

# ЛИНЕЙНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ



**Аппроксимация, или приближение** - научный метод, состоящий в замене одних объектов другими, в том или ином смысле близкими к исходным, но более простыми.

В нашем случае экспериментально полученные данные, в виде массива точек занесены в таблицу:

$x_i$	0	1	2	4	5
$y_i$	1	-1	5	2.5	6.5

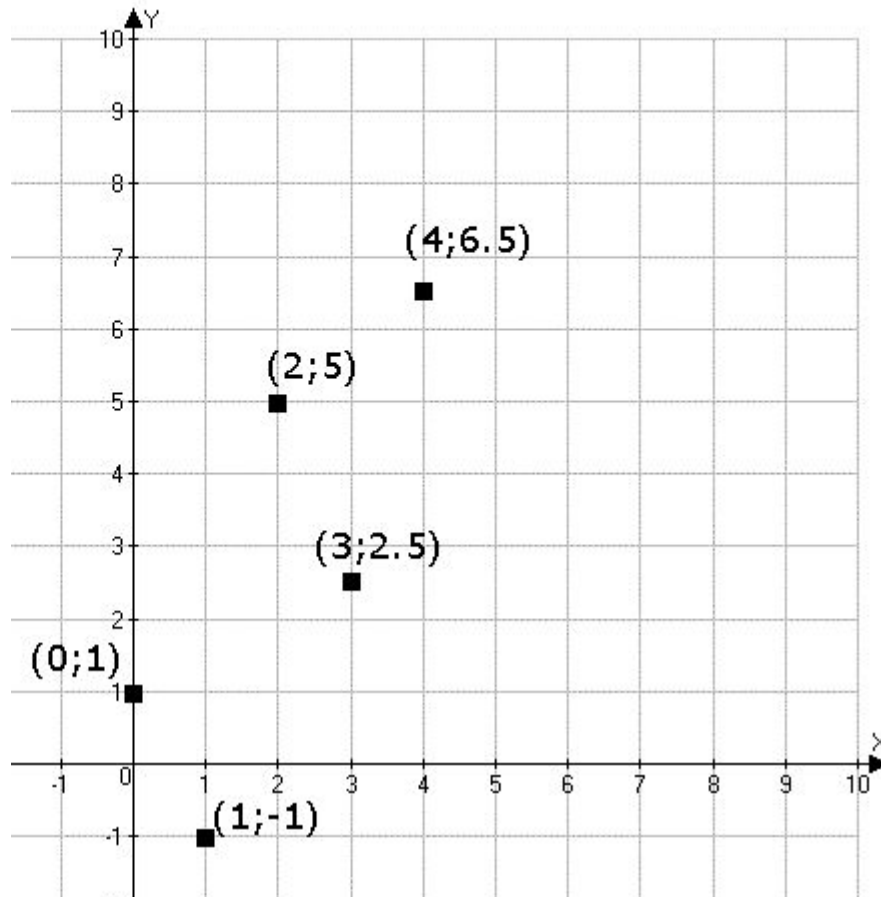
т.к. данные представлены в табличном виде, что для анализа функции не удобно, то, необходимо заменить табличные значения **формулой**.

где формула и будет являться более близким и простым методом решения.

$$y = ax + b$$



Массив точек нанесем на график:



**Задача заключается в нахождении**

**коэффициентов линейной зависимости.**

Формулы для нахождения коэффициентов по методу наименьших квадратов:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \end{array} \right. \quad (1.1)$$



## Решение.

В нашем примере  **$n=5$**  .

Заполняем таблицу для удобства вычисления сумм, которые входят в формулы искомым коэффициентов.

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$\sum_{i=1}^5$
$x_i$	0	1	2	3	4	10
$y_i$	1	-1	5	2.5	6.5	14
$x_i y_i$	0	-1	10	7.5	26	42.5
$x_i^2$	0	1	4	9	16	30



Используем формулы метода наименьших квадратов для нахождения коэффициентов  $a$  и  $b$ , подставив в них соответствующие значения из последнего столбца таблицы.

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{5 \cdot 42,5 - 10 \cdot 14}{5 \cdot 30 - 10^2} \\ b = \frac{14 - a \cdot 10}{5} \end{array} \right.$$



$$\begin{cases} a = \frac{5 \cdot 42,5 - 10 \cdot 14}{5 \cdot 30 - 10^2} \\ b = \frac{14 - a \cdot 10}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \approx 1,45 \\ b \approx -0,1 \end{cases}$$

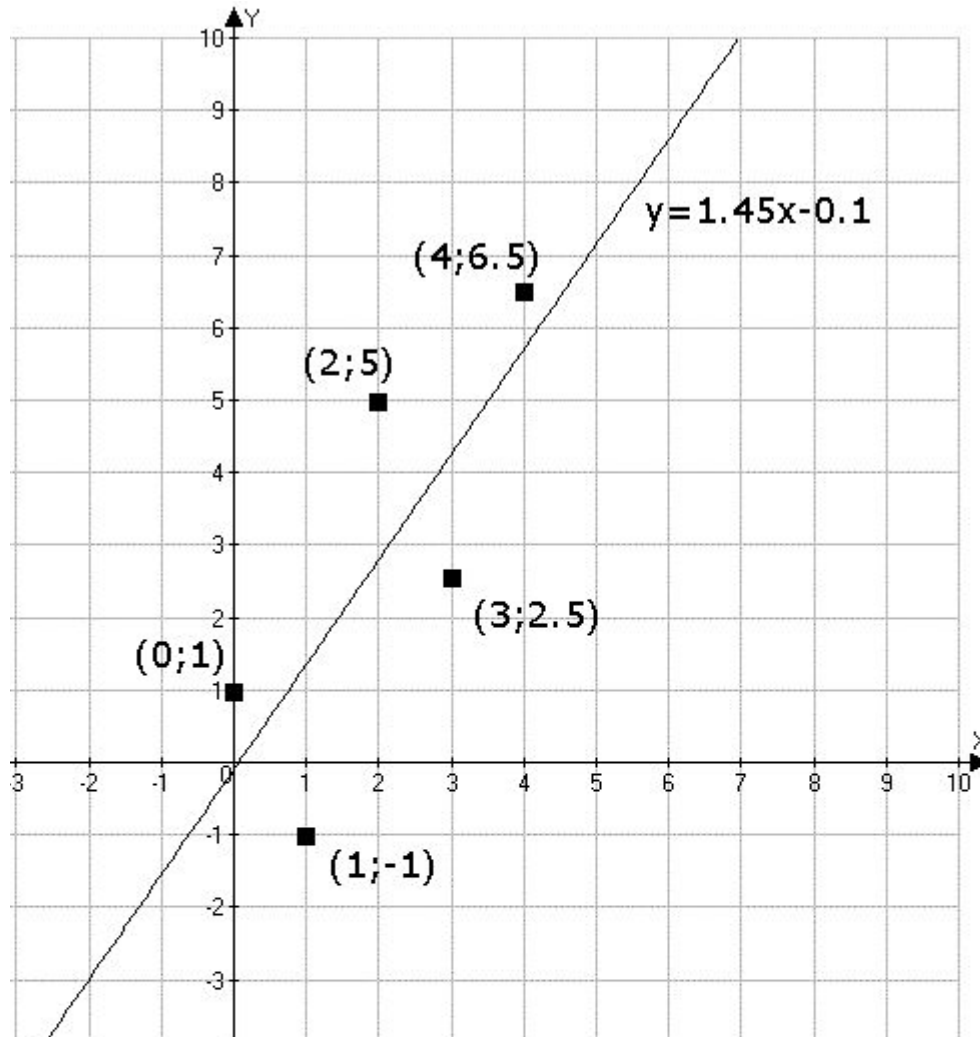
**Следовательно:**

$$y = ax + b \Rightarrow y = 1,45x - 0,1$$

искомая аппроксимирующая прямая.



Построив график получившейся прямой, можно заметить что он, не соответствует массиву точек, но проходит **рядом** с этими точками.





# Конец лекции.

Задание по вариантам взять у преподавателя.

