

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

1. Задачи на движение
2. Задачи на производительность
3. Задачи на проценты
4. Разные задачи

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РА. КОМИТЕТ
ПО ОБРАЗОВАНИЮ Г. МАЙКОПА МБОУ «ГИМНАЗИЯ №22»

Подготовка к ЕГЭ
Решение текстовых задач

Учитель математики
МБОУ «Гимназии №22»
Комарченко Татьяна
Николаевна

Задачи на движение

Теплоход проходит по течению реки до пункта 567 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найти скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 54 часа после отплытия из него.

Пусть x км/ч – собственная скорость теплохода,
тогда $(x + 3)$ км/ч – скорость теплохода по течению,
 $(x - 3)$ км/ч – скорость теплохода против течения,
 $567 : (x + 3)$ ч – время движения теплохода по течению,
 $567 : (x - 3)$ ч – время движения теплохода против течения
 $((567 : (x + 3)) + (567 : (x - 3)))$ ч – время движения теплохода по реке, что соответственно равно 48 ч ($54 - 6 = 48$)

Составим и решим ур-е.

$$((567 : (x + 3)) + (567 : (x - 3))) = 48$$

$$((189 : (x + 3)) + (189 : (x - 3))) - 16 = 0$$

$$8x^2 - 189 - 72 = 0$$

$$x = 24; x > 0$$

24 км/ч – собственная скорость теплохода

Ответ: 24 км/ч.

Задачи на движение

Два велосипедиста одновременно отправились в 192 – километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 4 км/ч больше чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

$$1 \rightarrow x+4$$

$$2 \rightarrow x$$

$$S = 192 \text{ км}$$

Велосипедист	Путь (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
1	192	$x + 4$	$192 : (x + 4)$
2	192	x	$192 : x$

$(192 : (x + 4)) - (192 : x)$ ч – на столько часов 1-ый велосипедист прибыл к финишу раньше чем второй, что по условию равно 4 ч.

Составим и решим ур-е.

$$(192 : x) - (192 : (x + 4)) = 4$$

$$(48 : x) - (48 : (x + 4)) - 1 = 0, x > 0$$

$$x^2 + 4x - 192 = 0$$

$$x = 12$$

12 км/ч – скорость второго велосипедиста

Ответ: 12 км/ч  (Ctrl) ▾

Задачи на производительность

Заказ на 221 деталь первый рабочий выполняет за 4 ч быстрее чем второй.
Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 4 детали больше?

$$1 \rightarrow (x + 4) \text{ д/ч}; 221 : (x + 4)$$

$$2 \rightarrow x \text{ д/ч}; 221 : x$$

$$(221 : x) - (221 : (x + 4)) = 4$$

$$(221 : x) - (221 : (x + 4)) - 4 = 0$$

$$x^2 - 4x - 221 = 0$$

$$x = 17 \vee x = -13$$

17 деталей в час делает 2 – ой рабочий

Ответ: 17 деталей в час

Задачи на производительность

Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше чем вторая.
Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 270 литров она заполняет на 3 минуты дольше чем вторая труба?

$$1 \rightarrow (x - 3) \text{ л / мин ; } 270 : (x - 3)$$

$$2 \rightarrow x \text{ л / мин ; } 270 : x$$

$$(270 : (x - 3)) - (270 : x) = 3$$

$$(90 : (x - 3)) - (90 : x) - 1 = 0$$

$$90x - 90(x - 3) - x(x - 3) = 0$$

$$x^2 - 3x - 270 = 0$$

$$D = 1089 = 33^2$$

$$x = 18 \vee x = -15 \text{ (не уд.)}$$

$$18 - 3 = 15 \text{ л/мин пропускает 1 труба}$$

Ответ: 15 л/мин

Задачи на проценты

Первый сплав содержит 5% меди, второй – 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найти массу третьего сплава.

$$1 \rightarrow x \text{ кг}$$

$$2 \rightarrow (x + 7) \text{ кг}$$

$$3 \rightarrow x + x + 7 = 2x + 7 \text{ кг}$$

$$0,05x \text{ кг} - \text{медь в 1 сплаве}$$

$$0,14(x + 7) \text{ кг} - \text{медь 2 сплаве}$$

$$0,05x + 0,14(x + 7) = 0,05x + 0,14x + 0,98 = 0,19x + 0,98 \text{ кг} - \text{масса меди в 2-ух сплавах}$$

$$2x + 7 \text{ кг} - \text{масса 3 сплава}$$

$$(0,19x + 0,98) : (2x + 7) = 0,1;$$

$$0,19x + 0,98 = 0,2x + 0,7$$

$$0,19x - 0,2x = 0,7 - 0,98$$

$$-0,01x = -0,28$$

$$x = 28$$

$$28 - \text{масса 1-ого сплава}$$

$$2 * 28 + 7 = 56 + 7 = 63 \text{ кг} - \text{масса 3-его сплава}$$

Ответ: 63 кг

Задачи на проценты

Смешав 49 – процентный и 95 – процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 51 – процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50 – процентного раствора той же кислоты, то получили бы 56 – процентный раствор кислоты. Сколько кг 49 – процентного раствора использовали для получения смеси?

$$1 \rightarrow x \text{ кг}; 0,49x \text{ кг}$$

$$2 \rightarrow y \text{ кг}; 0,95y \text{ кг}$$

$x + y + 10$ - смешали оба раствора и добавили 10 кг воды

$$(0,49x + 0,95y) : (x + y + 10) = 0,51$$

$$0,49x + 0,95y = 0,51x + 0,51y + 5,1$$

$$-0,02x + 0,44y = 5,1$$

$$-2x + 44y = 510 \quad (1)$$

$$(0,49x + 0,95y + 5) : (x + y + 10) = 0,56$$

$$0,49x + 0,95y + 5 = 0,56x + 0,56y + 5,6$$

$$-0,07x + 0,39y = 0,6$$

$$-7x + 39y = 60 \quad (2)$$

Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} -2x + 44y = 510 \\ -7x + 39y = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 22y = -255 \\ -7x + 39y = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 75 \\ y = 15 \end{cases}$$

75 кг – 49% раствор

Ответ: 75 кг

Задачи на проценты

Определить сколько кг сухарей с влажностью 15 % можно получить из 255 кг хлеба с влажностью 45%.

- 1) $255 * 0,55 = 140,25$ кг - столько кг сухарей с 0% влажностью можно получить из 255 кг хлеба с 45% влажностью
- 2) x кг – масса сухарей с влажностью 15 %, тогда $0,85x$ кг – масса сухарей с влажностью 0%, т.е. 140,25 кг.

$$0,85x = 140,25$$

$$x = 165$$

165 кг – масса сухарей с влажностью 15 %

Ответ: 165 кг.

Задачи на проценты

Имеется кусок сплава меди с оловом массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько кг чистого олова надо прибавить к этому сплаву, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди.

1) $12 * 0,45 = 5,4$ кг – меди в сплаве

Пусть x кг олова нужно добавить к сплаву, чтобы получился новый сплав с 40% содержанием меди.

$(x + 12)$ кг – масса нового сплава

$$5,4 : (x + 12) = 0,4;$$

$$0,4x + 4,8 = 5,4;$$

$$0,4x = 0,6;$$

$$x = 1,5$$

1,5 кг олова нужно добавить

Ответ: 1,5 кг

Задачи на проценты

Смешав 70% и 60% растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50% раствор кислоты, если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90% раствора той же кислоты, то получили бы 70% раствор кислоты. Сколько кг 70% раствора использовали для получения смеси?

1 → x кг; 0,7 x - 70% раствор

2 → y кг; 0,6 y - 60% раствор

$x + y + 2$ кг – смешали 2 раствора и добавили 2 кг воды

$$(0,7x + 0,6y) : (x + y + 2) = 0,5$$

$$0,7x + 0,6y = 0,5x + 0,5y + 1$$

$$0,2x + 0,1y = 1$$

$$2x + y = 10 \quad (1)$$

$2 * 0,9 = 1,8$ кг – кислоты

$$(0,7x + 0,6y + 1,8) : (x + y + 2) = 0,7$$

$$0,7x + 0,6y + 1,8 = 0,7x + 0,7y + 1,4$$

$$-0,1y = -0,4$$

$$y = 4 \quad (2)$$

Составим и решим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y = 10 \\ y = 4 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 2x + 4 = 10 \\ y = 4 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 4 \end{array} \right.$$

3 кг – 90% раствора используемого для получения смеси.

Ответ: 3 кг.

Задачи на проценты

Сплав цинка, алюминия и магния отличается большой прочностью. Первый такой сплав массой 120 кг содержит 20 % алюминия, второй – 30 % алюминия и 5 % магния. Из этих сплавов получили новый сплав, содержащий 24% алюминия. Сколько кг магния содержится во втором сплаве?

	Масса	Al	Mg
1 сплав	120 кг	20%; $120 * 0,2 = 24$	
2 сплав	X кг	30%; $0,3x$ кг	5%
1 + 2 сплав	$120 + x$ кг	24%; $0,24 (120 + x)$	

$$0,3x + 24 = (x + 120) * 0,24$$

$$0,3x + 24 = 0,24x + 28,$$

$$0,3x - 0,24x = 28,8 - 24$$

$$0,06x = 4,8$$

$$6x = 480$$

$$x = 80$$

$0,05x$ кг – масса магния в 3 сплаве

$0,05 * 80 = 4$ кг – масса магния в 3 сплаве

Ответ: 4 кг.

Задачи на проценты

Имеется кусок сплава меди с оловом массой 12 кг, содержащий 45% меди.
Сколько кг чистого олова надо доставить к этому сплаву, чтобы
получившийся новый сплав содержал 40% меди?

	Масса	Медь	Олово
1 сплав	12 кг	45%; $0,45 * 12 = 5,4$ кг	$12 - 5,4 = 6,6$ кг
2 сплав	$12 + x$	40%	x

$$0,4 * 12 + 0,4x = 5,4$$

$$0,4x = 0,6$$

$$4x = 6$$

$$x = 1,5$$

1,5 кг олова нужно добавить к сплаву

Ответ: 1,5 кг.

Задачи на проценты

Фермер получил кредит в банке под определённый процент годовых. Через год фермер в счёт погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, а ещё через год в счёт полного погашения кредита он внёс сумму на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

Решение способ №1

Пусть x р – сумма кредита, тогда

y – процент годовых,

$x*y$ р - % за год

$(x + x*y)$ р – сумма кредита вместе с процентами,

$\frac{3}{4}(x + x*y)$ р – сумма, которую вернул фермер через год

$\frac{1}{4}(x + x*y)$ р – сумма, которую должен выплатить фермер через год (остаток через год)

$\frac{1}{4}(x + x*y) * y$ % - % в конце 2 – го года

$\frac{1}{4}(x + x*y) + \frac{1}{4}(x + x*y) * y$ (р) – сумма, которую должен выплатить фермер через 2 года

$1,21x$ р – сумма, которую внёс фермер в счёт погашения всего кредита в конце 2 – ого года

$$\frac{1}{4}(x + x*y) + \frac{1}{4}(x + x*y) * y = 1,21x$$

$$\frac{1}{4}(x + x*y)(1 + y) = 1,21x$$

$$\frac{1}{4}x(1 + y)^2 = 1,21x$$

$$(1 + y)^2 = 4 * 1,21$$

$$1 + y = 2 * 1,1$$

$$y = 1,2$$

120 % - % годовых по кредиту

Ответ: 120 %.

Задачи на проценты

Второй способ

1 - кредит

x – процент по кредиту (десятичная дробь)

$x p$ – проценты по кредиту

$(1 + x) p$ – через год

$\frac{1}{4} (1 + x) p$ – остаток через год

$(\frac{1}{4} (1 + x) + \frac{1}{4} (1 + x) * x) p$ – кредит через 2 года

$$\frac{1}{4} (1 + x) + \frac{1}{4} (1 + x) * x = 1,21$$

$$\frac{1}{4} (1 + x) + (1 + x) = 1,21$$

$$(1 + x)^2 = 4 * 1,21$$

$$1 + x = 2 * 1,1 \quad x > 0$$

$$x = 1,2$$

120% - % годовых по кредиту

Задачи на проценты

Третий способ

$$A(1 \pm x/100)^n$$

$$(1 + x/100)^2 = 4,84$$

Разные задачи

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 300 м за 30 сек. Найти длину поезда (в метрах).

$$60 \text{ км/ч} = (60 * 1000) : 3600 = 100/6 \text{ м/с}$$

x м – длина поезда

$(300 + x)$ м – длина пути, который поезд проезжает за 30 сек

$$100/6 * 30 = 500 \text{ м} – \text{ путь, пройденный поездом за 30 сек}$$

$$300 + x = 500$$

$$x = 200$$

200 м – длина поезда

ответ: 200 м.

Разные задачи

Нахождение средней скорости.

Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующие 170 км – со скоростью 100 км/ч, а затем 40 км – со скоростью 50 км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

$$U_{\text{ср}} = S_1 + S_2 + S_3 / t_1 + t_2 + t_3$$

$$U_{\text{ср}} = (120 + 170 + 40) : (120 : 80 + 170 : 100 + 40 : 50) = 330 : 1,5 + 1,7 + 0,8 = 330 : 4 = 82,5$$

Ответ: 82,5 км / ч.

Разные задачи

Электропоезд, двигаясь равномерно со скоростью 180 км/ч, пропускает мимо семафора за 4 с. Найти длину экспресса.

S – длина электропоезда

$$1 \text{ с} = 1 / 3600 \text{ ч};$$

$$4 \text{ с} = 4 / 3600 = 1 / 900 \text{ ч}$$

$$S = 180 * 1/900 = 1/5 \text{ км} = 200 \text{ м}$$

Ответ: 200 м.