

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ

Учитель математики
МБОУ СОШ №22
Чевягина И.С.

Сургут, 2014

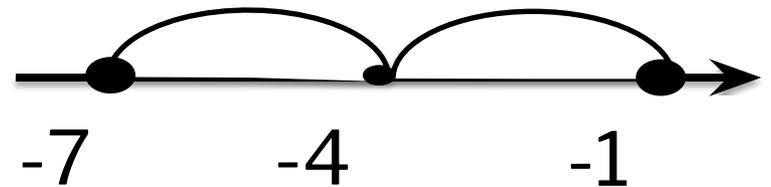
РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШЕГО НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ НА ОСНОВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СМЫСЛА

Чтобы решить неравенство надо:

- 1) на координатной прямой отметить точку с координатой -4 ;
- 2) Найти точки, удаленные от нее ровно на 3 единицы
- 3) найти точки, удаленные от -4 меньше, чем на 3 единичных отрезка; эти точки лежат между -7 и -1 .

Итак, решением неравенства является отрезок $[-7; -1]$

$$|x + 4| \leq 3$$



$$-4 - 3 = -7; \quad -4 + 3 = -1$$

Ответ: $[-7; -1]$

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ МОДУЛЯ

Решить неравенство: $2|x + 1| > x + 4$

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0, \\ 2(x + 1) > x + 4 \end{cases}$$

ИЛИ

$$\begin{cases} x + 1 < 0, \\ 2(-x - 1) > x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ 2x - x > 4 - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1, \\ -2 - 4 > x + 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ x > 2 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1, \\ x < -2 \\ x < -2 \end{cases}$$

Решением данного неравенства является объединение полученных множеств

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (2; \infty)$

19.02.2014



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ МОДУЛЯ

Неравенство вида $|f(x)| > g(x)$ равносильно совокупности двух систем неравенств:

$$|f(x)| > g(x) \leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ f(x) > g(x) \end{cases} \text{ ИЛИ } \begin{cases} f(x) < 0, \\ -f(x) > g(x) \end{cases}$$

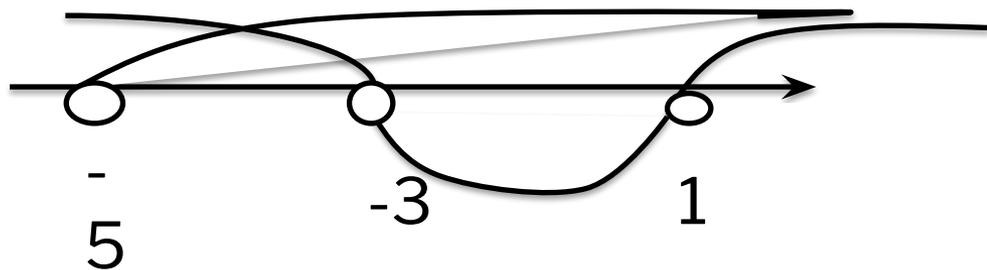
РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ МЕТОДОМ ВОЗВЕДЕНИЯ В КВАДРАТ

Решить неравенство: $2|x + 2| < x + 5$

$$\begin{cases} x + 5 > 0, \\ 2^2(x + 2)^2 < (x + 5)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -5, \\ (2x + 4)^2 - (x + 5)^2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -5, \\ (2x + 4 - x - 5)(2x + 4 + x + 5) < 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x > -5, \\ (x - 1)(3x + 9) < 0 \end{cases}$$

Ответ: $(-3; 1)$



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ МЕТОДОМ ВОЗВЕДЕНИЯ В КВАДРАТ

$$1) |f(x)| > |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) > g^2(x)$$

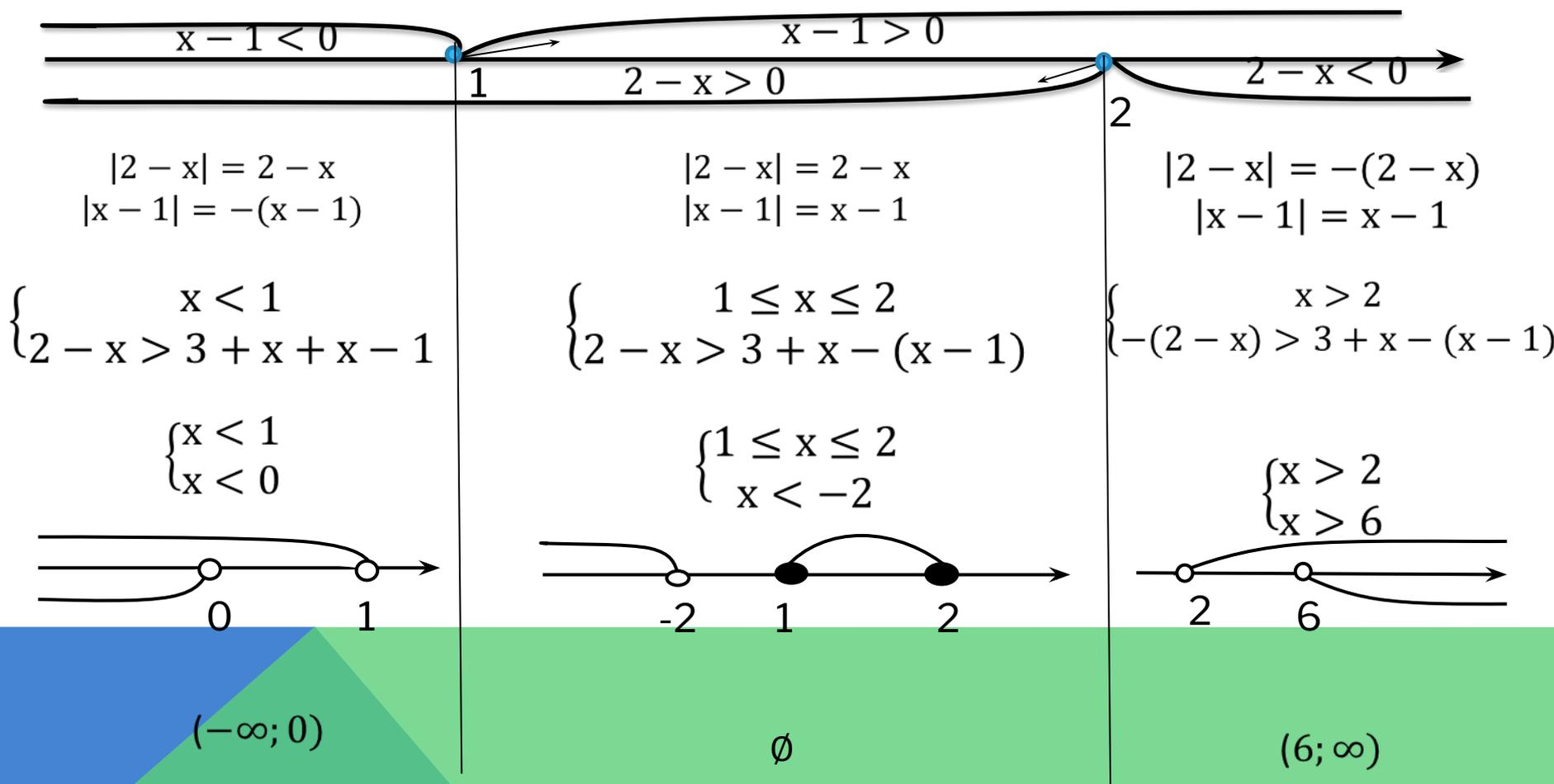
$$2) |f(x)| > |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0, \\ f^2(x) < g^2(x) \end{cases}$$

$$3) |f(x)| > g(x) \Leftrightarrow f^2(x) > g^2(x) \text{ или } g(x) < 0$$



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ МЕТОДОМ РАЗБИЕНИЯ НА ПРОМЕЖУТКИ

Решим неравенство $|2 - x| > 3 + x - |x - 1|$



Ответ: $(-\infty; 0) \cup (6; \infty)$

19.02.2014



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА С АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ МЕТОДОМ РАЗБИЕНИЯ НА ПРОМЕЖУТКИ

1) Приравниваем к нулю выражения, стоящие под знаком каждого модуля и находим «точки перелома»

2) Раскрываем все модули на каждом промежутке

3) Решаем полученные неравенства без модулей на каждом из промежутков

4) Объединяем все полученные решения и записываем ответ



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВОЙСТВА МОДУЛЯ

Решить неравенство $|x^2 - x - 3| < |3x^2 + 11x + 9|$

Пусть $f(x) = 3x^2 + 11x + 9$; $g(x) = x^2 - x - 3$

$$\begin{cases} 3x^2 + 11x + 9 + (x^2 - x - 3) > 0 \\ 3x^2 + 11x + 9 - (x^2 - x - 3) > 0 \text{ или} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 12x + 12 > 0 \\ 4x^2 + 10x + 6 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 6 > 0 \\ 2x^2 + 5x + 3 > 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 6x + 6 = 0$$

$$x_1 = -3 - \sqrt{3} \approx -4,7 \quad x_2 = -3 + \sqrt{3} \approx -1,3$$

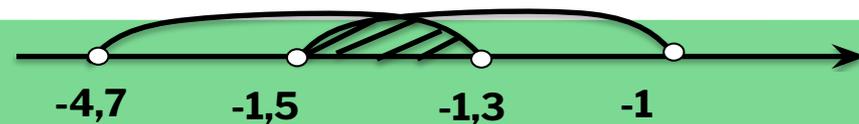
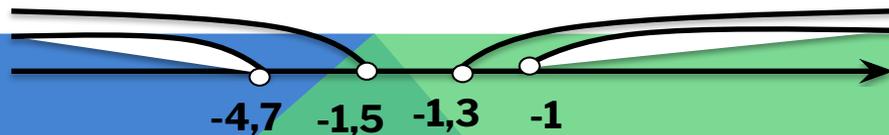
$$\begin{cases} 3x^2 + 11x + 9 + (x^2 - x - 3) < 0 \\ 3x^2 + 11x + 9 - (x^2 - x - 3) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 12x + 12 < 0 \\ 4x^2 + 10x + 6 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 6 < 0 \\ 2x^2 + 5x + 3 < 0 \end{cases}$$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$x_3 = -1,5 \quad x_4 = -1$$



Объединим



Ответ: $(-\infty; -4,7) \cup (-1,5; -1,3) \cup (-1; \infty)$



РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВОЙСТВА МОДУЛЯ

Свойства:

$$|f(x)| > |g(x)| \leftrightarrow \begin{cases} f + g \leq 0 \\ f - g \leq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} f + g \geq 0 \\ f - g \geq 0 \end{cases}$$

$$|f(x)| > g(x) \leftrightarrow f(x) > g(x) \text{ или } f(x) < -g(x)$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!



19.02.2014