

# Системы линейных уравнений с двумя переменными

интерактивное пособие  
для учащихся 7-11 классов

# Инструкция

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

Интерактивное пособие «Системы линейных уравнений с двумя переменными» предназначено для учителей, детей и их родителей.

В левой части представлены разделы пособия. На любом этапе работы содержание открывается по щелчку мыши на соответствующий раздел.

Перейти на другой слайд можно по щелчку на «управляющую кнопку»:



перейти на следующий слайд



вернуться к предыдущему слайду

Для выхода из пособия нажми клавишу «Esc».

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

**Линейное уравнение с двумя переменными** – это уравнение вида  $ax+by+c=0$ , где  $a,b,c$  – некоторые числа ( $a \neq 0, b \neq 0$ ),  $x,y$  – переменные.

**Система уравнений** - это два или несколько уравнений, для которых необходимо найти все их общие решения. Обычно для записи системы уравнений, их записывают в столбик и рисуют одну общую фигурную скобку. Если в системе все присутствующие уравнения линейные, то говорят, что задана система линейных уравнений.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

Решением системы двух уравнений с двумя переменными называют пару чисел  $(x,y)$  такую, что при подстановке этих чисел в уравнения системы, каждое из уравнений системы обращается в верное равенство. Существует несколько способов решения.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Графический метод

Графиком линейного уравнения  $ax+by+c=0$  является прямая. Для того, чтобы решить систему линейных уравнений графическим методом необходимо построить прямые для каждого уравнения и найти точку пересечения. Она и является решением.

К сожалению, графический метод не самый надежный. Во первых, прямые могут не уместиться на чертеже. Во вторых, прямые могут уместиться на чертеже, но пересечься в точке, координаты которой по чертежу не очень легко определить.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Графический метод

**Пример 1.**

Решить систему уравнений  $\begin{cases} y = x, \\ y = 4 - 3x. \end{cases}$

**Решение:** Построим графики уравнений системы. Графиком уравнения  $y=x$  является прямая. Найдем две пары значения  $x, y$ , удовлетворяющих этому уравнению.

x	0	2
y	0	2

Аналогично для  $y=4-3x$ .

x	0	2
y	4	-2

Построим в одной системе координат графики функций.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

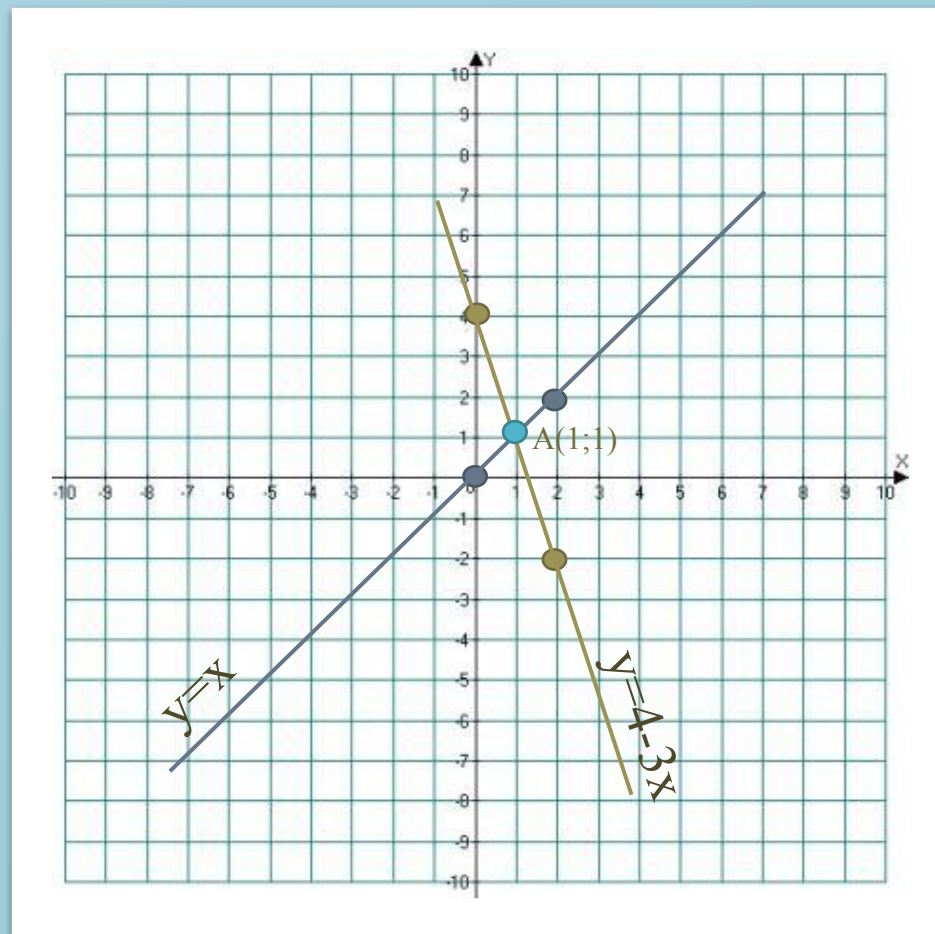
Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Графический метод



$A(1,1)$  искомая точка.

Ответ:  $A(1,1)$ .



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Графический метод

**Пример 2.**

Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} x + 2y - 5 = 0, \\ 2x + 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

**Решение:** Построим графики уравнений системы. Графиком уравнения  $x + 2y - 5 = 0$  является прямая. Найдём две пары значения  $x, y$ , удовлетворяющих этому уравнению.

x	5	0
y	0	2,5

Аналогично для  $2x + 4y + 3 = 0$ .

X	-1,5	2,5
y	0	-2

Построим в одной системе координат графики функций.



# Графический метод

Основные понятия

Графический метод

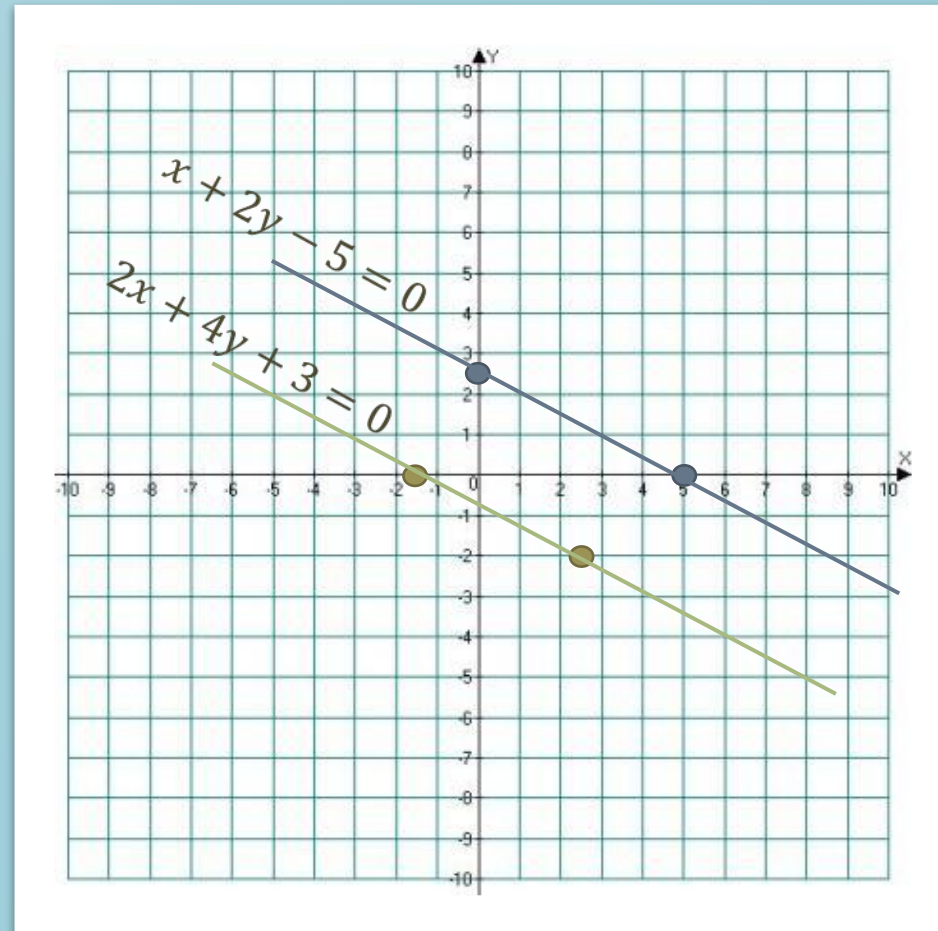
Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники



Прямые параллельны. Решений нет.  
Ответ: решений нет.





# Графический метод

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

Графический метод решения системы линейных уравнений имеет большое значение.

## Выводы:

- графиками обеих уравнений системы являются прямые;
- эти прямые могут пересекаться, причем только в одной точке, - это значит, что система имеет единственное решение;
- эти прямые могут быть параллельны, это значит, что система не имеет решений;
- эти прямые могут совпасть, это значит, что система имеет бесконечно много решений.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Метод подстановки

**Алгоритм решения системы двух уравнений с двумя переменными методом подстановки:**

1. выразить  $y$  через  $x$  из первого уравнения;
2. подставить полученное на первом шаге выражение вместо  $y$  во второе уравнение системы;
3. решить полученное на втором шаге уравнение относительно  $x$ ;
4. подставить найденное на третьем шаге значение  $x$  в выражение  $y$  через  $x$ , полученное на первом шаге;
5. записать ответ в виде пары значений  $(x;y)$ .



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Метод подстановки

**Пример 1.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x - y - 5 = 0, \\ 2x + y - 7 = 0. \end{cases}$

**Решение:**

- 1) Из первого уравнения получаем  $y=3x-5$ .
- 2) Подставим найденное выражение вместо  $y$  во второе уравнение:  $2x+(3x-5)-7=0$ .
- 3) Решим полученное уравнение:

$$2x+3x-5-7=0$$

$$5x-12=0$$

$$5x=12$$

$$x=12/5$$



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Метод подстановки

4) Подставим найденное значение  $x$  в формулу  $y=3x-5$

$$y = 3 \cdot \frac{12}{5} - 5 = \frac{36}{5} - 5 = \frac{36 - 25}{5} = \frac{11}{5}$$

5) Пара  $x=\frac{12}{5}$ ,  $y = \frac{11}{5}$  единственное решение заданной системы.

Ответ:  $(\frac{12}{5}, \frac{11}{5})$ .



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Метод подстановки

**Пример 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 5x - 3y + 8 = 0, \\ x + 12y = 11. \end{cases}$

**Решение:**

- 1) Выразим  $x$  через  $y$  из второго уравнения  $x=11-12y$ .
- 2) Подставим найденное выражение вместо  $x$  в первое уравнение:  $5(11-12y)-3y+8=0$ .
- 3) Решим полученное уравнение:

$$55-60y-3y+8=0$$

$$-63y=-63$$

$$y=1$$



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Метод подстановки

4) Подставим найденное значение  $y$  в формулу  $x=11-12y$

$$x = 11 - 12 \cdot 1 = -1$$

5) Пара  $x=-1, y = 1$  единственное решение заданной системы.

Ответ:  $(-1,1)$ .



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Метод алгебраического сложения

**Пример 1.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x - y - 5 = 0, \\ 2x + y - 7 = 0. \end{cases}$

**Решение:**

1) Сложим оба уравнения.

$$(3x - y - 5) + (2x + y - 7) = 0 + 0$$

$$5x - 12 = 0$$

$$x = \frac{12}{5}$$

2) Подставим  $x$  в любое уравнение системы

$$y = 3 \cdot \frac{12}{5} - 5 = \frac{36}{5} - 5 = \frac{36 - 25}{5} = \frac{11}{5}$$

Ответ:  $(\frac{12}{5}, \frac{11}{5})$ .



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Метод алгебраического сложения

**Пример 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x + 3y = 1, \\ 5x + 3y = 7 \end{cases}$ .

**Решение:**

1) Вычтем второе уравнение из первого.

$$\begin{aligned} (2x + 3y) - (5x + 3y) &= 1 - 7 \\ 2x + 3y - 5x - 3y &= -6 \\ -3x &= -6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

2) Подставим  $x$  в любое уравнение системы

$$\begin{aligned} 2 \cdot 2 + 3y &= 1 \\ 3y &= -3 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

Ответ: (2; -1).





Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Метод алгебраического сложения

**Пример 3.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x - 4y = 5, \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$ .

**Решение:**

- 1) Умножим все члены первого уравнения системы на 3, а все члены второго на 4.

$$\begin{cases} 9x - 12y = 15, \\ 8x + 12y = 28 \end{cases}$$

- 2) Сложим два уравнения. Получим  $17x = 43$ .  $x = \frac{43}{17}$

- 3) Подставим  $x$  в любое уравнение системы
- $$2 \cdot \frac{43}{17} + 3y = 7$$

$$3y = \frac{33}{17}$$

$$y = \frac{11}{17}$$

Ответ:  $(\frac{43}{17}; \frac{11}{17})$ .



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 1.** Является ли  $(60; 30)$  решением системы

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 330 \\ 6x - 8y = 110 \end{cases} \quad ?$$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 1.** Является ли  $(60; 30)$  решением системы

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 330 \\ 6x - 8y = 110 \end{cases} \quad ?$$

Решение

Ответ

**Решение:**

$$\text{а) } \begin{cases} 4 \cdot 60 - 7 \cdot 30 = 30 \\ 4 \cdot 60 - 5 \cdot 30 = 90 \end{cases}$$

Данная пара чисел является решением системы.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 1.** Является ли  $(60; 30)$  решением системы

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 330 \\ 6x - 8y = 110 \end{cases} \quad ?$$

Решение

Ответ

**Решение:**

$$\text{б) } \begin{cases} 3 \cdot 60 + 5 \cdot 30 = 330 \\ 6 \cdot 60 - 8 \cdot 30 = 120 \end{cases}$$

Данная пара чисел не является решением системы.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 1.** Является ли  $(60; 30)$  решением системы

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 330 \\ 6x - 8y = 110 \end{cases} \quad ?$$

Решение

Ответ

Ответ: а) да б) нет.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 2.** Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5x, \\ 3x + y = 0. \end{cases}$$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 2.** Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5x, \\ 3x + y = 0. \end{cases}$$

Решение

Ответ

**Решение:** Построим графики уравнений системы. Графиком уравнения  $y = 5x$  является прямая.

X	0	1
y	0	5

Аналогично для  $3x + y = 0$ .

x	0	2
y	0	-6



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

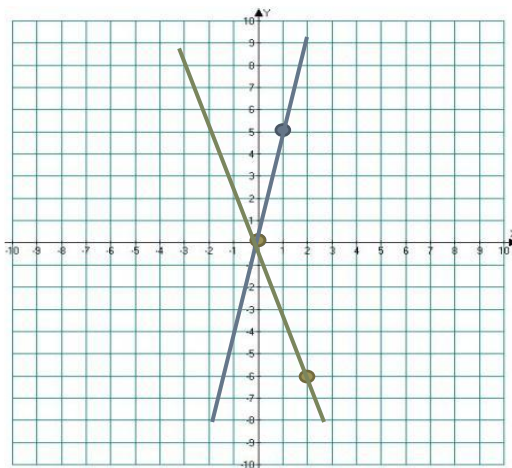
**Задача 2.** Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5x, \\ 3x + y = 0. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Построим в одной системе координат графики функций.



$A(0;0)$  точка пересечения прямых.





Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 2.** Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5x, \\ 3x + y = 0. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Ответ: A(0;0).



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 3.** Решите систему уравнений методом подстановки

$$\begin{cases} x = y + 2, \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 3.** Решите систему уравнений методом подстановки

$$\begin{cases} x = y + 2, \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$$

Решение

Ответ

**Решение:**

- 1) Подставим выражение вместо  $x$  во второе уравнение:  
 $3(y+2)-2y=9.$
- 2) Решим полученное уравнение:  
 $3y+6-2y=9$   
 $y=3$
- 3) Подставим  $y$  в любое уравнение системы  
 $x=3+2=5$   
 $(5;3)$



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 3.** Решите систему уравнений методом подстановки

$$\begin{cases} x = y + 2, \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Ответ: (5;3)



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 4.** Решите систему уравнений методом алгебраического сложения  $\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9. \end{cases}$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 4.** Решите систему уравнений методом алгебраического сложения  $\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9. \end{cases}$

Решение

Ответ

**Решение:**

1) Сложим оба уравнения.

$$12x = 24$$

$$x = 2$$

2) Подставим  $x$  в любое уравнение системы

$$20 - 11y = 9$$

$$-11y = -11$$

$$y = 1$$

Ответ: (2,1).



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 4.** Решите систему уравнений методом алгебраического сложения  $\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9. \end{cases}$

Решение

Ответ

Ответ: (2;1)



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 5.** Решите систему уравнений методом алгебраического

сложения 
$$\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ 20x - 7y = -5. \end{cases}$$

Решение

Ответ





Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 5.** Решите систему уравнений методом алгебраического

сложения 
$$\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ 20x - 7y = -5. \end{cases}$$

Решение

Ответ

**Решение:**

1) Умножим все члены второго уравнения системы на -2.

$$\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ -40x + 14y = 10 \end{cases} .$$

2) Сложим два уравнения. Получим  $17y=0$ .  $y=0$

3) Подставим  $x$  в любое уравнение системы

$$40x = -10$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

Ответ  $(-\frac{1}{4}; 0)$



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

# Тренажер

**Задача 5.** Решите систему уравнений методом алгебраического

сложения 
$$\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ 20x - 7y = -5. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Ответ:  $(-\frac{1}{4}; 0)$



# Самостоятельная работа

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5



# Самостоятельная работа

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

**Задача 1.** Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 2x + y = 3. \end{cases}$



# Самостоятельная работа

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

**Задача 2.** Решите систему уравнений  $\begin{cases} y = -4x, \\ x - y = 10. \end{cases}$



# Самостоятельная работа

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

**Задача 3.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x - 5y = 25, \\ 4x - 3y = 37. \end{cases}$$

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники



# Самостоятельная работа

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

**Задача 4.** При каких  $a$  и  $b$  решением системы  $\begin{cases} ax + by = 36 \\ ax - by = 8 \end{cases}$  является пара чисел  $(2; -1)$  ?



# Самостоятельная работа

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

**Задача 5.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 6x - 5y = 3. \end{cases}$$

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники





# Источники

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод  
алгебраического  
сложения

Тренажер

Самостоятельная  
работа

Источники

1. Учебник «Алгебра 7» А. Г. Мордкович, М.: Мнемозина, 2009.
2. Задачник «Алгебра 7» А. Г. Мордкович, Л.А. Александрова М.: Мнемозина, 2009.
3. Самостоятельные работы. Алгебра 7 класс. Под редакцией Мордковича А.Г. М.: Мнемозина, 2009.

