РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ

Учитель математики

МБОУ СОШ №22

Чевягина И.С.

Сургут, 2014

РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШЕГО НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ НА ОСНОВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СМЫСЛА

Чтобы решить неравенство надо:

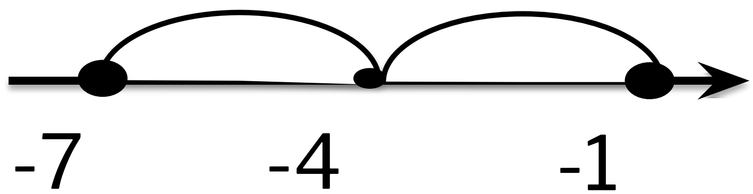
1) на координатной прямой отметить точку с координатой -4;

2) Найти точки, удаленные от нее ровно на 3 единицы

3) найти точки, удаленные от -4 меньше, чем на 3 единичных отрезка; эти точки лежат между -7 и -1.

Итак, решением неравенства является отрезок [-7;-1]

$$|x + 4| \leq 3$$



$-4 - 3 = -7$; $-4 + 3 = -1$

Ответ: [-7; -1]

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ МОДУЛЯ

Решить неравенство: $2|x+1| > x+4$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ 2(x+1) > x+4 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x+1 < 0, \\ 2(-x-1) > x+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ 2x - x > 4 - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1, \\ -2-4 > x + 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ x > 2 \end{cases}$$

$x > 2$

$$\begin{cases} x < -1, \\ x < -2 \end{cases}$$

$x < -2$

Решением данного неравенства является объединение полученных множеств

Ответ: (-∞; −2) ∪ (2; ∞)

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ МОДУЛЯ

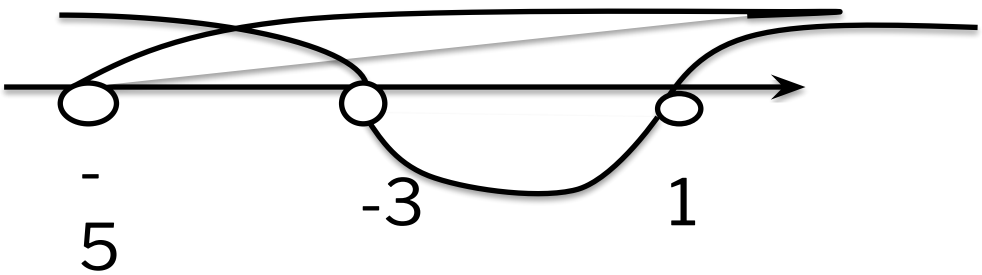
Неравенство вида $|f(x)| > g(x)$ равносильно совокупности двух систем неравенств:

$$|f(x)| > g(x) \leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ f(x) > g(x) \end{cases} \text{или} \begin{cases} f(x) < 0, \\ -f(x) > g(x) \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ МЕТОДОМ ВОЗВЕДЕНИЯ В КВАДРАТ

Решить неравенство: $2|x+2| < x+5$

$$\begin{cases} x+5>0, \\ 2^2(x+2)^2 < (x+5)^2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x>-5, \\ (2x+4)^2-(x+5)^2<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-5, \\ (2x+4-x-5)(2x+4+x+5)<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-5, \\ (x-1)(3x+9)<0 \end{cases}$$

19.02.2014

Ответ: (-3; 1)

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ МЕТОДОМ ВОЗВЕДЕНИЯ В КВАДРАТ

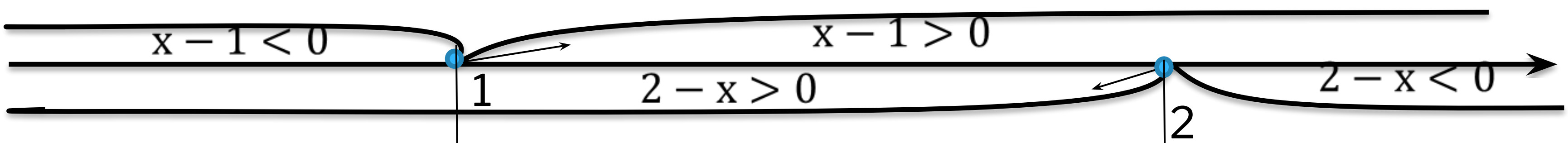
1) $|\mathrm{f}(\mathrm{x})| > |\mathrm{g}(\mathrm{x})| \leftrightarrow \mathrm{f}^2(\mathrm{x}) > \mathrm{g}^2(\mathrm{x})$

2) $|f(x)| > |g(x)| \leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0, \\ f^2(x) < g^2(x) \end{cases}$

3) $|f(x)| > g(x) \leftrightarrow f^2(x) > g^2(x)$ или $g(x) < 0$

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ МЕТОДОМ РАЗБИЕНИЯ НА ПРОМЕЖУТКИ

Решим неравенство $|2-x| > 3 + x - |x-1|$



$$|2-x| = 2-x$$
$$|x-1| = -(x-1)$$

$$|2-x| = 2-x$$
$$|x-1| = x-1$$

$$|2-x| = -(2-x)$$
$$|x-1| = x-1$$

$$\begin{cases} x<1 \\ 2-x > 3+x+x-1 \end{cases}$$

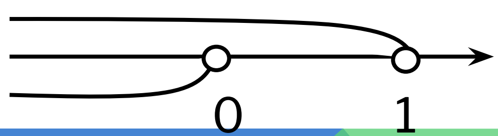
$$\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ 2-x > 3+x-(x-1) \end{cases}$$

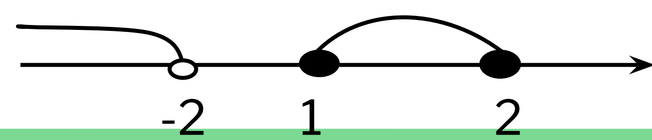
$$\begin{cases} x>2 \\ -(2-x) > 3+x-(x-1) \end{cases}$$

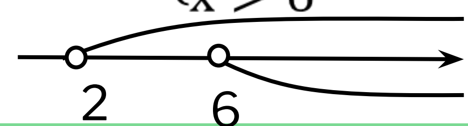
$$\begin{cases} x<1 \\ x<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>2 \\ x>6 \end{cases}$$







$(-\infty; 0)$

$\emptyset$

$(6; \infty)$

Ответ: $(-\infty; 0) \cup (6; \infty)$

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ МЕТОДОМ РАЗБИЕНИЯ НА ПРОМЕЖУТКИ

1) Приравниваем к нулю выражения, стоящие под знаком каждого модуля и находим «точки перелома»

2) Раскрываем все модули на каждом промежутке

3) Решаем полученные неравенства без модулей на каждом из промежутков

4) Объединяем все полученные решения и записываем ответ

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВОЙСТВА МОДУЛЯ

Решить неравенство $|x^2 - x - 3| < |3x^2 + 11x + 9|$

Пусть $f(x) = 3x^2 + 11x + 9$; $g(x) = x^2 - x - 3$

$$\begin{cases} 3x^2 + 11x + 9 + (x^2 - x - 3) > 0 \\ 3x^2 + 11x + 9 - (x^2 - x - 3) > 0 \end{cases}$$ или $$\begin{cases} 3x^2 + 11x + 9 + (x^2 - x - 3) < 0 \\ 3x^2 + 11x + 9 - (x^2 - x - 3) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 12x + 12 > 0 \\ 4x^2 + 10x + 6 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 6 > 0 \\ 2x^2 + 5x + 3 > 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 6x + 6 = 0$$

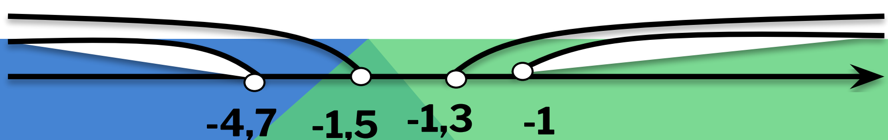
$x_1 = -3 - \sqrt{3} \approx -4{,}7$ $x_2 = -3 + \sqrt{3} \approx -1{,}3$

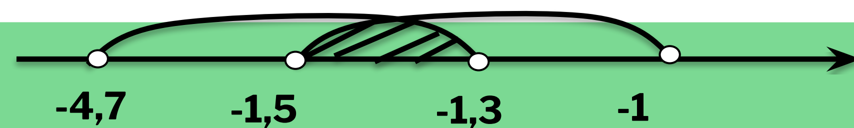
$$\begin{cases} 2x^2 + 12x + 12 < 0 \\ 4x^2 + 10x + 6 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 6 < 0 \\ 2x^2 + 5x + 3 < 0 \end{cases}$$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$x_3 = -1{,}5$ $x_4 = -1$





Объединим

Ответ: $(-\infty; -4{,}7) \cup (-1{,}5; -1{,}3) \cup (-1; \infty)$

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВОЙСТВА МОДУЛЯ

Свойства:

$$|f(x)| > |g(x)| \leftrightarrow \begin{cases} f + g \leq 0 \\ f - g \leq 0 \end{cases} \text{или} \begin{cases} f + g \geq 0 \\ f - g \geq 0 \end{cases}$$

$$|f(x)| > g(x) \leftrightarrow f(x) > g(x) \text{ или } f(x) < -g(x)$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!