

Интегрированный урок-практикум

Интеграл в геометрии, физике и электротехнике

Урок повторения и обобщения знаний
Преподаватель: Серегина Е.В.

Цели урока

- Повторить определение и свойства интеграла, его геометрический смысл.
- Рассмотреть практическое применение интеграла и решить задачи с практическим содержанием.
- Формирование основ интегративного мышления.
- Привитие навыков работы с компьютерной техникой.

Пафнутий Львович Чебышев:
«Сближение теории с практикой
даёт самые благотворные
результаты, и не одна только
практика от этого выигрывает,
сами науки развиваются под её
влиянием, она открывает им
новые предметы для
исследования или новые
стороны в предметах давно
известных».

Интеграл- это функция,
производная от которой
равна подинтегральной
функции.

обозначения $\int f(x)dx$,

где \int -знак интеграла,

$f(x)$ - подинтегральная функция,

dx - приращение аргумента

Интегралы бывают
неопределенные

$$\int f(x)dx$$

и определенные, т.е. имеющие
пределы интегрирования

$$\int_a^b f(x)dx$$

a и b — пределы
интегрирования

Свойства интеграла:

$$1) \int cf(x)dx = c \int f(x)dx$$

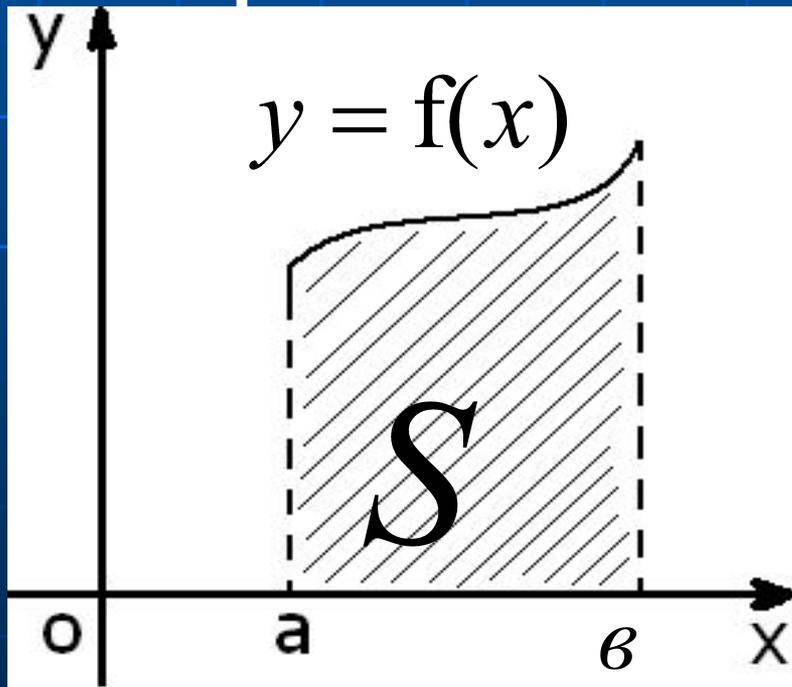
(постоянный множитель можно вывести за знак интеграла)

$$2) \int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

(интеграл сумме(разности) функций равен сумме(разности)интегралов функций)

Геометрический смысл интеграла

Интеграл от функции на отрезке равен площади криволинейной трапеции

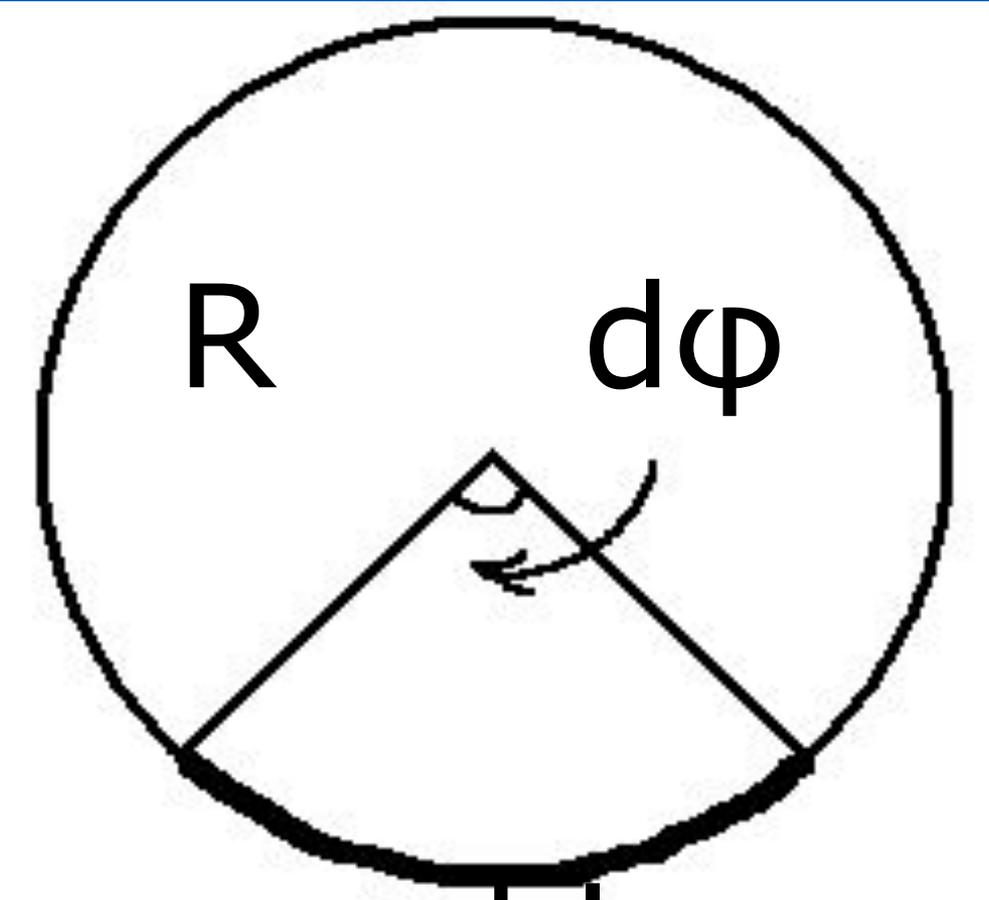


$$S = \int_a^b f(x) dx$$

Практические задания по геометрии.

Вывод формулы длины окружности

$$C = 2\pi R$$



dL

$$dc = R d\varphi$$

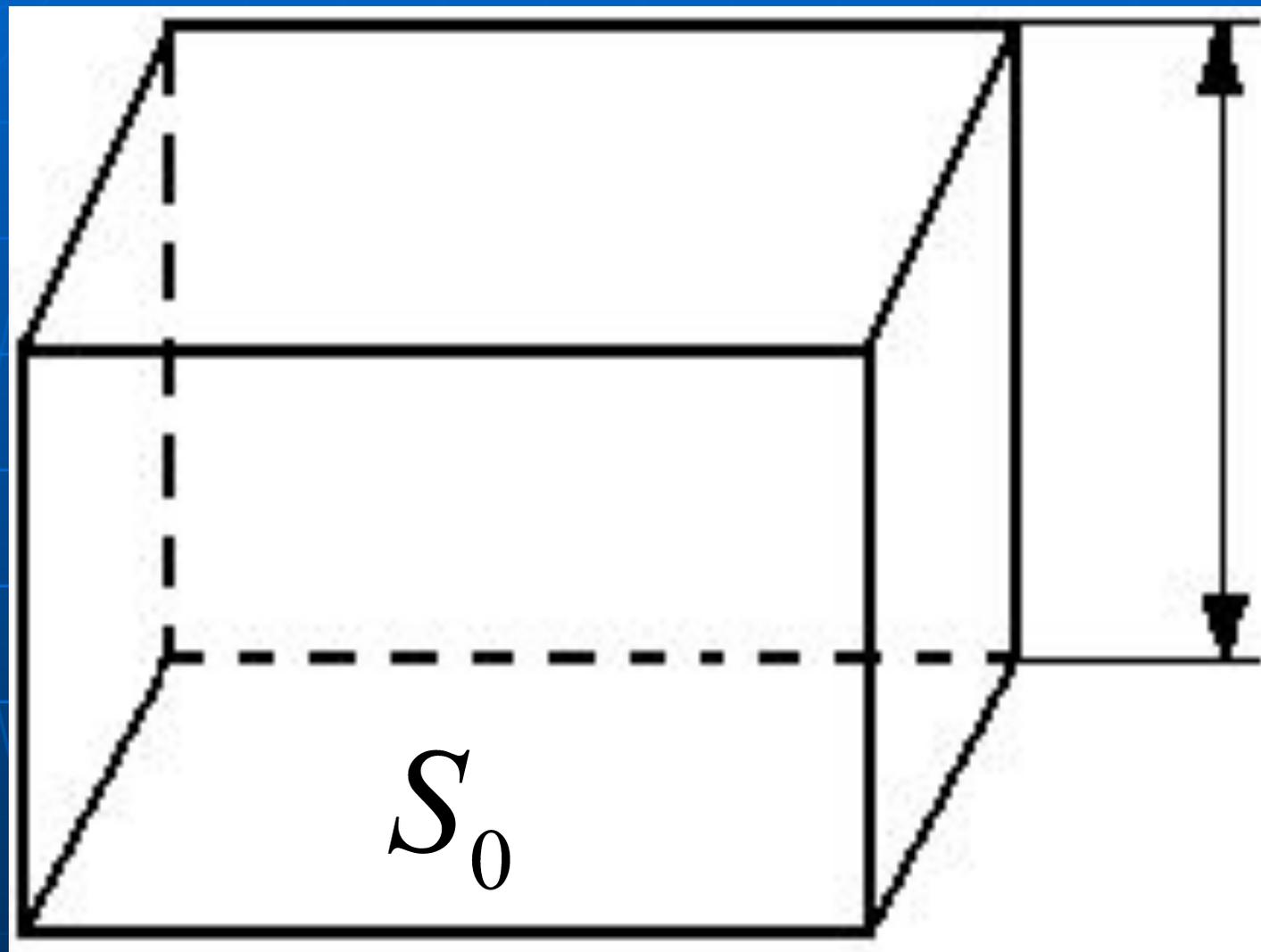
$$c = \int_0^{2\pi} dc$$

$$c = \int_0^{2\pi} R d\varphi = R\varphi \Big|_0^{2\pi} = 2\pi R - 0 \cdot R = 2\pi R$$

Ответ

$$c = 2\pi R$$

Вывод формулы объёма призмы



$$dV = S dh$$

$$V = \int_0^H S_0 dh = S_0 h \Big|_0^H = S_0 H$$

$$V_{np.} = S_{очн} \cdot H$$

Практические задания по физике

Тело движется с
переменной скоростью:

$$v(x) = 4x^3 + 3x^2$$

Какой путь пройдет тело
за первые две
секунды?



$$S=X$$

Скорость есть
производная от
координаты по времени

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$v dt = ds$$

$$\int v dt = \int dS$$

$$S = vt$$

По условию задачи

дано:

$$v(x) = 4x^3 + 3x^2, t = 2$$

Найти: S

Найдем S с помощью
интеграла:

$$S = \int_0^2 (4x^3 + 3x^2) dx =$$

$$\left(\frac{4x^4}{4} + \frac{3x^3}{3} \right) \Big|_0^2 =$$

$$\left(x^4 + x^3 \right) \Big|_0^2 = 24 \text{ (ед.длины)}$$

ОТВЕТ: 24 ед.длины

Вывести формулу энергии деформированной (сжатой или растянутой) пружины



Запишем закон Гука $F=kx$,
обозначим $f(x)=kx$,

Определение работы:

$$A = F \cdot X,$$

тогда

Элемент работы:

$$dA = F \cdot dx$$

Найдем работу с
помощью интеграла:

$$A = \int F \cdot dx$$

$$A = \int kx dx = \frac{1}{2} kx^2 + c$$

Если $x=0$, $A=0$, то $C=0$

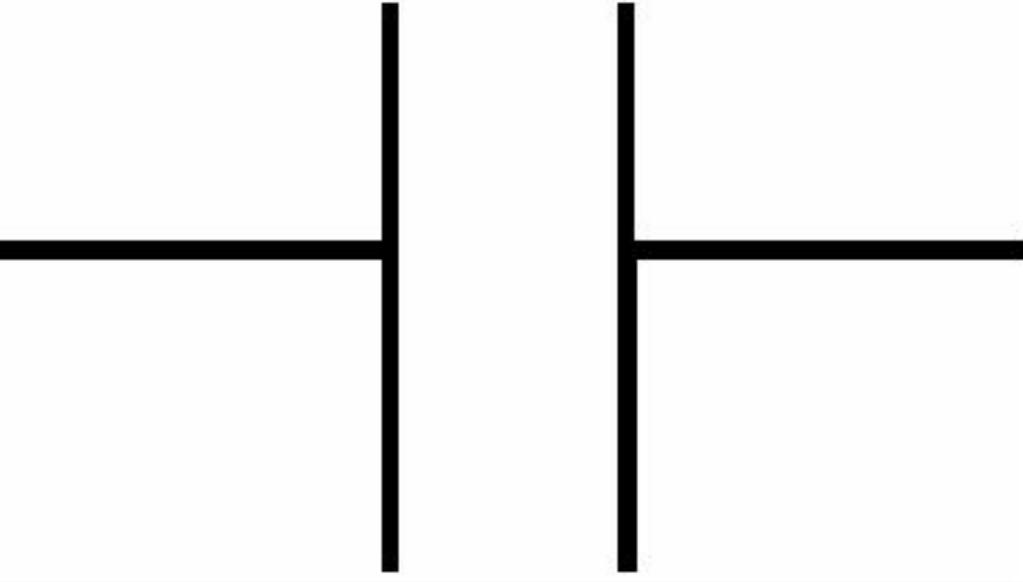
$$A = \frac{kx^2}{2}$$

Ответ:

$$A = \frac{kx^2}{2}$$

Практические задания по электротехнике

Вывести формулу
энергии заряженного
конденсатора



C - Электроёмкость

U - Напряжение

C, U

Найдем заряд из формулы

$$C = \frac{q}{u}$$

$q = C \cdot u$, где q - величина заряда конденсатора

Работа находится по
формуле

$$A = q \cdot u$$

$$dA = q \cdot du$$

$$dA = c \cdot u du$$

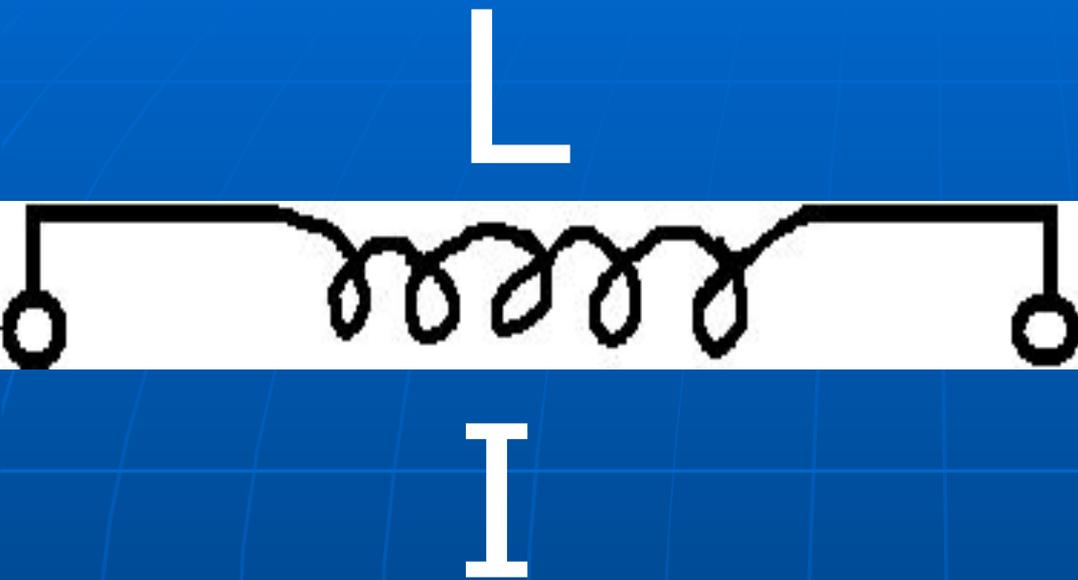
Работу найдем с помощью интеграла

$$\int dA = \int c \cdot u du$$

ОТВЕТ:

$$A = \frac{c \cdot u^2}{2}$$

Вывести формулу
энергии намагниченной
катушки (магнитного поля
катушки индуктивности)



I -ТОК

L -коэффициент
самоиндукции

Запишем формулу
работы тока:

$$A_{\text{тока}} = I \cdot u \cdot t$$

$$dA = I \cdot u \cdot dt$$

ЭДС индукции:

$$E = u = L \frac{dI}{dt} \quad , \text{тогда}$$

$$dA = I \cdot L dI$$

Работу найдем с
помощью интеграла

$$\int dA = \int ILdI$$

ОТВЕТ:

$$A = \frac{LI^2}{2}$$

Домашнее задание

- Вывести формулы объёма пирамиды и цилиндра.
- Решить задачу:

При столкновении двух вагонов пружина буфера сжалась на $x=20$ см. Какая работа была совершена при этом, если коэффициент жёсткости (упругости) $k=5 \cdot 10^4$

Самостоятельная работа

- Вывести формулу площади круга.
- Тело движется с переменным ускорением $a(x) = 4x^3 + 3x^2$.
Найти скорость движения тела через 3 секунды.
- Вывести формулу магнитной индукции прямого тока.

Ответы к задачам

1. $S = \pi R^2$

2. $V = 108$ (ед. скорости)

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$$

3.