

Системы линейных уравнений с двумя переменными

интерактивное пособие
для учащихся 7-11 классов

Инструкция

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Интерактивное пособие «Системы линейных уравнений с двумя переменными» предназначено для учителей, детей и их родителей.

В левой части представлены разделы пособия. На любом этапе работы содержание открывается по щелчку мыши на соответствующий раздел.

Перейти на другой слайд можно по щелчку на «управляющую кнопку»:



перейти на следующий слайд



вернуться к предыдущему слайду

Для выхода из пособия нажми клавишу «Esc».

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Линейное уравнение с двумя переменными – это уравнение вида $ax+by+c=0$, где a,b,c – некоторые числа ($a \neq 0, b \neq 0$), x,y – переменные.

Система уравнений - это два или несколько уравнений, для которых необходимо найти все их общие решения. Обычно для записи системы уравнений, их записывают в столбик и рисуют одну общую фигурную скобку. Если в системе все присутствующие уравнения линейные, то говорят, что задана система линейных уравнений.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

Решением системы двух уравнений с двумя переменными называют пару чисел (x,y) такую, что при подстановке этих чисел в уравнения системы, каждое из уравнений системы обращается в верное равенство. Существует несколько способов решения.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Графический метод

Графиком линейного уравнения $ax+by+c=0$ является прямая. Для того, чтобы решить систему линейных уравнений графическим методом необходимо построить прямые для каждого уравнения и найти точку пересечения. Она и является решением.

К сожалению, графический метод не самый надежный. Во первых, прямые могут не уместиться на чертеже. Во вторых, прямые могут уместиться на чертеже, но пересечься в точке, координаты которой по чертежу не очень легко определить.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Графический метод

Пример 1.

Решить систему уравнений $\begin{cases} y = x, \\ y = 4 - 3x. \end{cases}$

Решение: Построим графики уравнений системы. Графиком уравнения $y=x$ является прямая. Найдем две пары значения x, y , удовлетворяющих этому уравнению.

x	0	2
y	0	2

Аналогично для $y=4-3x$.

x	0	2
y	4	-2

Построим в одной системе координат графики функций.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

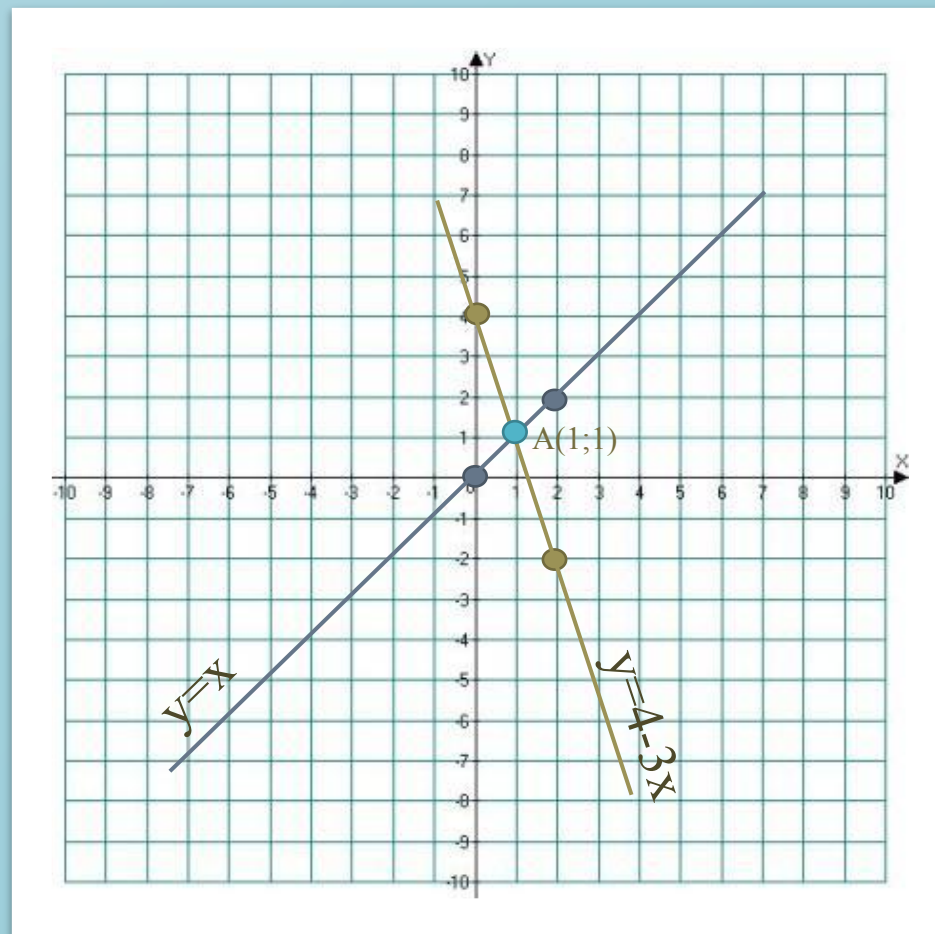
Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Графический метод



$A(1,1)$ искомая точка.
Ответ: $A(1,1)$.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Графический метод

Пример 2.

Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x + 2y - 5 = 0, \\ 2x + 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

Решение: Построим графики уравнений системы. Графиком уравнения $x + 2y - 5 = 0$ является прямая. Найдём две пары значения x, y , удовлетворяющих этому уравнению.

x	5	0
y	0	2,5

Аналогично для $2x + 4y + 3 = 0$.

X	-1,5	2,5
y	0	-2

Построим в одной системе координат графики функций.



Графический метод

Основные понятия

Графический метод

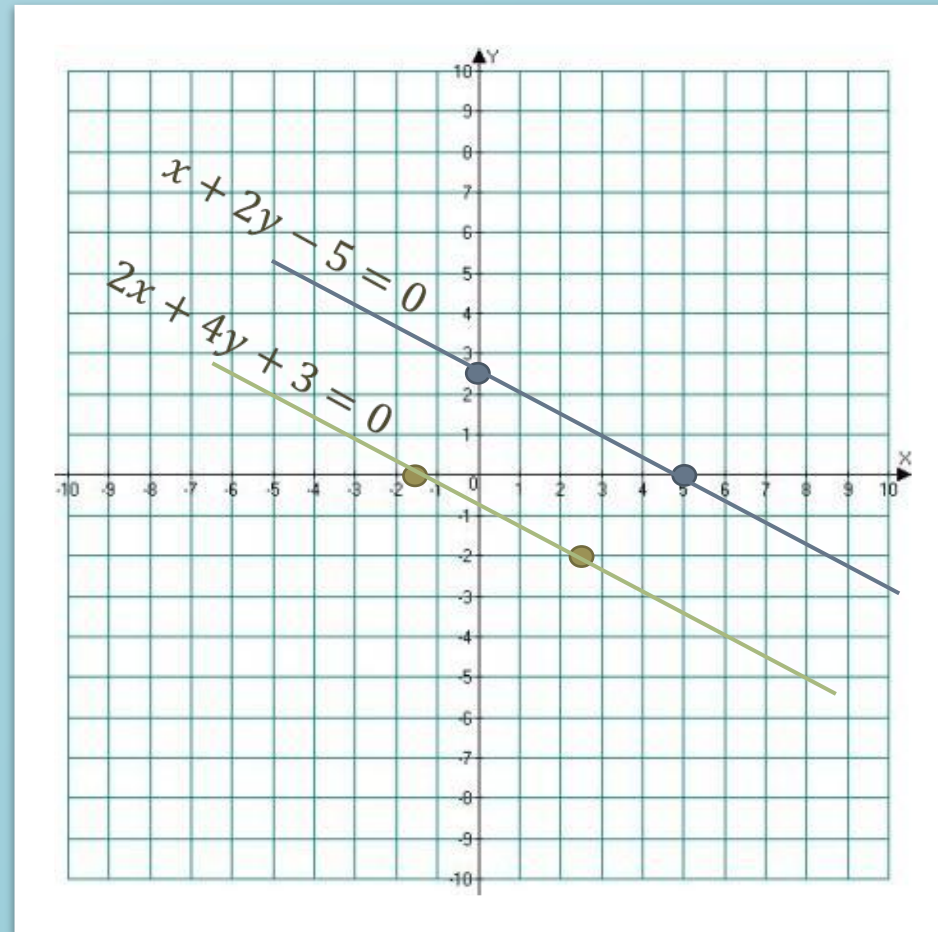
Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники



Прямые параллельны. Решений нет.
Ответ: решений нет.



Графический метод

Графический метод решения системы линейных уравнений имеет большое значение.

Выводы:

- графиками обеих уравнений системы являются прямые;
- эти прямые могут пересекаться, причем только в одной точке, - это значит, что система имеет единственное решение;
- эти прямые могут быть параллельны, это значит, что система не имеет решений;
- эти прямые могут совпасть, это значит, что система имеет бесконечно много решений.

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Метод подстановки

Алгоритм решения системы двух уравнений с двумя переменными методом подстановки:

1. выразить y через x из первого уравнения;
2. подставить полученное на первом шаге выражение вместо y во второе уравнение системы;
3. решить полученное на втором шаге уравнение относительно x ;
4. подставить найденное на третьем шаге значение x в выражение y через x , полученное на первом шаге;
5. записать ответ в виде пары значений $(x;y)$.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Метод подстановки

Пример 1. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - y - 5 = 0, \\ 2x + y - 7 = 0. \end{cases}$

Решение:

- 1) Из первого уравнения получаем $y=3x-5$.
- 2) Подставим найденное выражение вместо y во второе уравнение: $2x+(3x-5)-7=0$.
- 3) Решим полученное уравнение:

$$2x+3x-5-7=0$$

$$5x-12=0$$

$$5x=12$$

$$x=12/5$$



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Метод подстановки

4) Подставим найденное значение x в формулу $y=3x-5$

$$y = 3 \cdot \frac{12}{5} - 5 = \frac{36}{5} - 5 = \frac{36 - 25}{5} = \frac{11}{5}$$

5) Пара $x=\frac{12}{5}$, $y = \frac{11}{5}$ единственное решение заданной системы.

Ответ: $(\frac{12}{5}, \frac{11}{5})$.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Метод подстановки

Пример 2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 5x - 3y + 8 = 0, \\ x + 12y = 11. \end{cases}$

Решение:

- 1) Выразим x через y из второго уравнения $x=11-12y$.
- 2) Подставим найденное выражение вместо x в первое уравнение: $5(11-12y)-3y+8=0$.
- 3) Решим полученное уравнение:

$$55-60y-3y+8=0$$

$$-63y=-63$$

$$y=1$$



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Метод подстановки

4) Подставим найденное значение y в формулу $x=11-12y$

$$x = 11 - 12 \cdot 1 = -1$$

5) Пара $x=-1, y = 1$ единственное решение заданной системы.

Ответ: $(-1,1)$.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Метод алгебраического сложения

Пример 1. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - y - 5 = 0, \\ 2x + y - 7 = 0. \end{cases}$

Решение:

1) Сложим оба уравнения.

$$(3x - y - 5) + (2x + y - 7) = 0 + 0$$

$$5x - 12 = 0$$

$$x = \frac{12}{5}$$

2) Подставим x в любое уравнение системы

$$y = 3 \cdot \frac{12}{5} - 5 = \frac{36}{5} - 5 = \frac{36 - 25}{5} = \frac{11}{5}$$

Ответ: $(\frac{12}{5}, \frac{11}{5})$.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Метод алгебраического сложения

Пример 2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 1, \\ 5x + 3y = 7 \end{cases}$.

Решение:

1) Вычтем второе уравнение из первого.

$$\begin{aligned} (2x + 3y) - (5x + 3y) &= 1 - 7 \\ 2x + 3y - 5x - 3y &= -6 \\ -3x &= -6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

2) Подставим x в любое уравнение системы

$$\begin{aligned} 2 \cdot 2 + 3y &= 1 \\ 3y &= -3 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

Ответ: (2; -1).



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Метод алгебраического сложения

Пример 3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x - 4y = 5, \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$.

Решение:

- 1) Умножим все члены первого уравнения системы на 3, а все члены второго на 4.

$$\begin{cases} 9x - 12y = 15, \\ 8x + 12y = 28 \end{cases}$$

- 2) Сложим два уравнения. Получим $17x = 43$. $x = \frac{43}{17}$

- 3) Подставим x в любое уравнение системы

$$2 \cdot \frac{43}{17} + 3y = 7$$

$$3y = \frac{33}{17}$$

$$y = \frac{11}{17}$$

Ответ: $(\frac{43}{17}; \frac{11}{17})$.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 1. Является ли $(60; 30)$ решением системы

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 330 \\ 6x - 8y = 110 \end{cases} \quad ?$$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 1. Является ли $(60; 30)$ решением системы

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 330 \\ 6x - 8y = 110 \end{cases} \quad ?$$

Решение

Ответ

Решение:

$$\text{а) } \begin{cases} 4 \cdot 60 - 7 \cdot 30 = 30 \\ 4 \cdot 60 - 5 \cdot 30 = 90 \end{cases}$$

Данная пара чисел является решением системы.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 1. Является ли $(60; 30)$ решением системы

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 330 \\ 6x - 8y = 110 \end{cases} \quad ?$$

Решение

Ответ

Решение:

$$\text{б) } \begin{cases} 3 \cdot 60 + 5 \cdot 30 = 330 \\ 6 \cdot 60 - 8 \cdot 30 = 120 \end{cases}$$

Данная пара чисел не является решением системы.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 1. Является ли $(60; 30)$ решением системы

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 330 \\ 6x - 8y = 110 \end{cases} \quad ?$$

Решение

Ответ

Ответ: а) да б) нет.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 2. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5x, \\ 3x + y = 0. \end{cases}$$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 2. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5x, \\ 3x + y = 0. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Решение: Построим графики уравнений системы. Графиком уравнения $y = 5x$ является прямая.

X	0	1
y	0	5

Аналогично для $3x + y = 0$.

x	0	2
y	0	-6



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

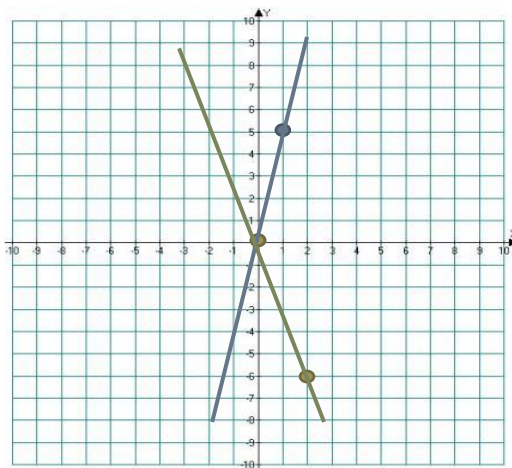
Задача 2. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5x, \\ 3x + y = 0. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Построим в одной системе координат графики функций.



$A(0;0)$ точка пересечения прямых.



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 2. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = 5x, \\ 3x + y = 0. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Ответ: A(0;0).



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 3. Решите систему уравнений методом подстановки

$$\begin{cases} x = y + 2, \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 3. Решите систему уравнений методом подстановки

$$\begin{cases} x = y + 2, \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Решение:

- 1) Подставим выражение вместо x во второе уравнение:
$$3(y+2)-2y=9.$$
- 2) Решим полученное уравнение:
$$3y+6-2y=9$$
$$y=3$$
- 3) Подставим y в любое уравнение системы
$$x=3+2=5$$
$$(5;3)$$



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 3. Решите систему уравнений методом подстановки

$$\begin{cases} x = y + 2, \\ 3x - 2y = 9. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Ответ: (5;3)



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 4. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения $\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9. \end{cases}$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 4. Решите систему уравнений методом алгебраического

сложения
$$\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Решение:

1) Сложим оба уравнения.

$$12x = 24$$

$$x = 2$$

2) Подставим x в любое уравнение системы

$$20 - 11y = 9$$

$$-11y = -11$$

$$y = 1$$

Ответ: (2,1).



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 4. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения $\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9. \end{cases}$

Решение

Ответ

Ответ: (2;1)



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 5. Решите систему уравнений методом алгебраического

сложения
$$\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ 20x - 7y = -5. \end{cases}$$

Решение

Ответ



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 5. Решите систему уравнений методом алгебраического

сложения
$$\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ 20x - 7y = -5. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Решение:

1) Умножим все члены второго уравнения системы на -2.

$$\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ -40x + 14y = 10 \end{cases} .$$

2) Сложим два уравнения. Получим $17y=0$. $y=0$

3) Подставим x в любое уравнение системы

$$40x = -10$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

Ответ $(-\frac{1}{4}; 0)$



Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Тренажер

Задача 5. Решите систему уравнений методом алгебраического

сложения
$$\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ 20x - 7y = -5. \end{cases}$$

Решение

Ответ

Ответ: $(-\frac{1}{4}; 0)$



Самостоятельная работа

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5



Самостоятельная работа

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

Задача 1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 2x + y = 3. \end{cases}$$

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники



Самостоятельная работа

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

Задача 2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = -4x, \\ x - y = 10. \end{cases}$

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники



Самостоятельная работа

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

Задача 3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x - 5y = 25, \\ 4x - 3y = 37. \end{cases}$$

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники



Самостоятельная работа

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

Задача 4. При каких a и b решением системы $\begin{cases} ax + by = 36 \\ ax - by = 8 \end{cases}$ является пара чисел $(2; -1)$?



Самостоятельная работа

Задание 1

Задание 2

Задание 3

Задание 4

Задание 5

Задача 5. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 6x - 5y = 3. \end{cases}$$

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники



Источники

Основные понятия

Графический метод

Метод подстановки

Метод
алгебраического
сложения

Тренажер

Самостоятельная
работа

Источники

1. Учебник «Алгебра 7» А. Г. Мордкович, М.: Мнемозина, 2009.
2. Задачник «Алгебра 7» А. Г. Мордкович, Л.А. Александрова М.: Мнемозина, 2009.
3. Самостоятельные работы. Алгебра 7 класс. Под редакцией Мордковича А.Г. М.: Мнемозина, 2009.

