Тригонометрия.

- Формулы приведения.
- Формулы, применяемые при решении уравнений

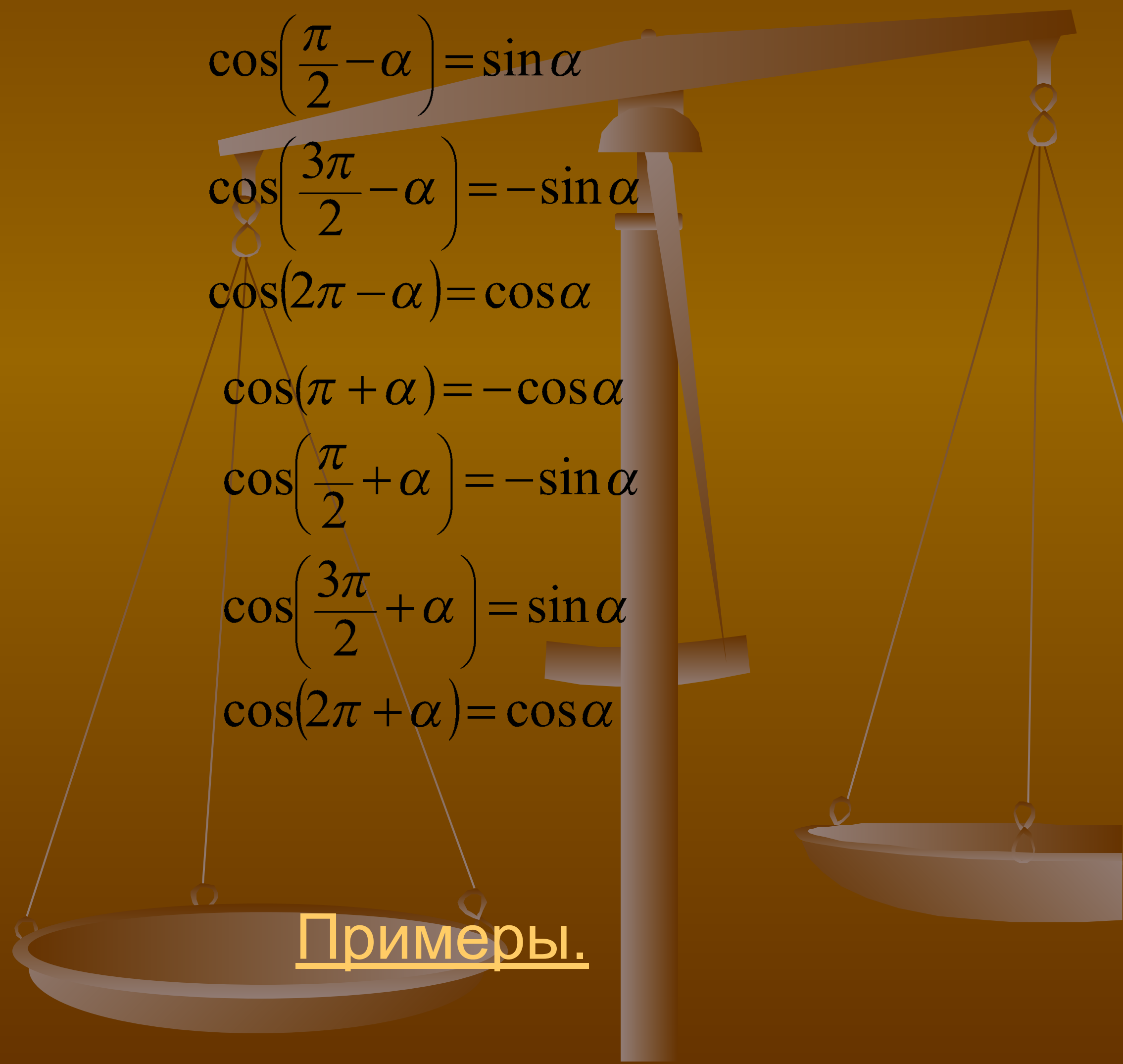
Формулы приведения.

$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$$
$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha$$
$$\sin(2\pi-\alpha)=-\sin\alpha$$

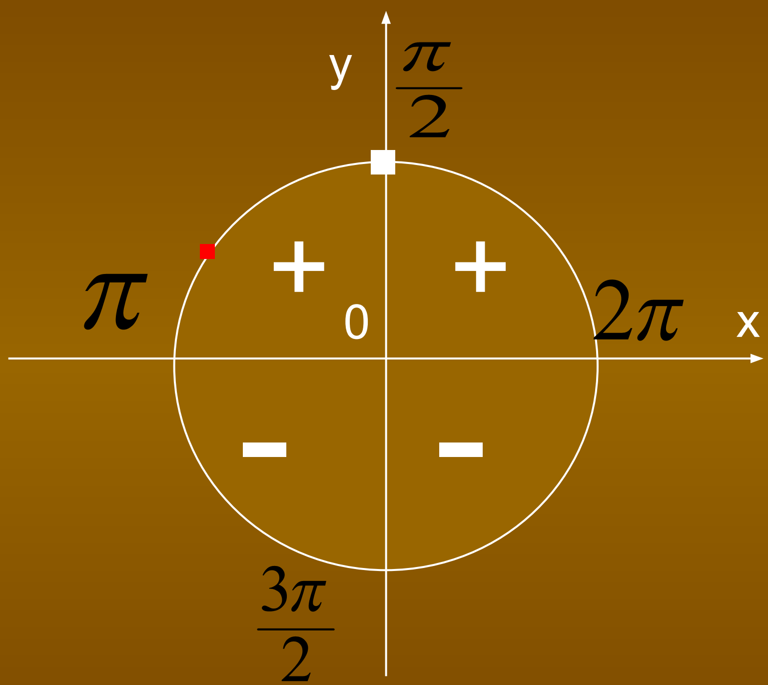
$$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$$
$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$$
$$\sin(2\pi+\alpha)=\sin\alpha$$

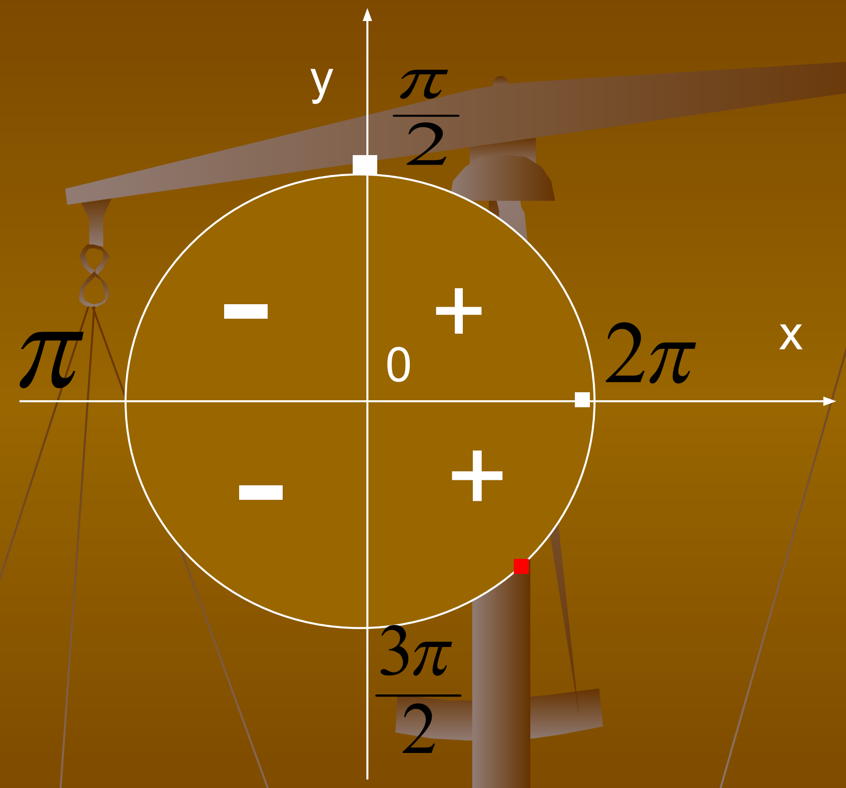
$$\cos(\pi-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$$
$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha$$
$$\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha$$

$$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$$
$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha$$
$$\cos(2\pi+\alpha)=\cos\alpha$$



Примеры.





$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$$

$$\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha$$

Способ выведения формул приведений

Способ выведения формул приведений:

1. если под знаком преобразуемой тригонометрической функции содержится сумма аргументов вида $\pi+t, \pi-t, 2\pi+t, 2\pi-t$, то наименование тригонометрической функции сохраняется.

2. если под знаком преобразуемой тригонометрической функции содержится сумма аргументов вида $\frac{\pi}{2}+t, \frac{\pi}{2}-t, \frac{3\pi}{2}+t, \frac{3\pi}{2}-t$, то наименование тригонометрической функции изменяется.

3. перед полученной функцией от аргумента t надо поставить тот знак, который имела бы преобразуемая функция при условии, что $0<t<\frac{\pi}{2}$

Некоторые формулы, применяемые при решении уравнений

$$1.\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$2.\ 1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$3.\ \sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$

$$4.\ \sin(x-y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y$$

$$5.\ \cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

$$6.\ \cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

$$7.\ \sin x=m$$

$$x=(-1)^n\arcsin m+\pi n$$

$$8.\ \cos x=m$$

$$x=\pm\arccos m+2\pi n$$

$$9.\ tgx=m$$

$$x=arctgm+\pi n$$

$$10.\ tgx=\frac{\sin x}{\cos x}$$

$$11.\ ctgx=\frac{\cos x}{\sin x}$$

Примеры.

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x = 2$$

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x = 2\times 1$$

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x = 2\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)$$

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$$

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0 \,\Big|\, \div \cos^2 x \neq 0$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{4\sin x\cos x}{\cos^2 x} + \frac{3\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$tg^2 x - 4tg + 3 = 0$$

$$tgx = t$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 16 - 12 = 4$$

$$t_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{4+2}{2} = 3$$

$$t_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$1)\, tgx = 3$$

$$x = arctg\,3 + \pi n,\ n \in Z$$

$$2)\, tgx = 1$$

$$x = arctg\,1 + \pi k,\ k \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$$

$$Ответ: arctg\,3 + \pi n,\ n \in Z;\ \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$$