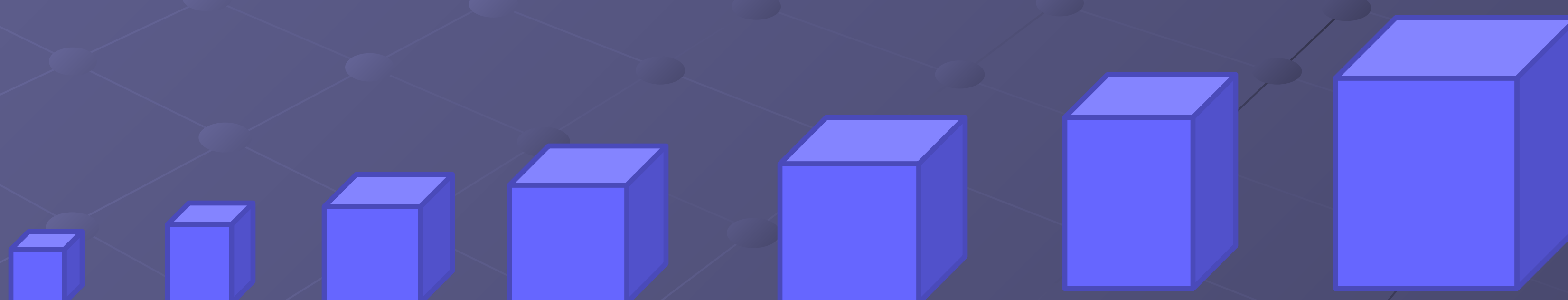
Способы задания и свойства числовых последовательностей

Числовая последовательность и ее предел



Цель урока:

- ✔ ввести понятие «последовательность», «n-й элемент последовательности»;
- ✔ выработать умения использовать индексные обозначения и находить n-й элемент последовательности по заданной формуле.

Основные понятия

- ✔Последовательность
- ✔Элемент последовательности

Последовательностью называют такие элементы природы, которые можно пронумеровать

Дни
недели

Дома
на
улице

Класс
ы
в
школе

Назван
ия
месяце
в

Номер
счёта
в банке

Найдите закономерности и покажите их с помощью стрелки:

1; 4; 7; 10; 13; …

В порядке возрастания положительные нечетные числа

10; 19; 37; 73; 145; …

В порядке убывания правильные дроби с числителем, равным 1

6; 8; 16; 18; 36; …

В порядке возрастания положительные числа, кратные 5

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

½; 1/3; ¼; 1/5; 1/6;

Увеличение на 3

Чередовать увеличение на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; …

5; 10; 15; 20; 25; …

Увеличение в 2 раза и уменьшение на 1

Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают элементы последовательности так

$$a_1;\, a_2;\, a_3;\, a_4;\, \dots;\, a_n.$$

Способы задания последовательностей

- Аналитический
- Рекуррентный
- Табличный
- Словесный

Аналитический.
Задание последовательности формулой

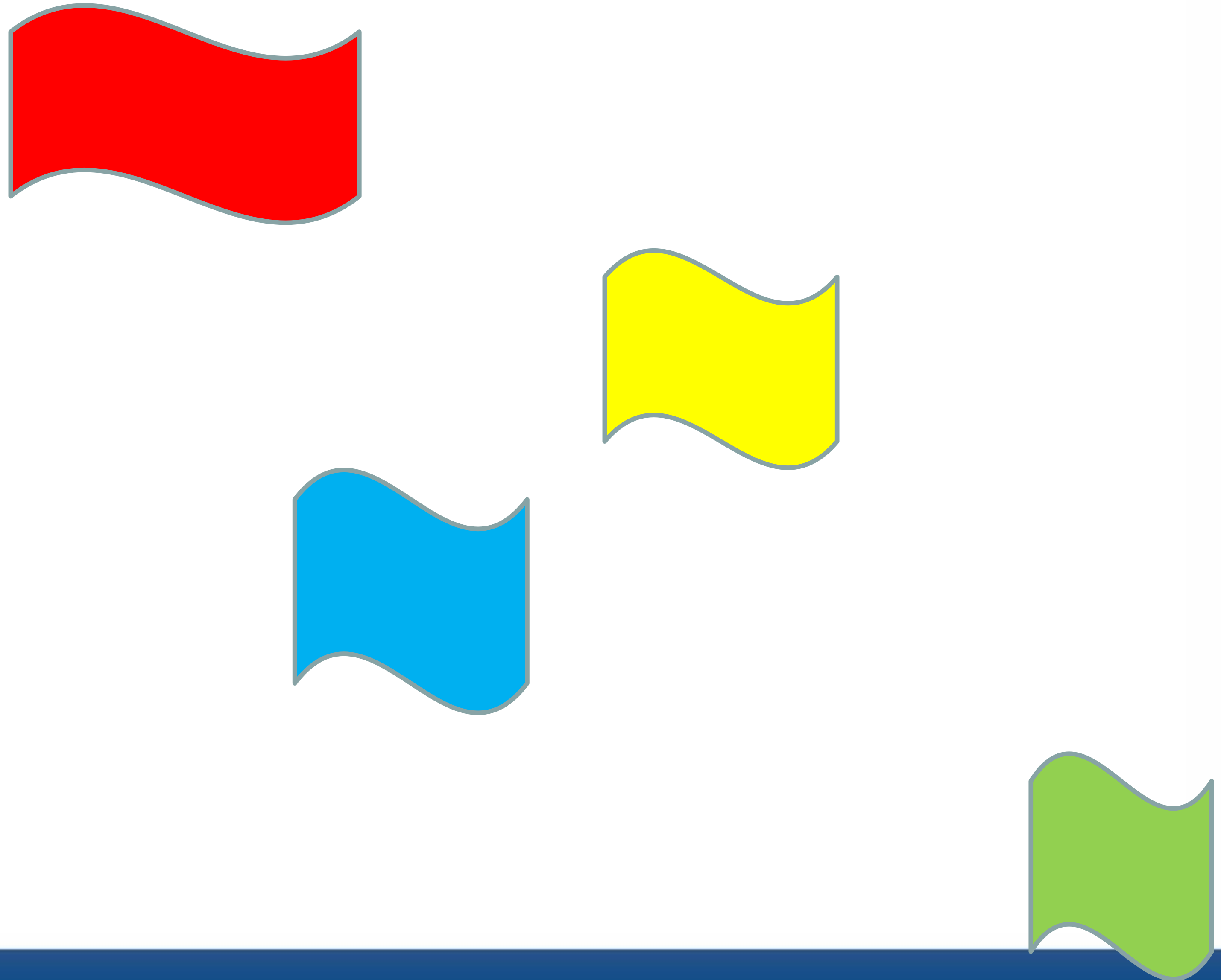
- **Пример:**

Составить последовательность, в которой на четных местах 0, на нечетных местах – 1.

Получим последовательность:

(a_n) 1; 0; 1; 0; 1; 0; …

Аналитический - задание последовательности формулой



Рекуррентный способ задания последовательности

- Название способа произошло от слова «recurro» - возвращаться.

Рекуррентной называется формула, выражающая любой элемент последовательности, начиная с некоторого через предыдущие.

Например: $a_{n+1} = 3 + n$ можно задать:

$$a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 1$$
$$a_2 = a_1 + 1 = 4 + 1 = 5,$$
$$a_3 = a_2 + 1 = 5 + 1 = 6, \ldots$$

Табличный способ

	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Примеры последовательностей

- **Бесконечные последовательности:**

(a_n) 1, 3, 5, 7, 9, 11,… - последовательность нечетных чисел (*возрастающая)*

(a_n) -5, -10, -15, -20, -25, … - последовательность отрицательных чисел, кратных 5 (*убывающая)*

Конечные последовательности:

(a_n) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - последовательность однозначных натуральных чисел.

(a_n) 10 20 30 40 50 60 70 80 90 – последовательность

Последовательности заданы формулами:

$a_n=n^4$

$a_n=(-1)^n n^2$

$a_n=n+4$

$a_n=3^n-1$

$a_n=-n-2$

$a_n=2^n-5$

Выполните следующие задания:

1. **Впишите пропущенные элементы последовательности:**

1; <u>16</u>; 81; <u>256</u>; 625; …

5; <u>6</u>; ___; <u>8</u>; 9; …

<u>-3</u>; <u>-1</u>; 3; 11; ___; 27

-1; 4; ___; ___; -25; …

-9 16

___; -4; ___; ___; -7; …

-3 -5 -6

2; 8; ___; ___; ___; …

26 80 242

2. Укажите, какими числами являются элементы этих последовательностей

<u>Положительные и отрицательные</u>

<u>Положительные</u>

<u>Отрицательные</u>

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

Вычислить пять первых элементов последовательности

$$x_n = \frac{n-1}{n+1}$$

- 0, 1/3,1/2, 3/5, 2/3.

Вычислить пять первых элементов последовательности

- 1) $x_n = 2n + 5,$
- 2) $x_n = \frac{1}{2n-1},$
- 3) $x_n = \frac{3}{(-1)^n},$
- 4) $x_n = \frac{1}{2^n} + 2^n,$
- 5) $x_n = 4n^2 + 3n + 1.$

Числа Фибоначчи

Последовательность чисел Фибоначчи задается так:

$$x_1 = x_2 = 1;$$
$$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n;$$
$$n = 1;\ 2;\ 3;\ \ldots$$

Вычислим несколько её первых элементов:

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34;55; 89; 144; 233; 377; …

Треугольник Паскаля

Бесконечная числовая таблица треугольной формы, где по боковым сторонам стоят 1, а каждое из остальных чисел равно сумме двух чисел, стоящих над ним слева и справа.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

Продолжи строчку!

1 6 15 20 15 6

1

Связь между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля

					1					
				1		1				
			1		2		1			
		1		3		3		1		
	1		4		6		4		1	
1		5		10		10		5		1

Между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля существует связь. Подсчитаем для каждой восходящей диагонали треугольника Паскаля сумму всех стоящих на этой диагонали чисел, получим:

Для 1 диагонали – **1**;

Для 2 диагонали – **1**;

Для 3 диагонали – 1+1=**2**;

Для 4 диагонали – 1+2=**3**;

Для 5 диагонали – 1+3+1=**5**;

Для 6 диагонали – 1+4+3=**8** ...

В результате мы получаем числа Фибоначчи: 1; 1; 2; 3; 5; 8; …

Всегда сумма чисел n-ой диагонали есть n-ое число Фибоначчи.

Последовательности составляют такие элементы природы, которые можно пронумеровать

a_1 a_2 a_3 a_4

b_1 b_2 b_3





a_1 a_2 a_3 a_4 a_5

Понятие о пределе последовательности. Предел функции

- https://ru.wikipedia.org/wiki/Числовая_последовательность
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Предел_числовой_последовательности

Итог урока.

- Чему мы сегодня научились?
- Для чего нужно уметь решать системы линейных уравнений?