

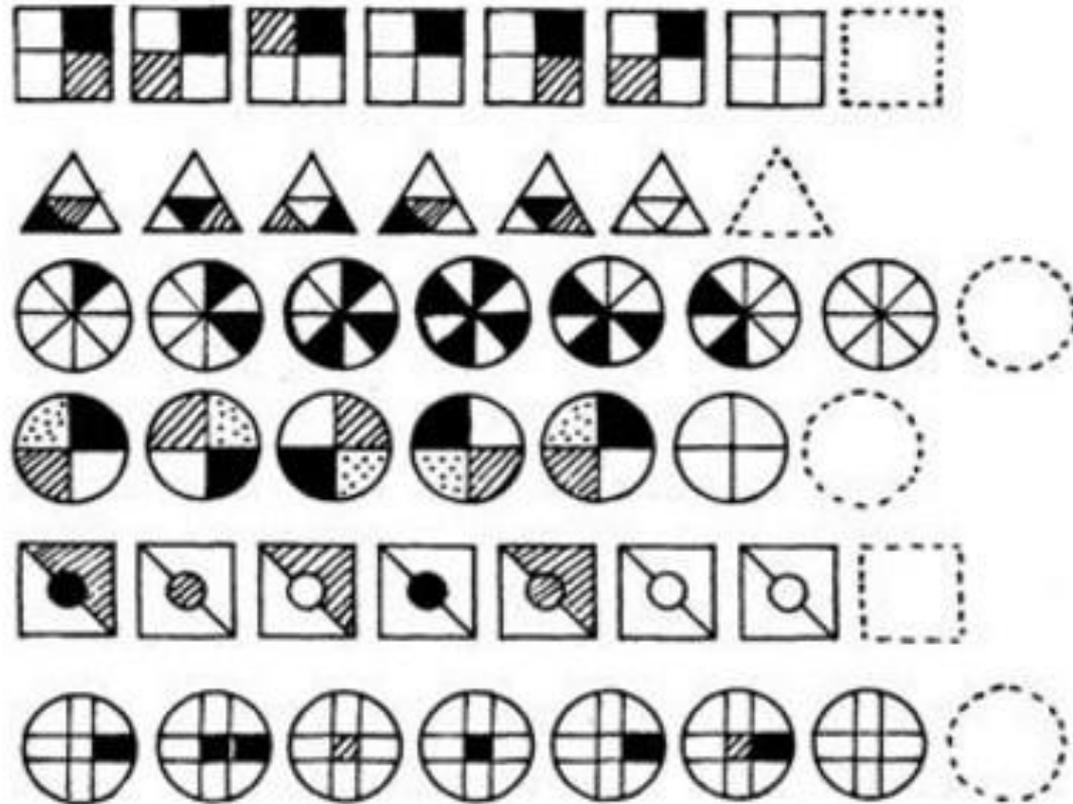
...и простые вещи способны удивлять

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

МОУ СШ №57 г.Волгограда  
Сагателова Гата-Александра 5класс  
Соломатина Арианна 5 класс  
учитель математики Фомина Е.М.

# УМЕНИЕ ВИДЕТЬ ЗАКОНОМЕРНОСТИ НАСТОЛЬКО ЦЕНИТСЯ, ЧТО НИ ОДИН **ТЕСТ IQ** НЕ ОБХОДИТСЯ БЕЗ ТАКИХ ЗАДАНИЙ

Найди закономерность и продолжи ряд.



Остановимся в нашей работе на поиске закономерностей в числовых последовательностях

# ПРИМЕРЫ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Числовая последовательность – это упорядоченный набор чисел.

Остановимся на знакомстве с последовательностями, состоящими из натуральных чисел.

**1,2,3,4,5,6,7,8,9,10...** последовательность натуральных чисел

**2,4,6,8,10,12,14...** последовательность четных чисел

**1,3,5,7,9,11,13,15...** последовательность нечетных чисел

**1,2,4,8,16,32,64...**

**0,1,0,1,0,1,0,1...**

**57, 57,57, 57, 57...**

**2,0,1,8,2,0,1,8,2...**

**2018, 2017, 2016, 2015...** убывающая последовательность

Существуют и конечные последовательности:

**1,2,3,4,5,6,7,8,9** последовательность однозначных чисел

**3,4,5** стороны прямоугольного треугольника

# ЗАКОНОМЕРНОСТЬ ЧИСЛОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Удивительно, если удалось найти «закон» построения последовательности, то можно предсказать все будущие числа последовательности!

Есть мнение, что для любой последовательности можно найти закономерность.

Однако, бывают случаи неоднозначности закона построения последовательности.

Например, **1, 2, 4... (8? или 7?)**

Какое число стоит дальше? **8?** Да, то есть каждый предыдущий в 2 раза больше следующего. А может **7?** Тоже верно. Если смотреть разницу между соседними элементами.  $2-1=1$ ,  $4-2=2$ ,  $?-4=3$ ! Нам удалось и выявить 2 закономерности, возможно, можно найти и больше...

Создайте последовательность, которая соответствует нескольким закономерностям.

Попробуйте, наоборот, записать несколько последовательностей, подчиненных одному закону.

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Натуральное число, отличное от 1, называется простым, если оно делится только на себя и 1. Например, 2, 3, 5, 7, 11, ...

Однако, закон построения последовательности и простых чисел до сих пор не найден... Попробуйте, может у вас получится постичь порядок и закономерности их расположения, может, Вы разгадаете их тайну...

ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ (ДО 997)

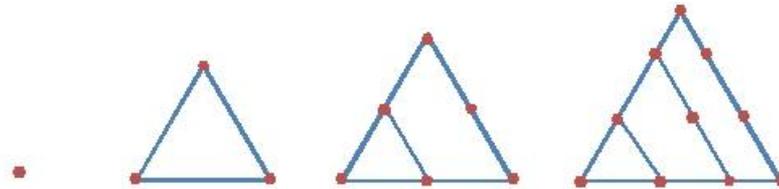
2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

# НЕКОТОРЫЕ УДИВИТЕЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

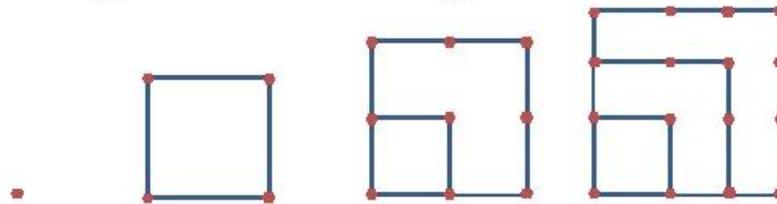
---

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ МНОГОУГОЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

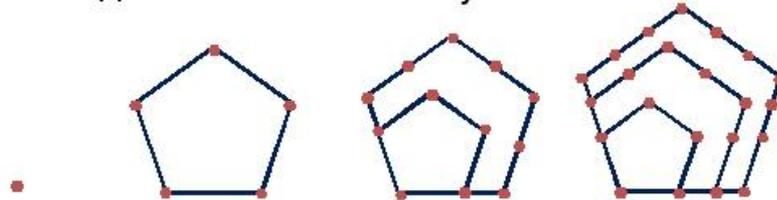
Последовательность треугольных чисел: 1, 3, 6, 10...;



Последовательность квадратных чисел: 1, 4, 9, 16...;



Последовательность пятиугольных чисел: 1, 5, 12, 22... .



# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СОВЕРШЕННЫХ ЧИСЕЛ

**6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056,  
137438691328, 2305843008139952128**

Пифагореец Ямвлих: «Всё совершенное редко встречается в мире. Редко встречаются и совершенные числа».

**Совершенные числа равны сумме своих делителей:**

- 1-ое совершенное число — 6 имеет следующие собственные делители: 1, 2, 3; их сумма  $1 + 2 + 3 = 6$ .
- 2-ое совершенное число — 28 имеет следующие собственные делители: 1, 2, 4, 7, 14; их сумма  $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$ .
- 3-ое совершенное число — 496 имеет следующие собственные делители: 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248; их сумма  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496$ .
- и т.д.

Все чётные совершенные числа являются треугольными числами или шестиугольными числами.

Нечётных совершенных чисел до сих пор не обнаружено, однако, не доказано и то, что их не существует.

Неизвестно также, сколько всего совершенных чисел.

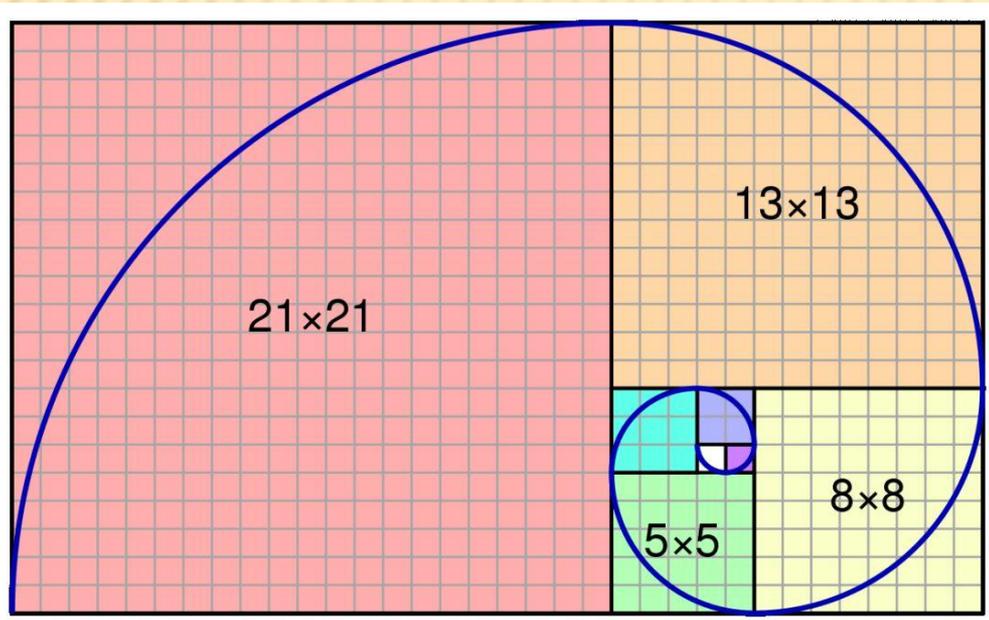
# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЧИСЕЛ

## ФИБОНАЧЧИ

**(0), 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233....**

Эта числовая последовательность была получена Фибоначчи при решении знаменитой «задачи о размножении кроликов». Каждый член является суммой двух предыдущих.

Представление чисел Фибоначчи в виде квадратов со стороной соответствующего размера

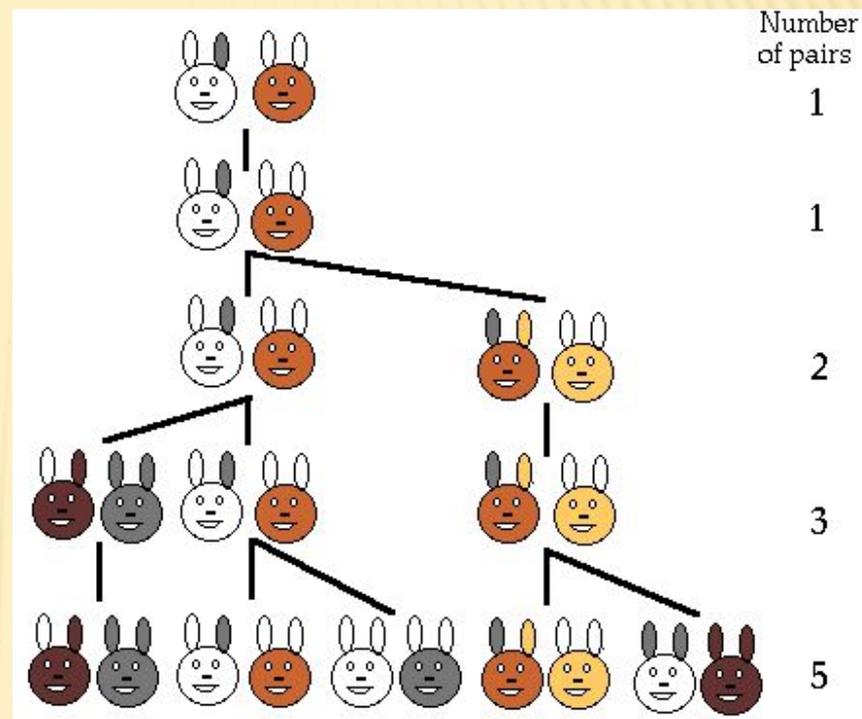


1170 – 1250 г.

## Задача о размножении кроликов

Пусть в огороженном месте имеется пара кроликов. Эта пара кроликов производит новую пару кроликов каждый месяц. Каждая новорожденная пара кроликов становится зрелой через месяц и затем дает жизнь новой паре кроликов. Возникает вопрос: сколько пар кроликов будет в через год?

Решение: Если заметить, что размножение кроликов образует последовательность чисел Фибоначчи, то далее ответ прост: истечение 12 месяцев соответствует 13-му числу этой последовательности, т.е. 233 пары кроликов.



## Почему именно это животное вошло в историю математики?

Особенностью кроликов является их удивительная плодовитость. Крольчиха в 3-4 месяца от роду способна размножаться. Беременность крольчих длится в среднем 30 суток; это означает, что, рассматривая процесс размножения кроликов, Фибоначчи исходил из реальных фактов. Но число крольчат, которые могут быть получены от одной крольчихи в результате одного окрола, составляет 8-10 (а иногда и больше), то есть на самом деле кролики размножаются еще более интенсивно, чем предположил Фибоначчи в своей задаче. Именно этой исключительной плодовитостью кроликов объясняется тот факт, что во многих странах «нашествие кроликов» рассматриваются как национальная трагедия.

# ЛЕГЕНДА О СОЗДАТЕЛЕ ШАХМАТ

По преданию, индийский принц Сирам, восхищенный игрой в шахматы, призвал к себе ее создателя, ученого Сету, и сказал:

*- Я желаю достойно наградить тебя за прекрасную игру. Я достаточно богат, чтобы исполнить любое твоё желание.*

Сета попросил принца положить на первую клетку шахматной доски 1 зерно, на вторую - 2 зерна, на третью - 4 зерна и т. д. увеличивая в 2 раза



$$1+2+4+8+16+32+64+128+256+512+1024+2048+4096+8192...=?$$

**Всего зерен 18 446 744 073 709 551 615!!!**

**ЧТО ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ЭТО ЧИСЛО ГИГАНТ?!**

В единицах массы: одно зёрнышко пшеницы имеет массу примерно 0,065 грамма, тогда общая масса пшеницы на шахматной доске составит около 1,200 триллионов тонн:  
 $18\,446\,744\,073\,709\,551\,615 \cdot 0,065 \text{ гр.} =$

$=1\,199\,038\,364\,791\,120\,854,975 \text{ гр.} =1\,199\,038\,364\,791,120 \text{ т.}$

Это количество зерна превышает весь урожай пшеницы, собранный за всю историю человечества!!!

Если массу пшеницы перевести в объем (1 м<sup>3</sup> пшеницы весит около 760 кг), то получится приблизительно 1500 км<sup>3</sup>, что больше всего объёма горы Эверест.

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВОКРУГ НАС

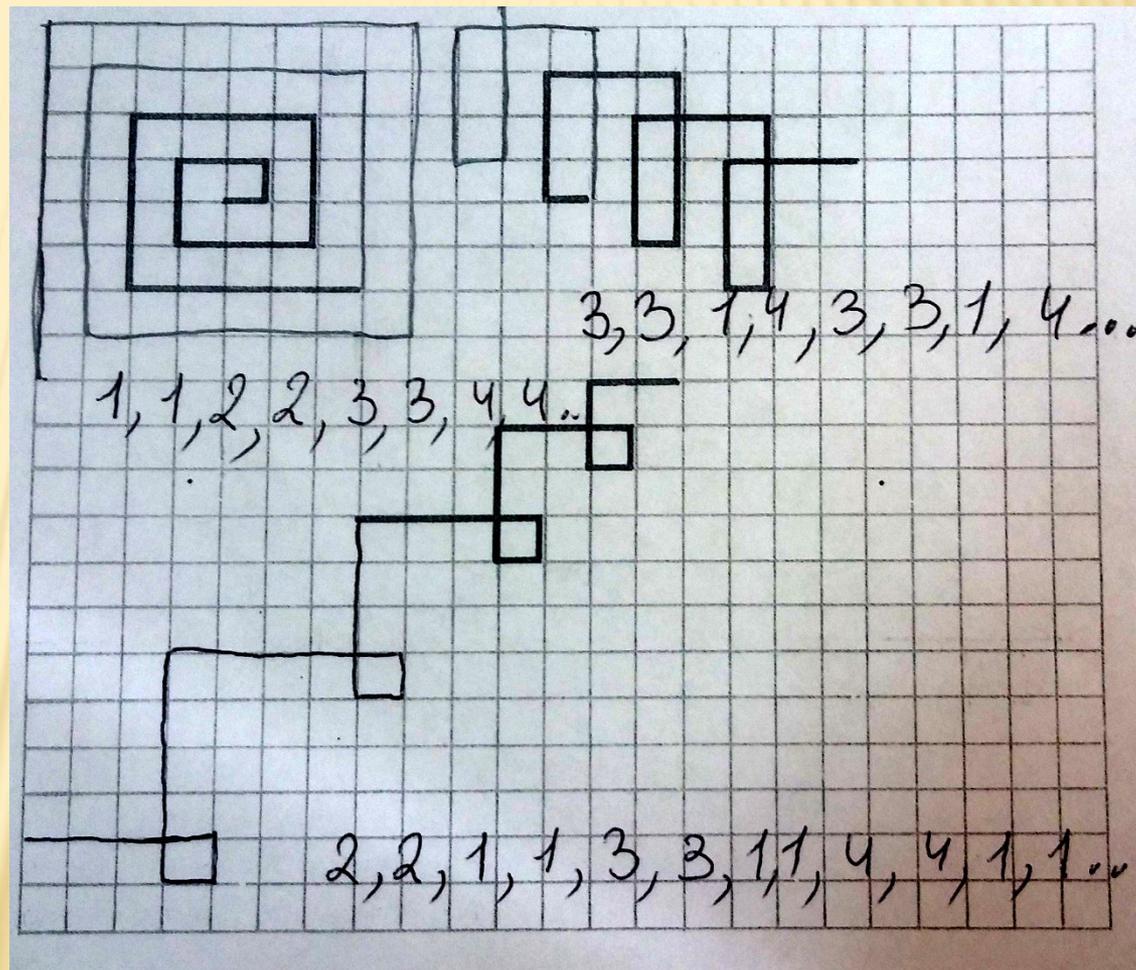
# ЗАДАНИЕ ИЗ РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ И.Ф. ШАРЫГИНА

Задание состояло в том, чтобы продолжить указанные линии.

С верхними двумя проблем не возникло. Но с третьей справились только 4 человека из класса.

Если внимательно посмотреть, то можно заметить, что линии не так просты...

Это последовательности! А третья линия-последовательность менее очевидна





# МЕЛОДИЯ – ЭТО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ?!

37. Во поле береза стояла (русская народная песня)

1 1 1 1 2 3 3 4 5      1 1 1 1 2 2 3 3 4 5  
Во по-ле бе - ре - за сто - я - ла,      во по-ле куд - ря-ва-я сто - я - ла.

4      3      2 3 3 4 5      4      3      2 3 3 4 5  
Лю - ли,      лю - ли сто - я - ла,      лю - ли,      лю - ли сто - я - ла.

Жи - ли у ба - бу - си      два ве - се - лых гу - ся

Од - дин се - рый дру - гой бе - лый      два ве - се - лых гу - ся

# ЕСЛИ МЕЛОДИЯ – ЭТО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЗВУКОВ, ТО ВЕРНО ЛИ ОБРАТНОЕ?!



Числовые последовательности, составленные Арианной и Гатой	Мелодия последовательности (нажмите, чтобы прослушать)
1,2,1,2,1,2,3,2,3,2,3,4,3,4,3,4,5,4,5,4...	
1,4,2,5,3,6,4,7...	
3,1,1,1,1,1,1,1,3,1,1,1,1,1,1,1,3,1...	
1,1,3,2,6,6,1,1,3,2,6,6,1...	

# ЗАДАЧИ НА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

---

Даны две последовательности: 2,4,8,16,14,10,2,4,... и 3,6,12,6,12,... В них каждое число получено из предыдущего по одному и тому же закону. Определите закономерность. Постройте по этому же закону последовательность в которой все члены равны между собой.

Восстанови последовательность чисел 7,\_,\_,\_,\_,\_,9, если известно, что сумма любых трех чисел, стоящих подряд, равна 20.

Натуральные числа, делящиеся на 9, записаны в порядке возрастания: 9, 18, 27, 36,... Под каждым членом этой последовательности записана сумма его цифр. На каком месте во второй последовательности впервые появится число 81? Что во второй последовательности встретится раньше: первый раз число 36 или десять раз подряд число 27?

Петя, Вася и Коля записали в ряд по 100 чисел.

У Пети пятое число равно 12, и каждое число начиная со второго на два больше левого соседа.

У Васи первое и третье число равны 4 и 6 соответственно, а каждое число, кроме крайних, вдвое меньше суммы его соседей.

А Коля просто записывал периметры прямоугольников шириной в одну клетку: сначала-периметр прямоугольника длиной в одну клетку, потом – длиной в две клетки, и так далее (сторона каждой клетки равна 1).

У кого из мальчиков совпали записанные ряды чисел?

# ПОСЧИТАТЬ СУММУ ЧИСЕЛ

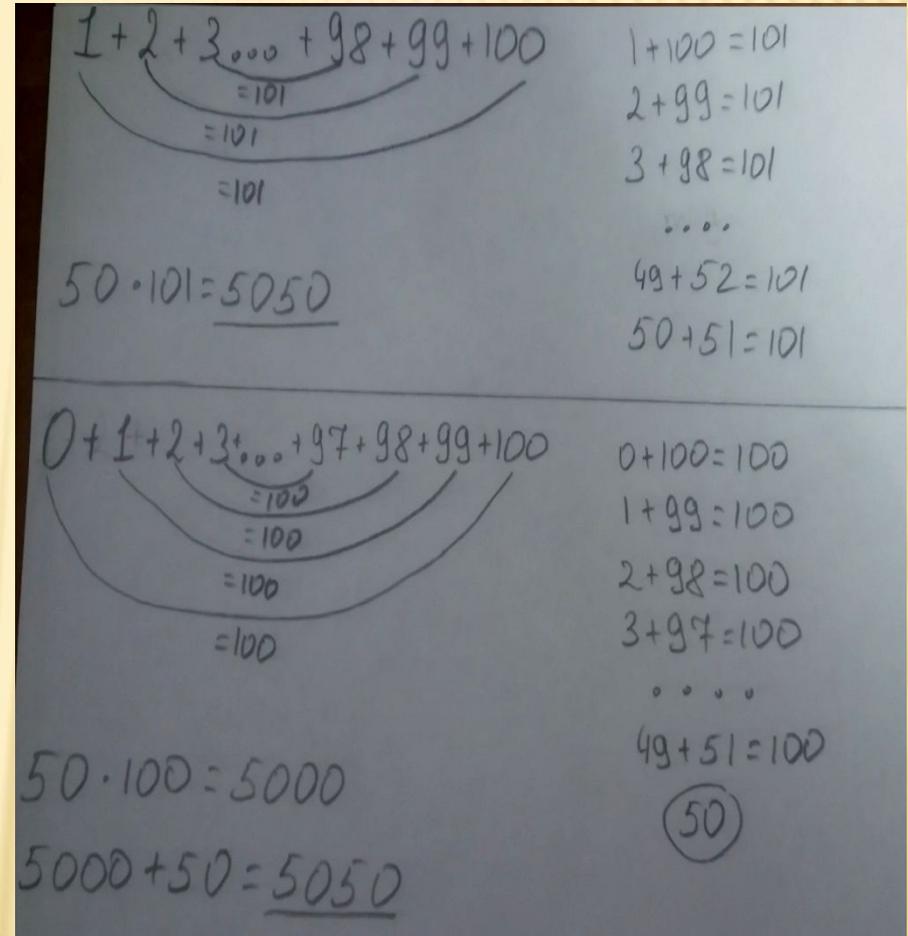
$$1+2+3+\dots+99+100$$



Выдающегося немецкого математика **Карла Фридриха Гаусса** (1777-1855) современники называли «**королём математики**».

Рассказывают, что в начальной школе, учитель, чтобы занять класс на продолжительное время самостоятельной работой, дал задание ученикам – вычислить сумму всех натуральных чисел от 1 до 100. Маленький Гаусс ответил на вопрос почти мгновенно, чем невероятно удивил всех и, прежде всего, учителя.

**Как ему это удалось?**  
**Что заметил юный Гаусс?**



Подумайте в каких последовательностях можно пользоваться приемом юного Гаусса при вычислении суммы членов последовательности?

1. При хранении бревен их укладывают, как показано на рисунке. Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основании положено 12



бревен

2. В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Найдите количество бактерий, рожденных одной бактерией за 7 мин.

3. Петр решил заняться бегом, начав с 200 м и увеличивая дистанцию ежедневно на 50 м. Через сколько дней Петр сможет пробежать 2 км?

4. Родители ко Дню рождения своего сына решили купить ему мобильный телефон. Для этого они в первый месяц отложили 650 рублей, а каждый следующий месяц они откладывали на 50 рублей больше, чем в предыдущий. Какая сумма будет у родителей Андрея через 7 месяцев.

## Вопросы к задачам:

- Составьте последовательности к задачам. В какой задаче закон, по которому образована последовательность, отличается от остальных?
- Решите задачи, пользуйтесь при необходимости идеями юного Гаусса.
- Кто быстрее размножаются кролики (задача рассматривалась выше) или бактерии?
- Кто накопит большую сумму за 7 месяцев? Родители Андрея из задачи 4. или Максима, если они откладывают каждый месяц сумму вдвое большую, чем в предыдущем месяце, начиная с 50 рублей? А за 3 месяца? За 12 месяцев?

ВМЕСТО ЭПИЛОГА...

---

# МЕТОД “МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ”-

- это способ запоминания цифровой информации поиском закономерностей.

Если внимательно рассмотреть число, то можно обнаружить различные последовательности цифр: Например: **674523**. В этой последовательности можно увидеть четную последовательность **6-4-2** и нечетную последовательность **7-5-3**.

Или можно обнаружить другие закономерности, например, симметрию **738837, 2630362**.

Мы нашли закономерности в числах дат рождения наших близких... Теперь не забудем!

**Многие интересные последовательности и факты, связанные с ними, нам пока недоступны...Все впереди!**

