

ЛИНЕЙНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ



Аппроксимация, или приближение - научный метод, состоящий в замене одних объектов другими, в том или ином смысле близкими к исходным, но более простыми.

В нашем случае экспериментально полученные данные, в виде массива точек занесены в таблицу:

| | | | | | |
|-------|---|----|---|-----|-----|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 |
| y_i | 1 | -1 | 5 | 2.5 | 6.5 |

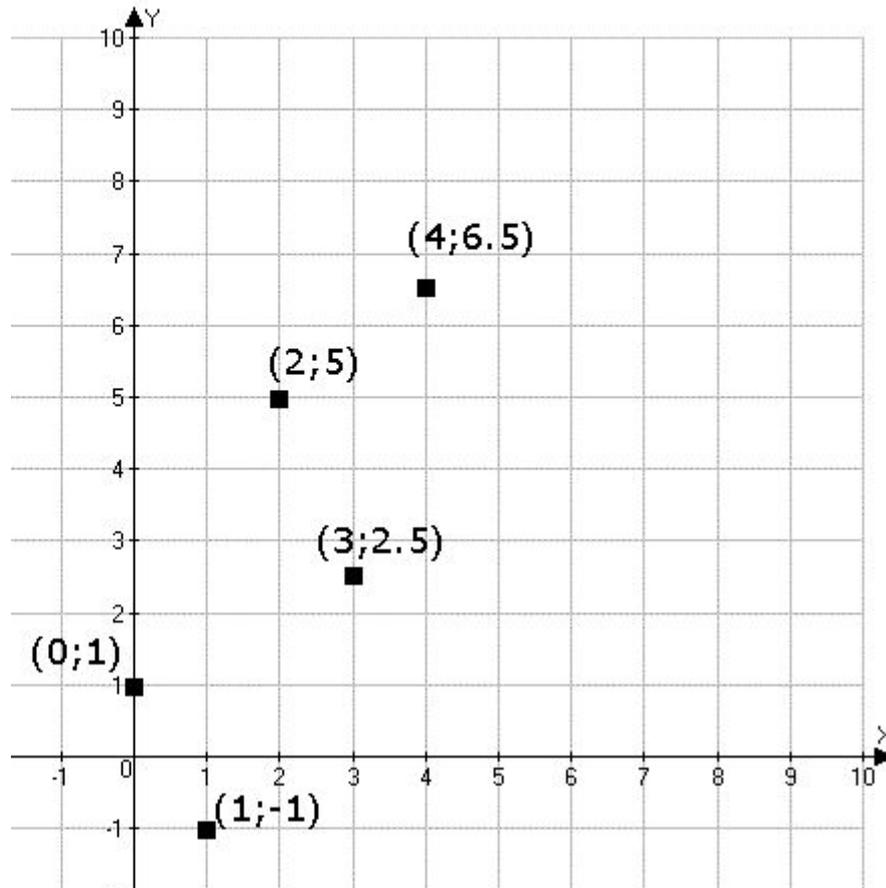
т.к. данные представлены в табличном виде, что для анализа функции не удобно, то, необходимо заменить табличные значения **формулой**.

где формула и будет являться более близким и простым методом решения.

$$y = ax + b$$



Массив точек нанесем на график:



Задача заключается в нахождении

коэффициентов линейной зависимости.

Формулы для нахождения коэффициентов по методу наименьших квадратов:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \end{array} \right. \quad (1.1)$$



Решение.

В нашем примере **$n=5$** .

Заполняем таблицу для удобства вычисления сумм, которые входят в формулы искомым коэффициентов.

| | $i=1$ | $i=2$ | $i=3$ | $i=4$ | $i=5$ | $\sum_{i=1}^5$ |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 10 |
| y_i | 1 | -1 | 5 | 2.5 | 6.5 | 14 |
| $x_i y_i$ | 0 | -1 | 10 | 7.5 | 26 | 42.5 |
| x_i^2 | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 30 |



Используем формулы метода наименьших квадратов для нахождения коэффициентов a и b , подставив в них соответствующие значения из последнего столбца таблицы.

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{5 \cdot 42,5 - 10 \cdot 14}{5 \cdot 30 - 10^2} \\ b = \frac{14 - a \cdot 10}{5} \end{array} \right.$$



$$\begin{cases} a = \frac{5 \cdot 42,5 - 10 \cdot 14}{5 \cdot 30 - 10^2} \\ b = \frac{14 - a \cdot 10}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \approx 1,45 \\ b \approx -0,1 \end{cases}$$

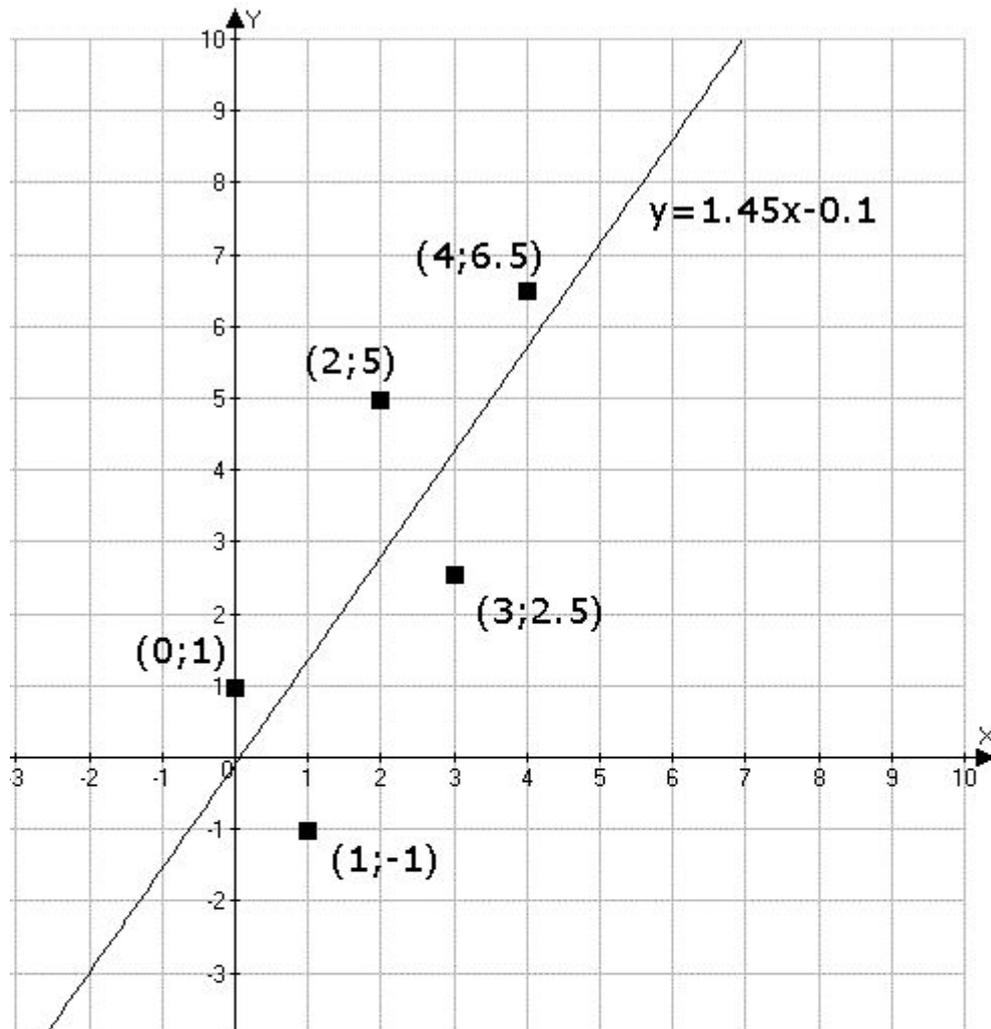
Следовательно:

$$y = ax + b \Rightarrow y = 1,45x - 0,1$$

искомая аппроксимирующая прямая.



Построив график получившейся прямой, можно заметить что он, не соответствует массиву точек, но проходит **рядом** с этими точками.



Конец лекции.

Задание по вариантам взять у преподавателя.

