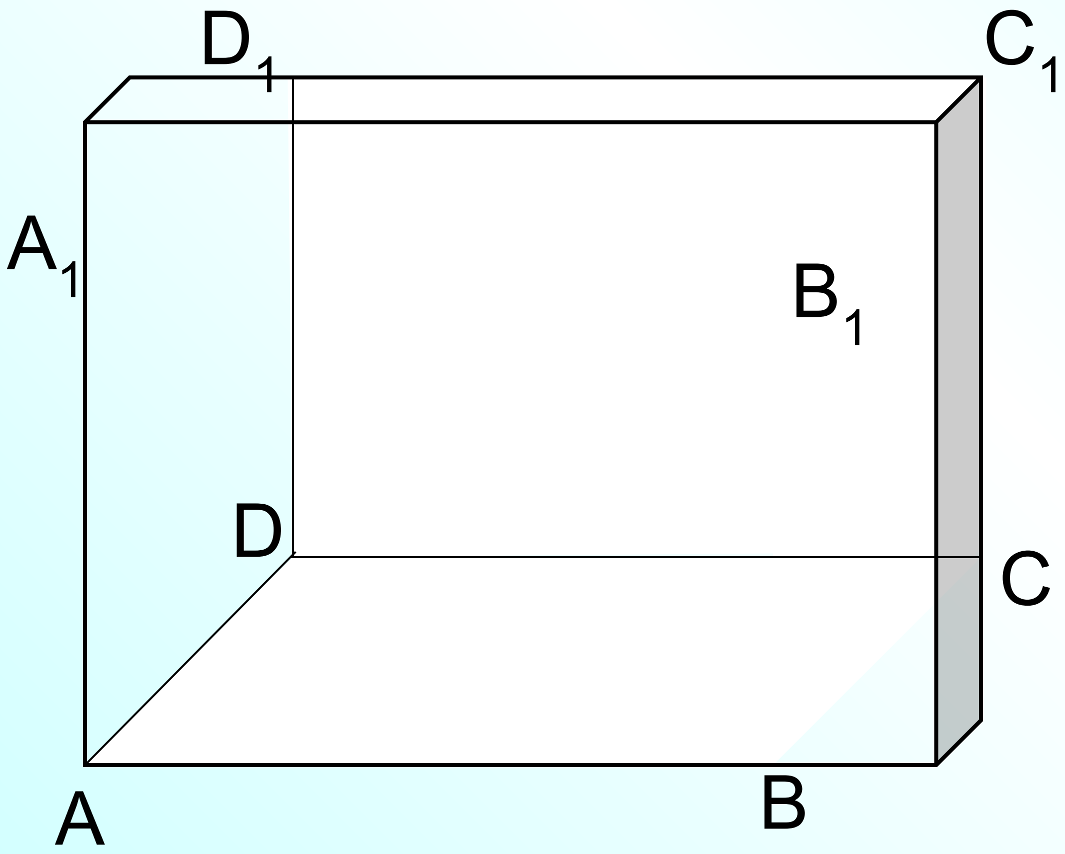
$$a \parallel \alpha$$




a
α


a
b

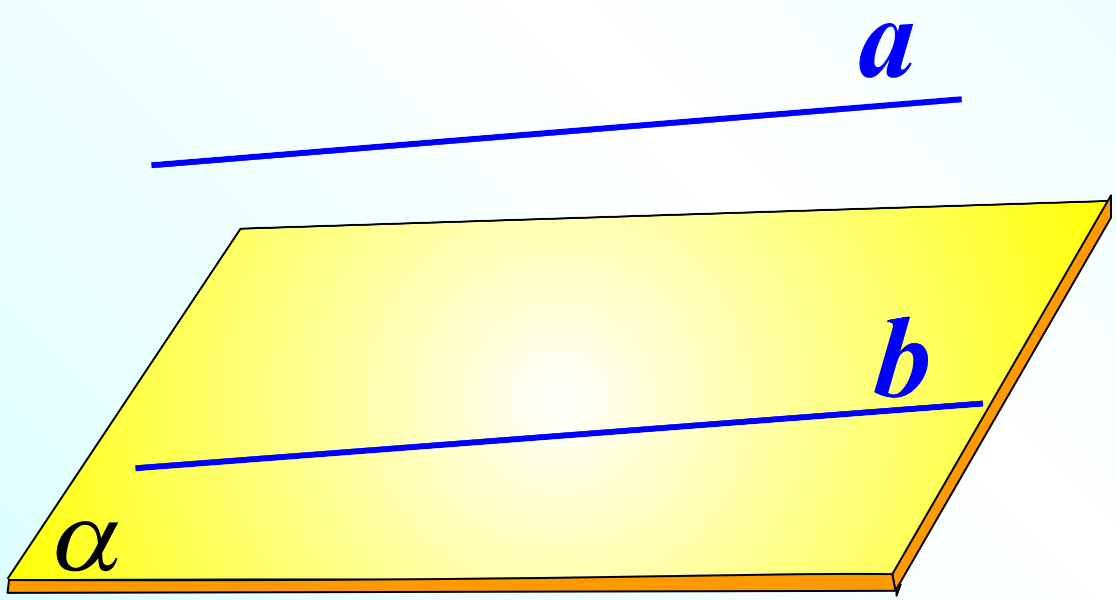
Назовите прямые, параллельные данной плоскости



Теорема

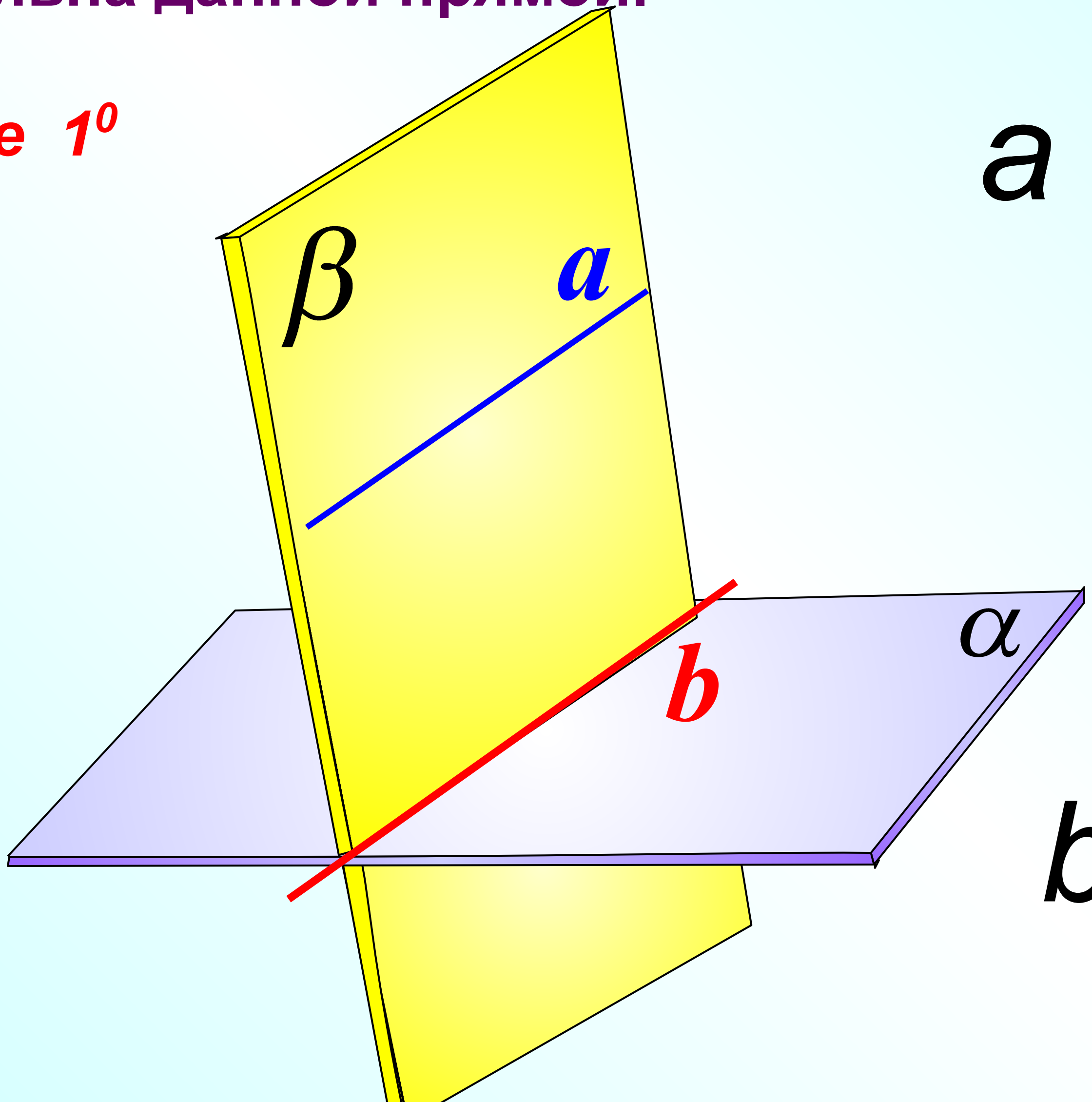
Если прямая не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна этой плоскости.

1	2	Вывод
$a \parallel b,$	$b \subset \alpha$	$\Rightarrow a \parallel \alpha$



Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

Следствие 1^0



$a \parallel \alpha$

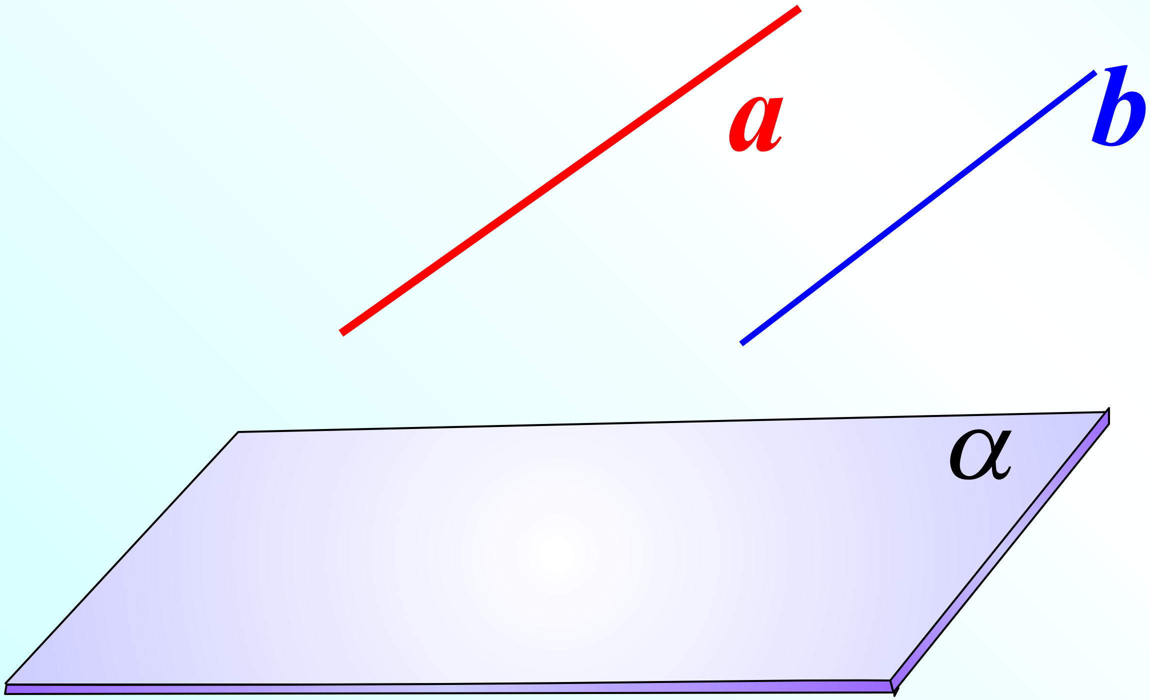
$b \parallel a$

Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.

Следствие 2^0

$a \parallel b$

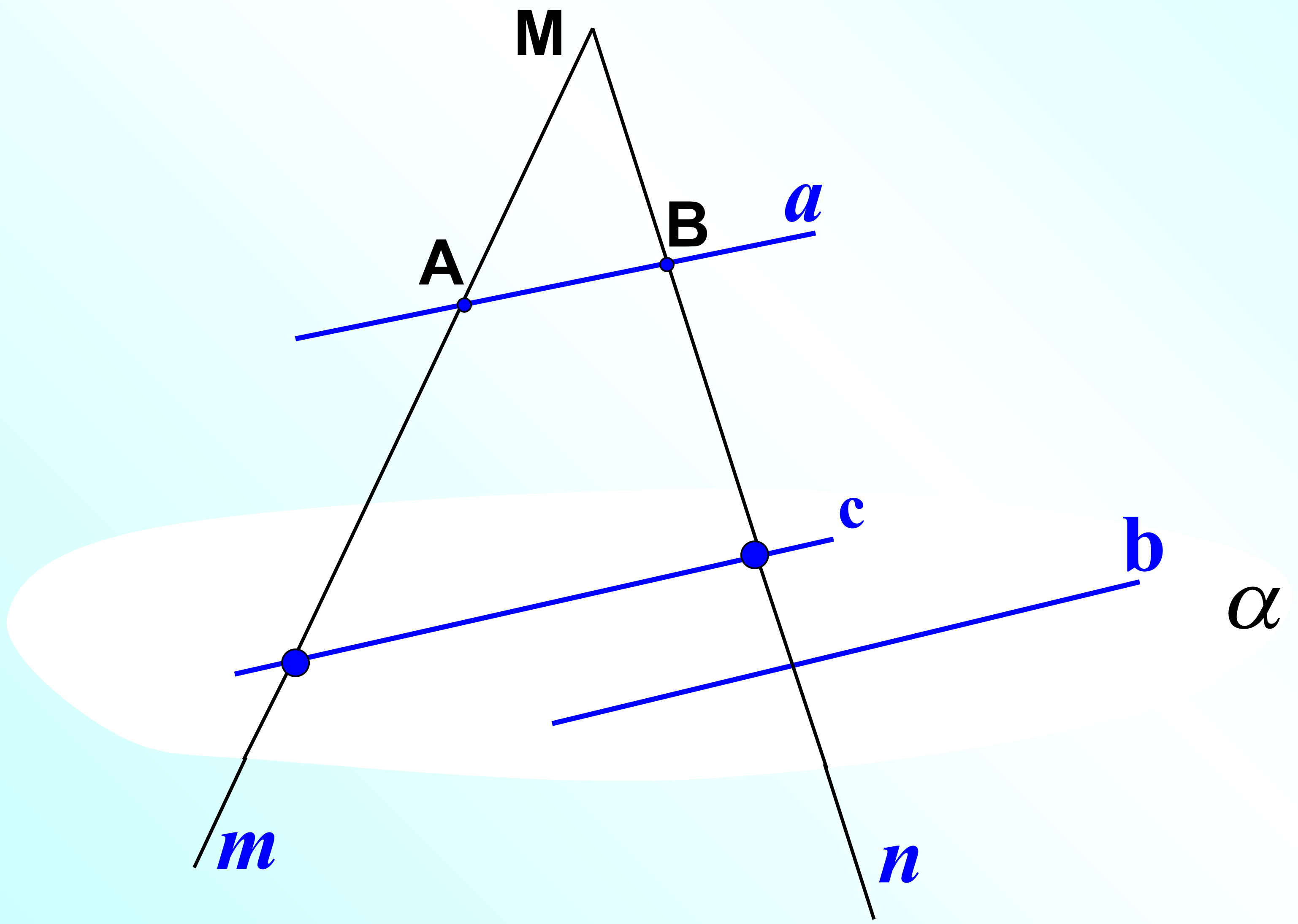
$a \parallel \alpha$



$b \parallel \alpha$ $\quad$ $b \subset \alpha$

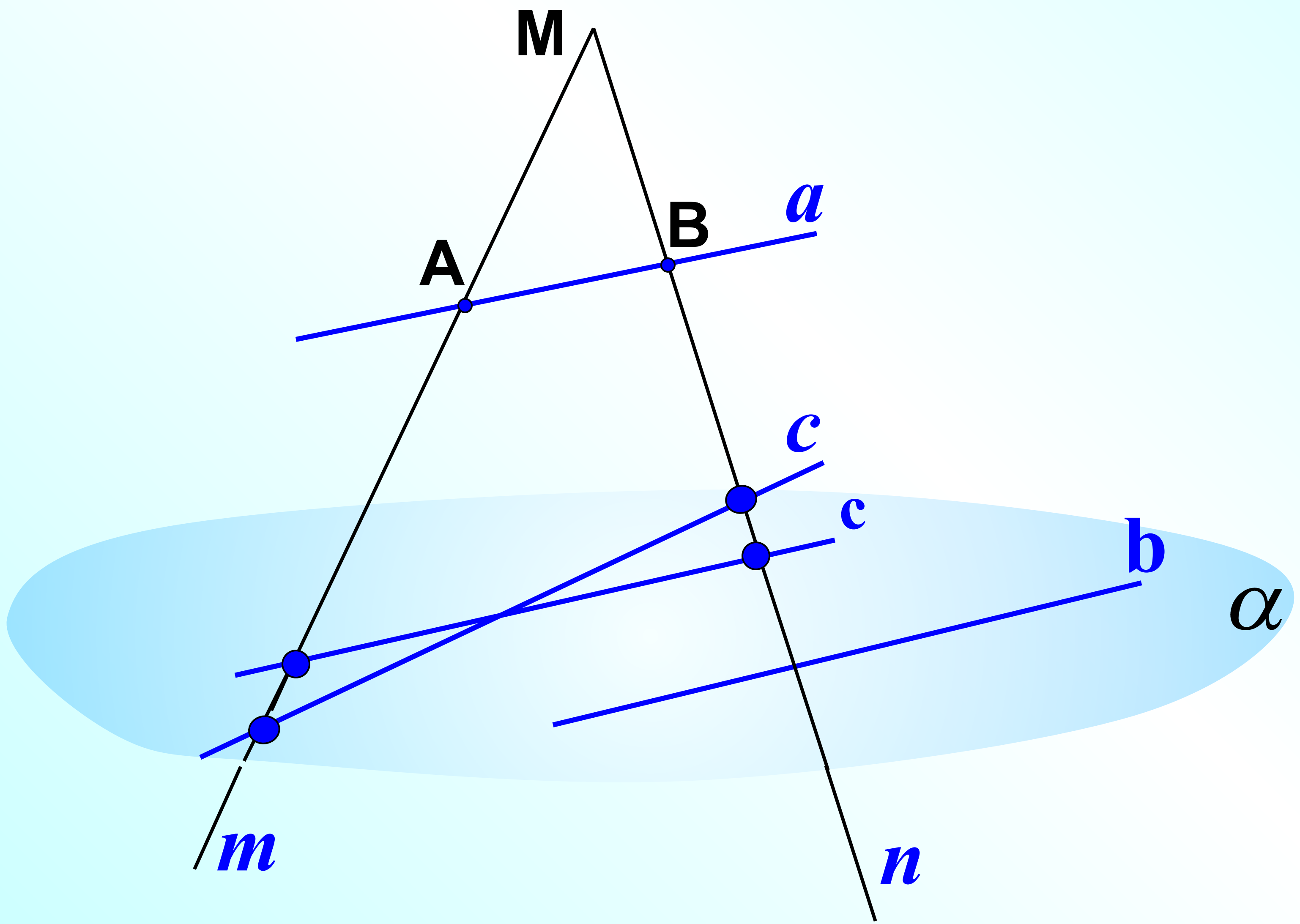
Прямые m и n пресекаются в точке M, $A \in m$, $B \in n$,
$b \subset \alpha$, $a \parallel b$.

Каково взаимное расположение прямых b и c?



Прямые m и n пресекаются в точке M, $A \in m$, $B \in n$, $b \subset \alpha$, $a \parallel b$.

Каково взаимное расположение прямых b и c?

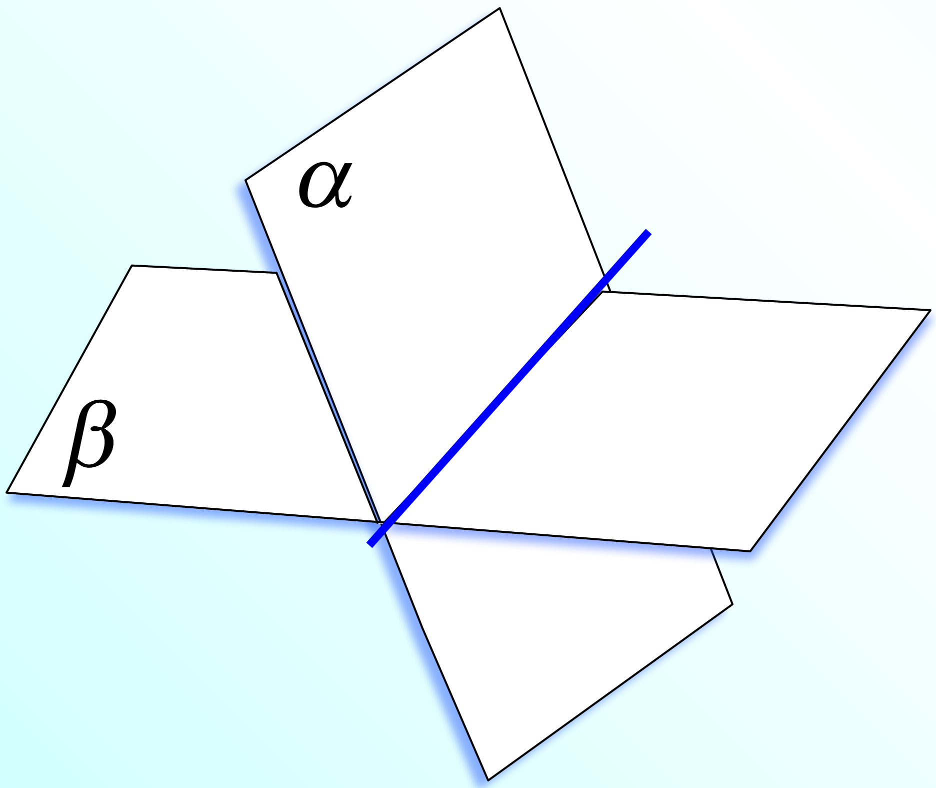


Параллельность плоскостей

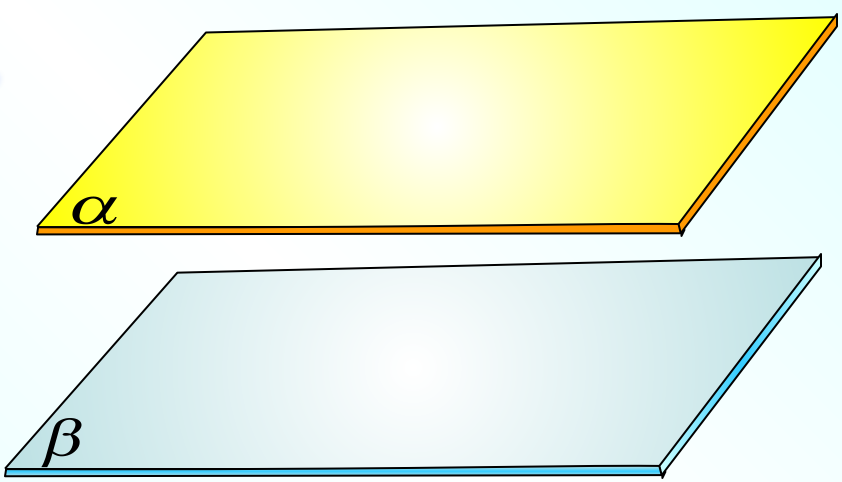
Определение

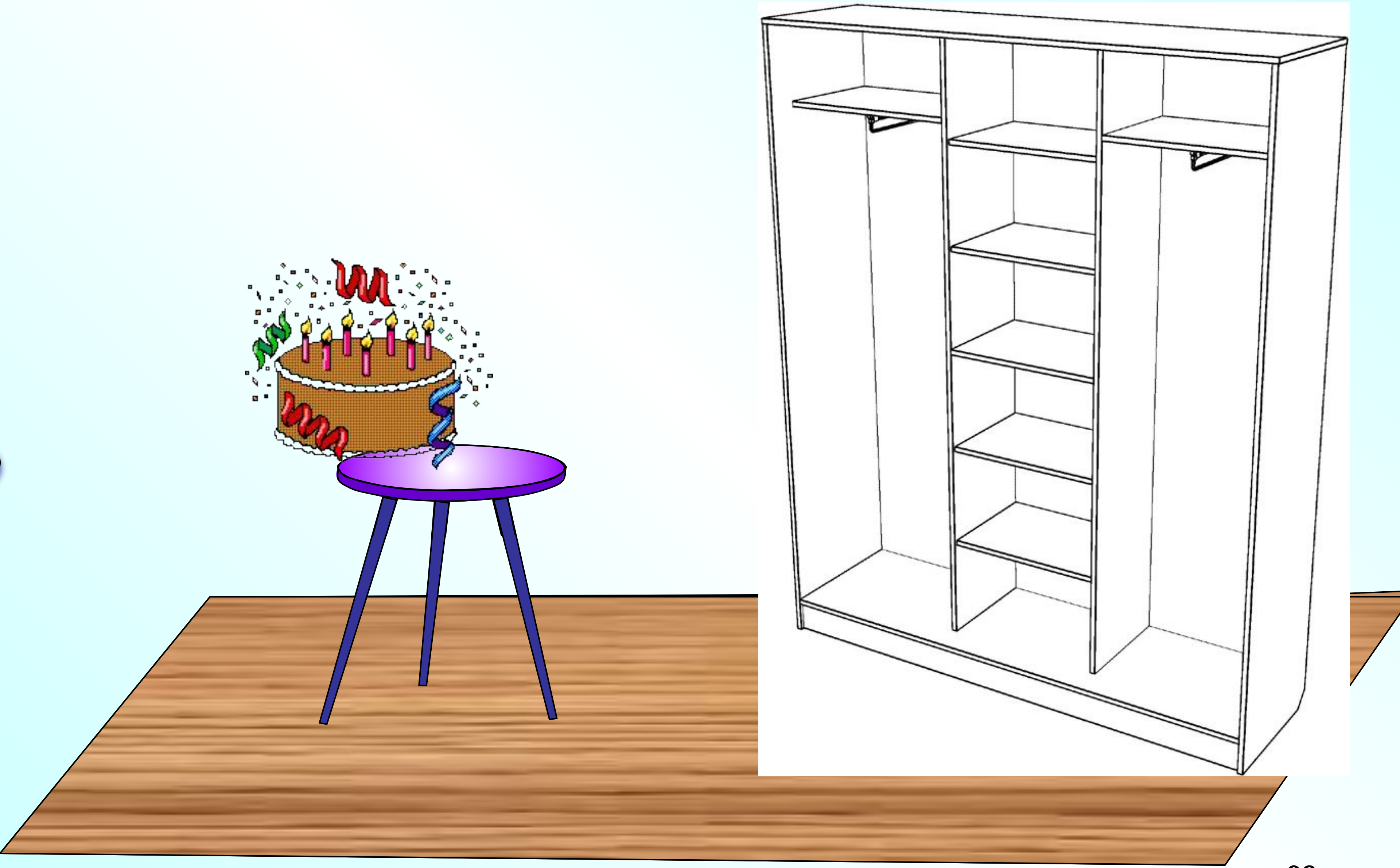
Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

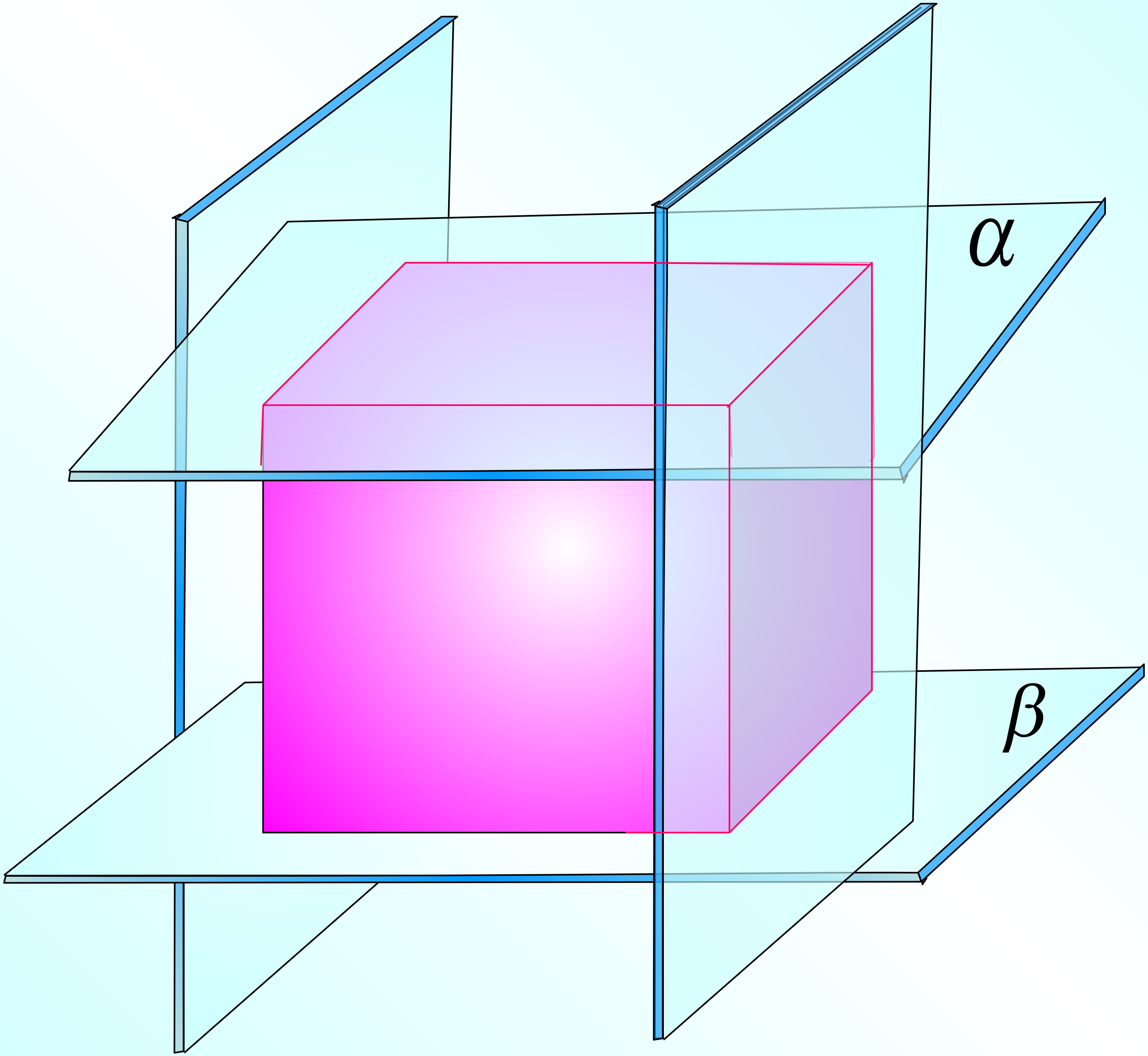
$$\beta \cap \alpha$$



$$\beta \parallel \alpha$$

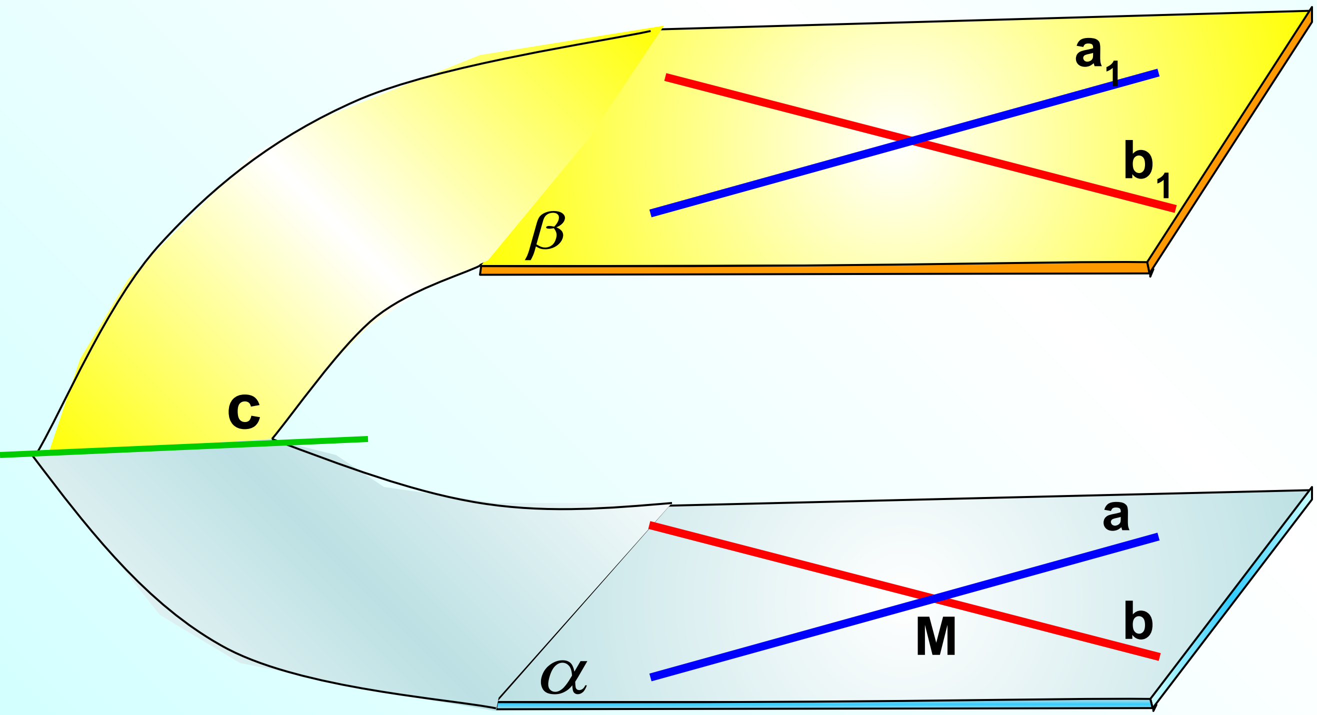





α
β

Признак параллельности двух плоскостей

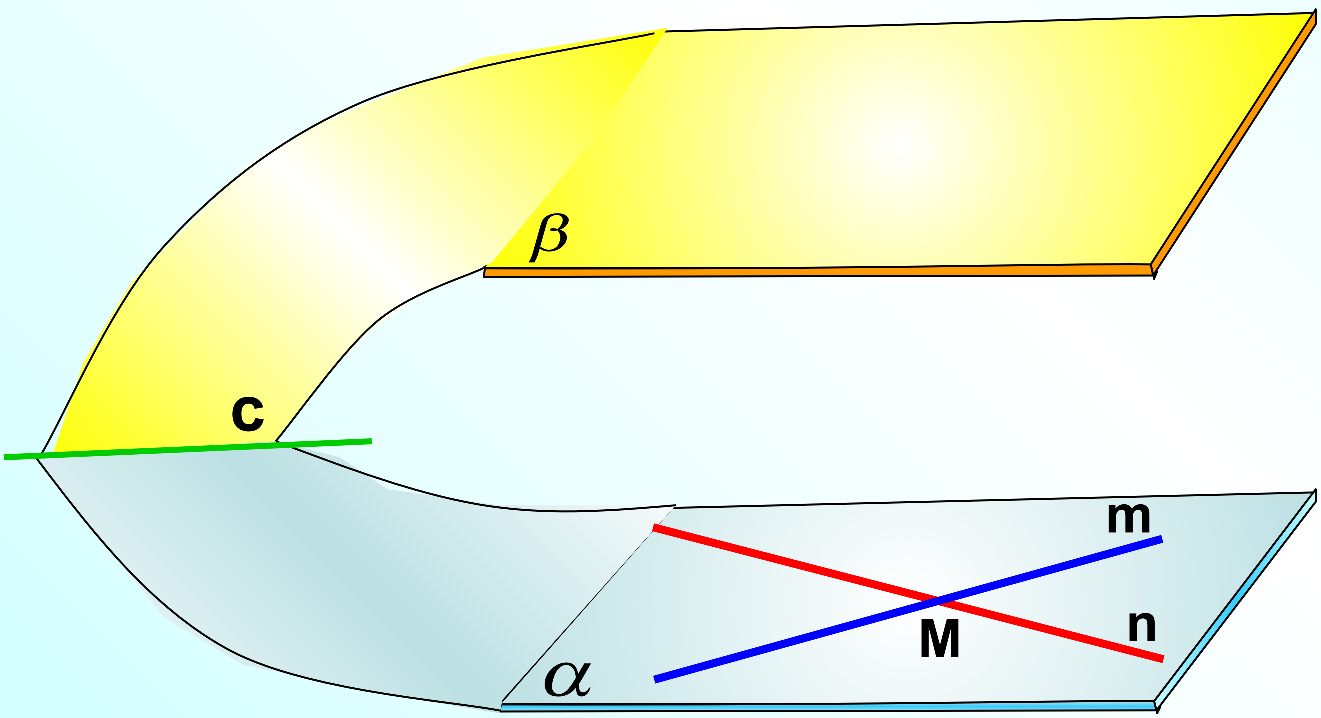
Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.



Признак 1

№51 Признак параллельности двух плоскостей

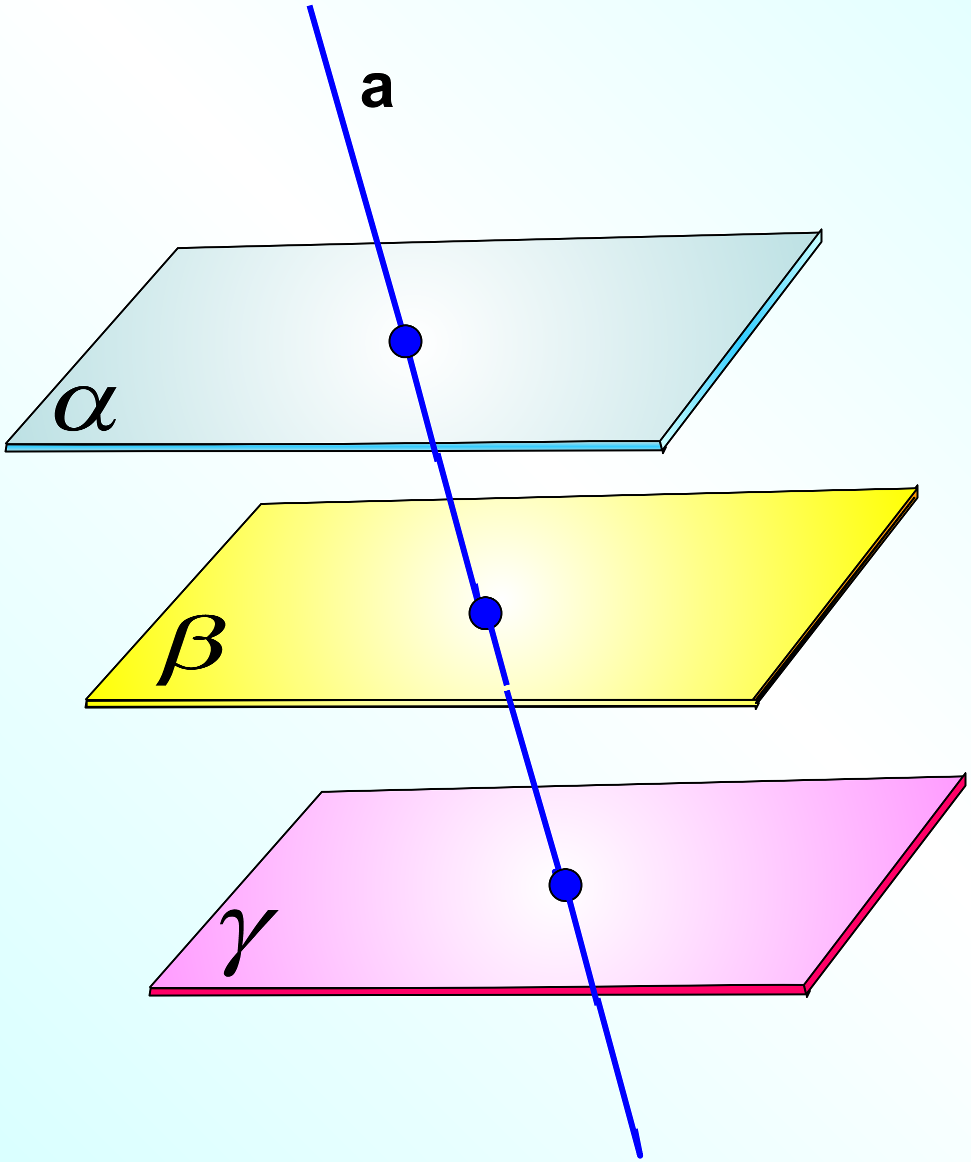
Если две пересекающиеся прямые m и n плоскости α параллельны плоскости β, то плоскости α и β параллельны.



Признак 2

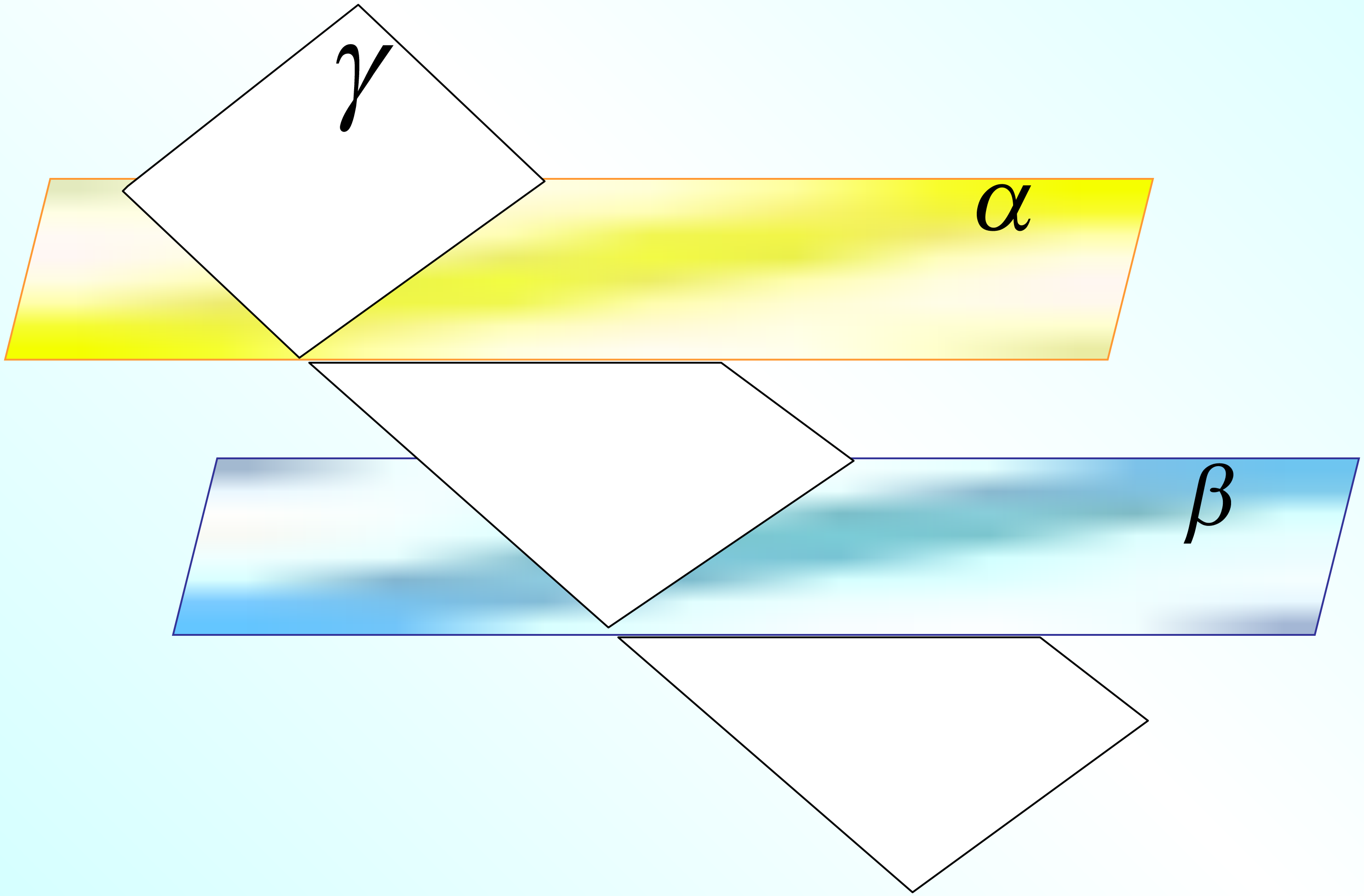
Если прямая a пересекает плоскость α, то она пересекает также любую плоскость, параллельную данной плоскости α.

№55



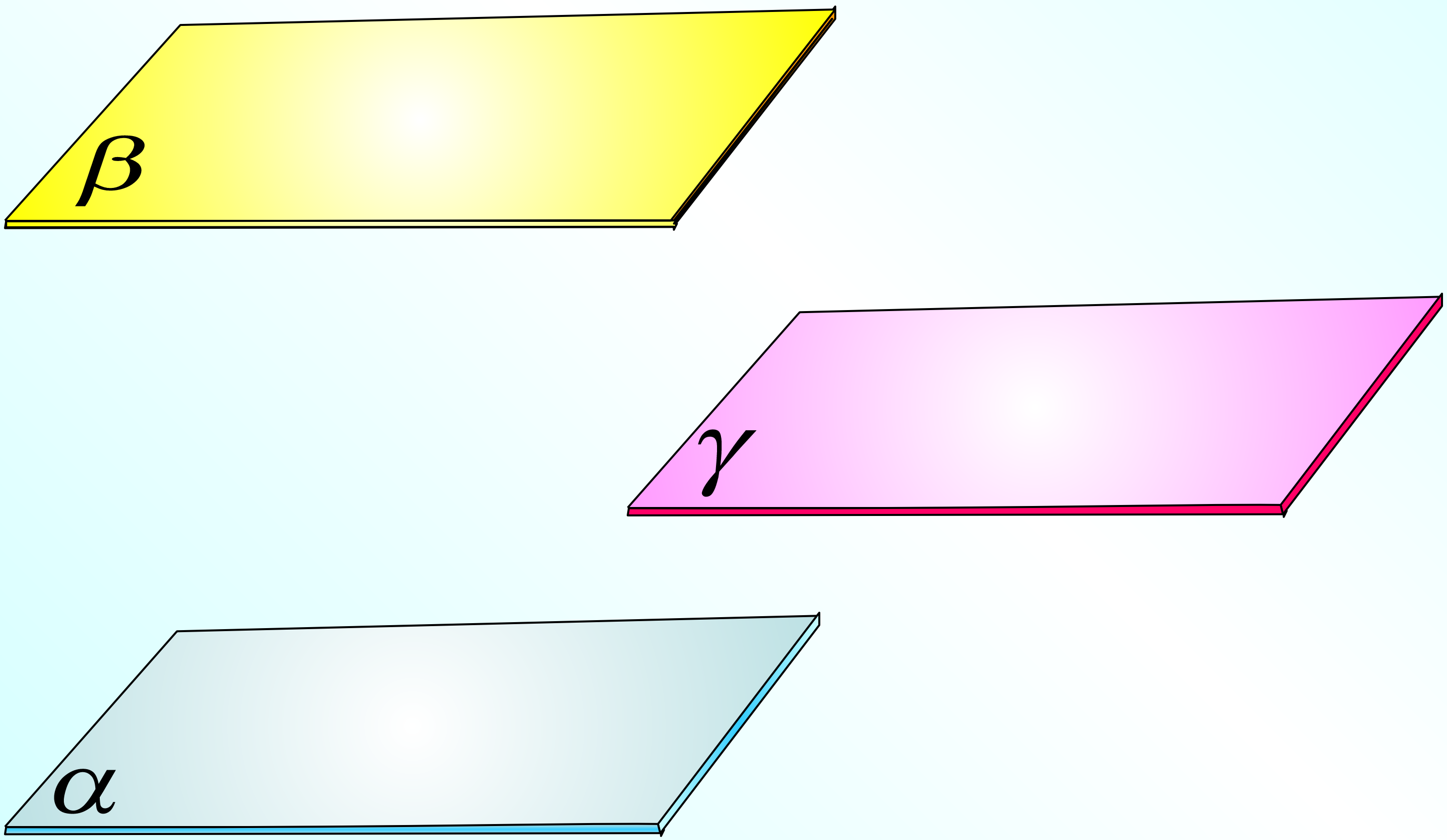
Если плоскость γ пересекает одну из параллельных плоскостей α и β, то она пересекает и другую плоскость.

№58



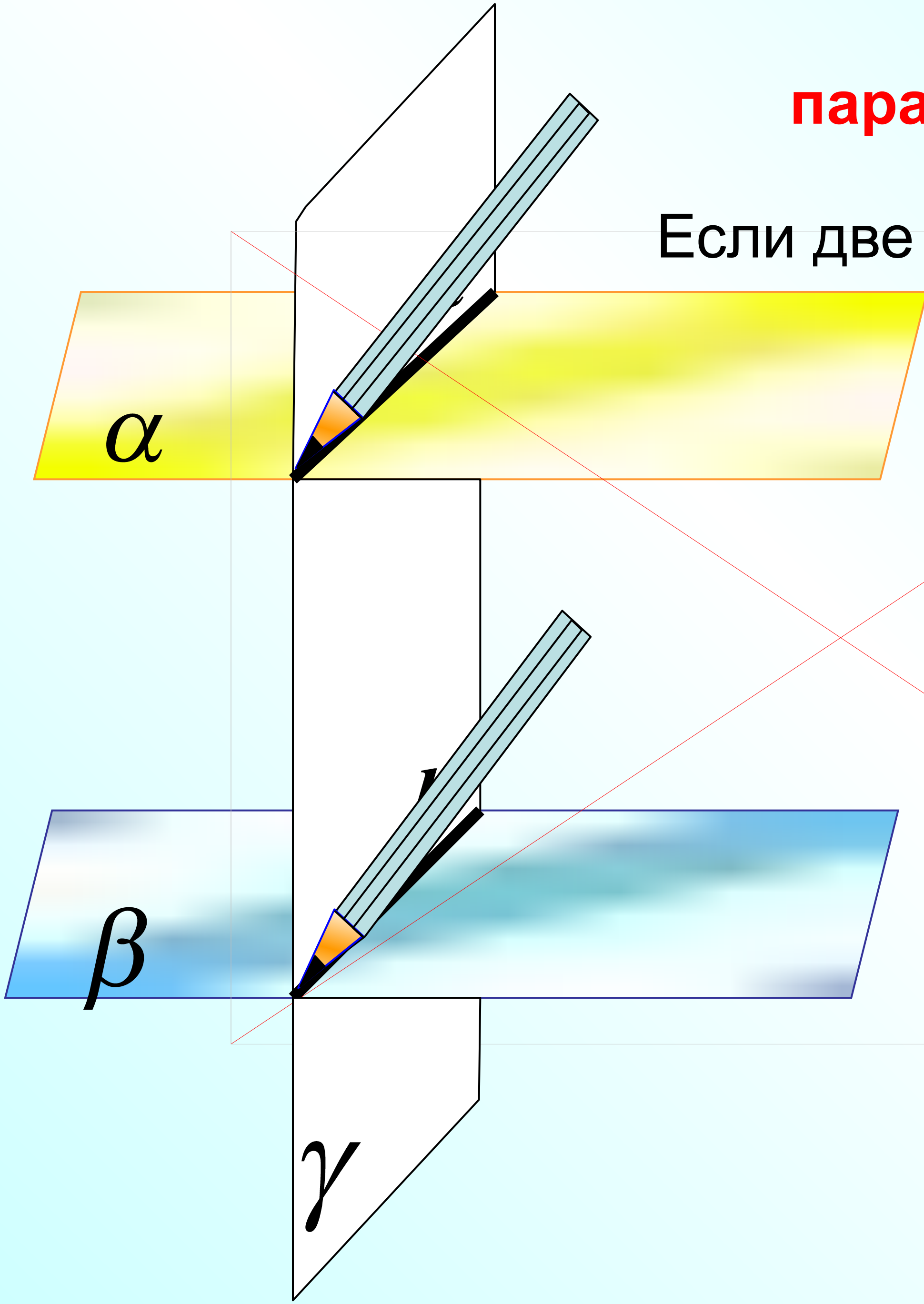
№60 Признак параллельности трех плоскостей

Если две плоскости α и β параллельны плоскости γ, то плоскости α и β параллельны.



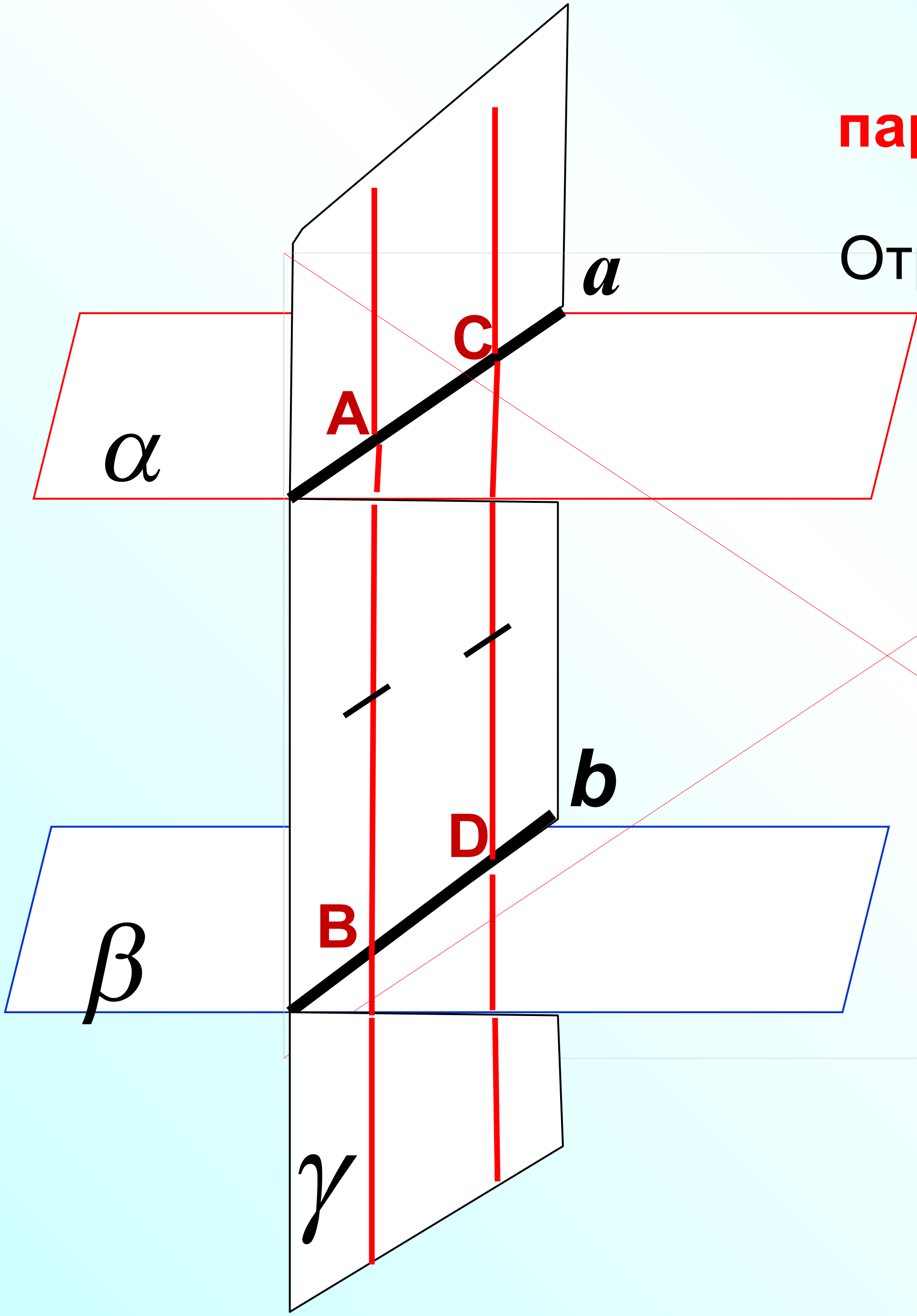
Признак 3

Свойство параллельных плоскостей.



Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

Свойство параллельных плоскостей.



Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.

AB = CD