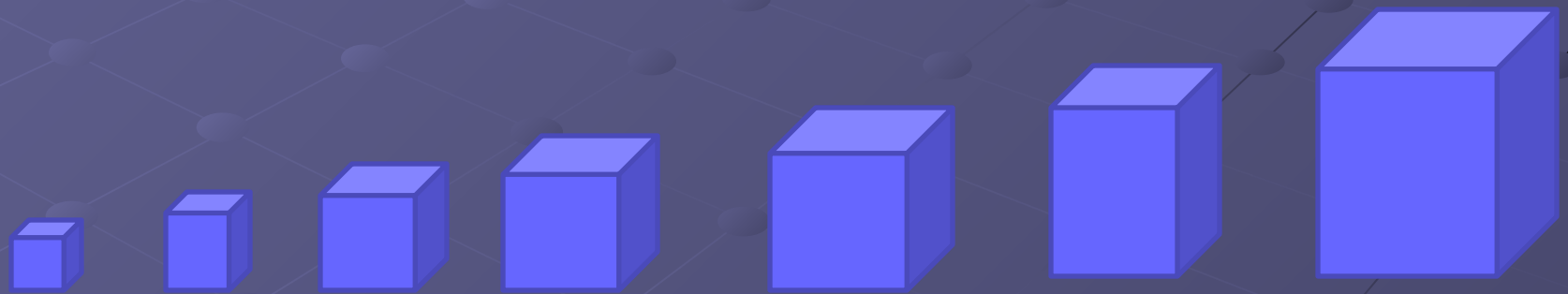


Способы задания и свойства числовых последовательностей



Числовая последовательность и ее предел



Цель урока:

- ✓ ввести понятие «последовательность», « n -й элемент последовательности»;
- ✓ выработать умения использовать индексные обозначения и находить n -й элемент последовательности по заданной формуле.

Основные понятия

- ✓ Последовательность
- ✓ Элемент последовательности



Последовательностью называют такие элементы природы, которые можно пронумеровать

Дни
недели

Дома
на
улице

Класс
ы
в
школе

Назван
ия
месяце

Номер
счёта
в банке

в

Найдите закономерности

и покажите их с помощью стрелки:

1; 4; 7; 10; 13;

... В порядке
возрастания
положительные
нечетные
числа

10; 19; 37; 73;
145; ...

В порядке убывания
правильные дроби
с числителем,
равным 1

6; 8; 16; 18; 36;
...

В порядке
возрастания
положительные числа,
кратные 5

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$;
1/6;

Увеличение
на 3

Чередовать увеличение
на 2 и увеличение в 2
раза

1; 3; 5; 7; 9; ...

5; 10; 15; 20;
25; ...

Увеличение в 2 раза
и уменьшение на 1

П
Р
О
В
Е
Р
Ь
С
Ш
Л
Я

Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают элементы последовательности так

$a_1; a_2; a_3; a_4; \dots; a_n.$

Способы задания последовательностей

Аналитический

Рекуррентный

Табличный

Словесный

Аналитический. Задание последовательности формулой

• **Пример:**

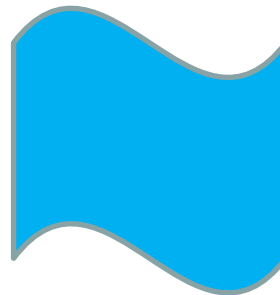
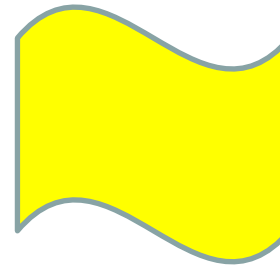
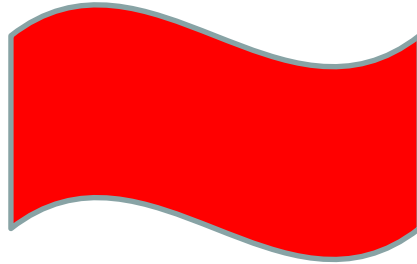
Составить последовательность, в которой на четных местах 0, на нечетных местах – 1.

Получим последовательность:

(a_n) 1; 0; 1; 0; 1; 0; ...

Аналитический - задание последовательности формулой

-



Рекуррентный способ задания последовательности

Название способа произошло от слова «recurro» - возвращаться.

**Рекуррентной называется формула,
выражающая любой элемент
последовательности, начиная с
некоторого через предыдущие.**

Например: $a_{n+1} = 3 + n$ можно задать:

$$\begin{aligned} a_1 &= 4, a_{n+1} = a_n + 1 \\ a_2 &= a_1 + 1 = 4 + 1 = 5, \\ a_3 &= a_2 + 1 = 5 + 1 = 6, \dots \end{aligned}$$

Табличный способ

	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Примеры последовательностей

- **Бесконечные последовательности:**

(a_n) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... - последовательность нечетных чисел (*возрастающая*)

(a_n) -5, -10, -15, -20, -25, ... - последовательность отрицательных чисел, кратных 5 (*убывающая*)

Конечные последовательности:

(a_n) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - последовательность однозначных натуральных чисел.

(a_n) 10 20 30 40 50 60 70 80 90 – последовательность

Последовательности заданы формулами:

$$a_n = n^4$$

$$a_n = n + 4$$

$$a_n = 2^n - 5$$

$$a_n = (-1)^n n^2$$

$$a_n = -n - 2$$

$$a_n = 3^n - 1$$

Выполните следующие задания:

1. Впишите пропущенные элементы последовательности:

1; 16; 81; 256; 625; ... 5; 6; 10; 15; 20; 25; ... 3; -1; 3; 11; 19;
27 -1; 4; 9; 16; 25; ... 4; 10; 16; 22; 28; ... 3; -1; 3; 11; 19;
-1; 4; 9; 16; 25; ... 4; 10; 16; 22; 28; ... 3; -1; 3; 11; 19;
-9 16 -3 -5 -6

2; 8; 26; 80; 242; ...

ПРОВЕРЬ

2. Укажите, какими числами являются элементы этих последовательностей

Положительные и отрицательные Положительные Отрицательные

СЕБЯ

Вычислить пять первых элементов последовательности

$$x_n = \frac{n-1}{n+1}$$

- 0, 1/3, 1/2, 3/5, 2/3.

Вычислить пять первых элементов последовательности

● 1) $x_n = 2n + 5,$

● 2) $x_n = \frac{1}{2n-1},$

● 3) $x_n = \frac{3}{(-1)^n},$

● 4) $x_n = \frac{1}{2^n} + 2^n,$

● 5) $x_n = 4n^2 + 3n + 1.$

Числа Фибоначчи

Последовательность чисел Фибоначчи задается так:

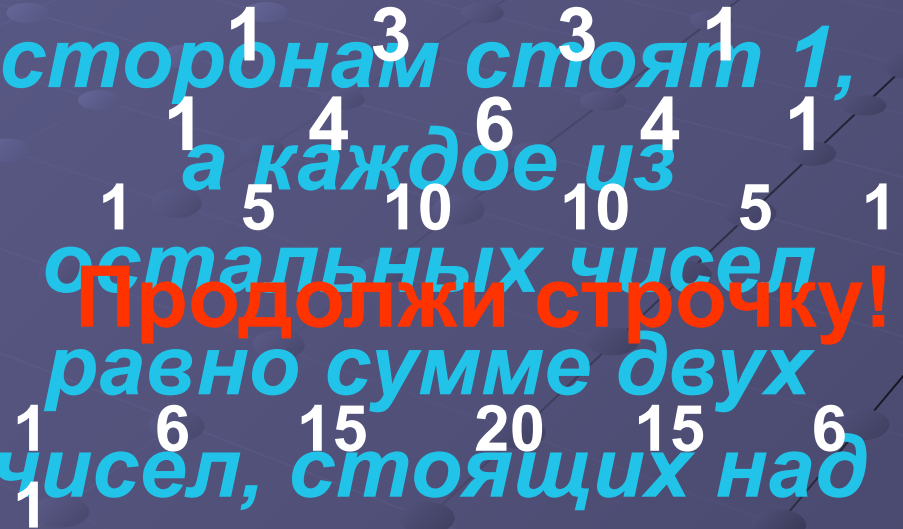
$$\begin{aligned}x_1 &= x_2 = 1; \\ x_{n+2} &= x_{n+1} + x_n; \\ n &= 1; 2; 3; \dots\end{aligned}$$

Вычислим несколько её первых элементов:

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21;
34; 55; 89; 144;
233; 377; ...

Треугольник Паскаля

Бесконечная числовая таблица треугольной формы, где по боковым сторонам стоят 1, а каждое из остальных чисел равно сумме двух чисел, стоящих над ним слева и справа.



Связь между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

Между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля существует связь. Подсчитаем для каждой восходящей диагонали треугольника Паскаля сумму всех стоящих на этой диагонали чисел, получим:

Для 1 диагонали – 1;

Для 2 диагонали – 1;

Для 3 диагонали – $1+1=2$;

Для 4 диагонали – $1+2=3$;

Для 5 диагонали – $1+3+1=5$;

Для 6 диагонали – $1+4+3=8$...

В результате мы получаем числа Фибоначчи: 1; 1; 2; 3; 5; 8; ...
Всегда сумма чисел n-ой диагонали есть n-ое число Фибоначчи.

*Последовательности
составляют такие
элементы природы,
которые можно
пронумеровать*



a_1

a_2

a_3

a_4



a

b_1

b_2

b_3



a_1



a_2



a_3



a_4



a_5

Понятие о пределе последовательности. Предел функции

- https://ru.wikipedia.org/wiki/Числовая_последовательность
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Предел_числовой_последовательности

Итог урока.

- Чему мы сегодня научились?
- Для чего нужно уметь решать системы линейных уравнений?