

Множества.

Операции над множествами



*«Множество есть
многое, мыслимое
нами как единое»*

основатель теории множеств
Георг Кантор

Основные понятия теории множеств

Множество - совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.

Объекты, составляющие множество, называются **элементами множества**.

Множества обозначают большими буквами латинского алфавита: A, B, C, D и т. д.

Приведите примеры множеств

Что можно сказать о следующих множествах?

множество людей на Солнце

множество прямых углов
равностороннего треугольника

множество точек пересечения двух
параллельных прямых

Пустое множество - множество, не
содержащее ни одного элемента.

\emptyset

Примеры числовых множеств

МНОЖЕСТВО ЧЕТНЫХ ЧИСЕЛ:

2, 4, 6, 8, ...

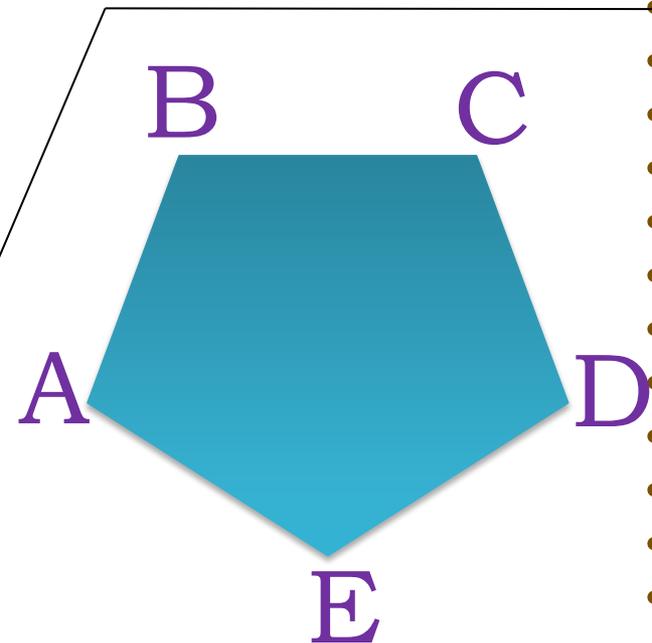
МНОЖЕСТВО ДВУЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ:

10, 11, 12, 13, 14, ... , 99

МНОЖЕСТВО ПРАВИЛЬНЫХ ДРОБЕЙ СО
ЗНАМЕНАТЕЛЕМ 5:

$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5} \dots$

точка В - элемент множества
вершин многоугольника ABCDE



Числовые множества

N – множество натуральных чисел;

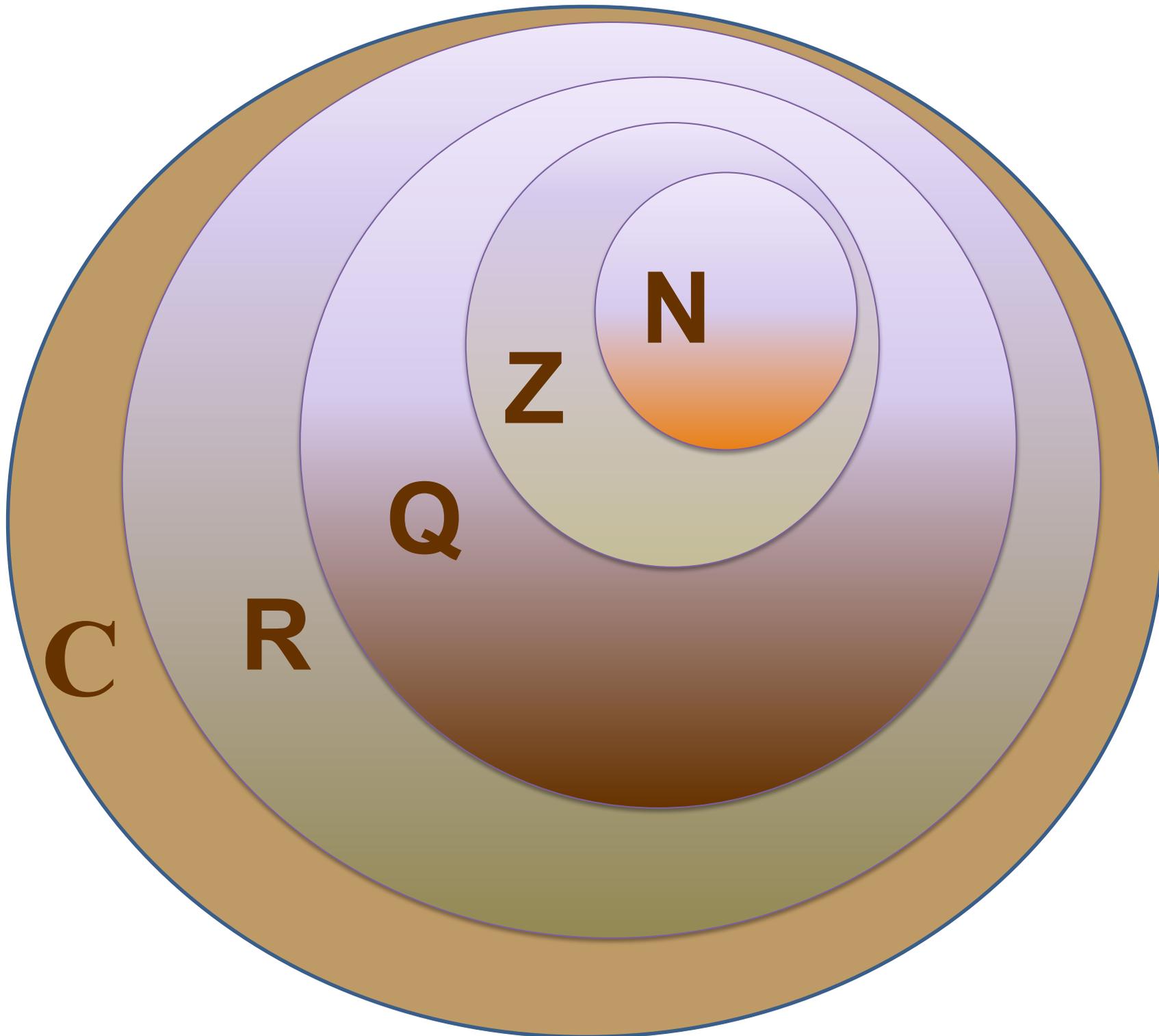
Z – множество целых чисел;

Q – множество рациональных чисел;

I – множество иррациональных чисел;

R – множество действительных чисел;

C – множество комплексных чисел.

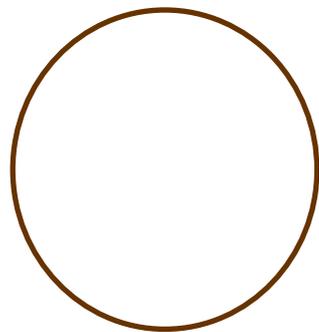


МНОЖЕСТВО	ЭЛЕМЕНТ
Множество четырехугольников	Трапеция, параллелограмм, ромб, квадрат, прямоугольник
Пространственные тела	Шар, прямоугольный параллелепипед, призма, пирамида, октаэдр
Натуральные числа	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...
Квадраты чисел	1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 ..
Цифры десятичной системы счисления	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двузначные четные числа	10, 12, 14, 16 ... 96, 98

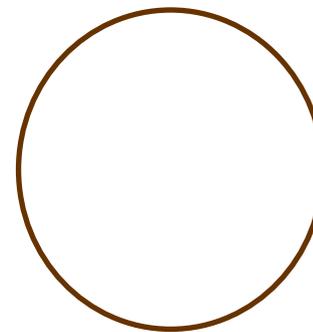
ВИДЫ МНОЖЕСТВ

Запишите множества букв слов
КОНИ И КИНО

{К, О, Н, И}



{К, И, Н, О}



Равные множества

Даны множества:

$$M = \{5, 4, 6\},$$

$$P = \{4, 5, 6\},$$

$$T = \{5, 6, 7\},$$

$$S = \{4, 6\}.$$

Какое из утверждений неверно?

а) $M = P$ б) $P \neq S$ в) $M \neq T$ г) $P = T$

ВИДЫ МНОЖЕСТВ

$$A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13\};$$

$$\{x \mid 5 < x < 12\}$$

Конечные множества

ВИДЫ МНОЖЕСТВ

$\{1; 4; 9; 16; 25; \dots\};$

$\{10; 20; 30; 40; 50; \dots\};$

Бесконечные множества

Среди перечисленных ниже множеств укажите конечные и бесконечные множества:

- а) множество чисел, кратных 13; ∞
- б) множество делителей числа 15;
- в) множество деревьев в лесу;
- г) множество натуральных чисел; ∞
- д) множество рек Ростовской области;
- е) множество корней уравнения $x + 3 = 11$;
- ж) множество решений неравенства $x + 1 < 3$. ∞

Основные способы задания множеств

1. **Перечисление элементов.** Элементы перечисляются в фигурных скобках через запятую.
2. **С помощью характеристического свойства** (т.е. свойства, которым обладает каждый элемент множества и не обладает ни один элемент, ему не принадлежащий).

**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ СВОЙСТВО МНОЖЕСТВА -
СВОЙСТВО, КОТОРЫМ ОБЛАДАЮТ ВСЕ
ЭЛЕМЕНТЫ ЭТОГО МНОЖЕСТВА И
НЕ ОБЛАДАЮТ НИКАКИЕ ДРУГИЕ ОБЪЕКТЫ.**

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$$

«МНОЖЕСТВО ВСЕХ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ОТ 1 ДО 14
ВКЛЮЧИТЕЛЬНО»

«МНОЖЕСТВО ВСЕХ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ МЕНЬШЕ 15»

$$\in < x$$

«МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ x , ГДЕ $x \in \mathbb{N}$ И $x < 15$ »

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 15\}$$

В - МНОЖЕСТВО НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ, КРАТНЫХ 5

5, 10, 15, 20, 25, ...

$$\mathbf{B = \{ X \mid X=5n, n \in \mathbf{N} \}}$$

$$C = \{ y \mid y=2x, x \in \mathbb{N}, x < 7 \}$$

$$D = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12 \}$$

$$C=D$$

{ 3, 4, 5, 6, 7 }

{ 5, 3, 7, 4, 6 }

Задайте множество цифр, с помощью которых записывается число:

а) 3254; б) 8797; в) 11000; г) 555555.

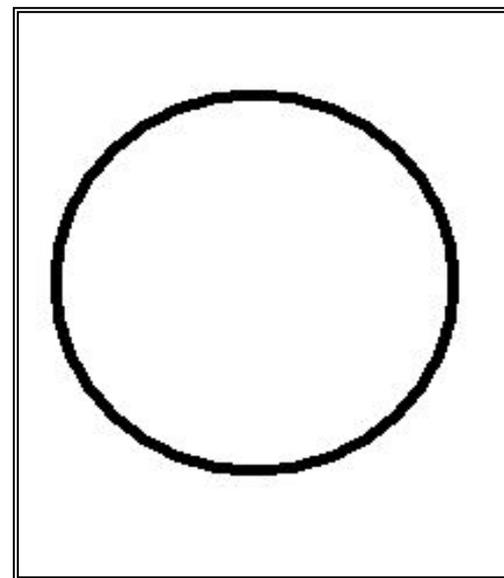
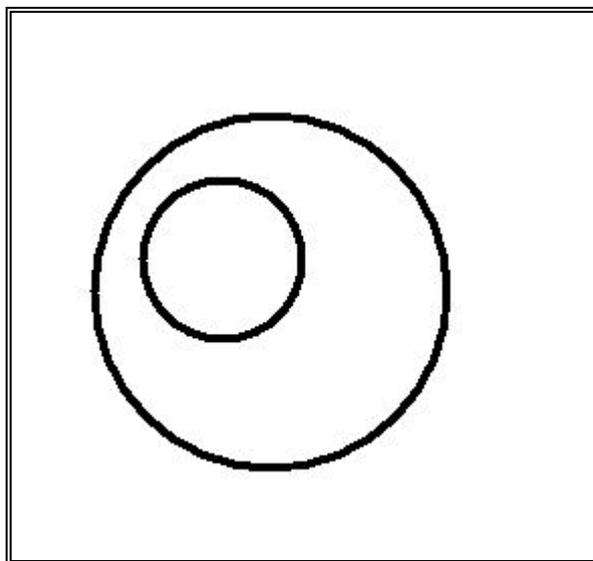
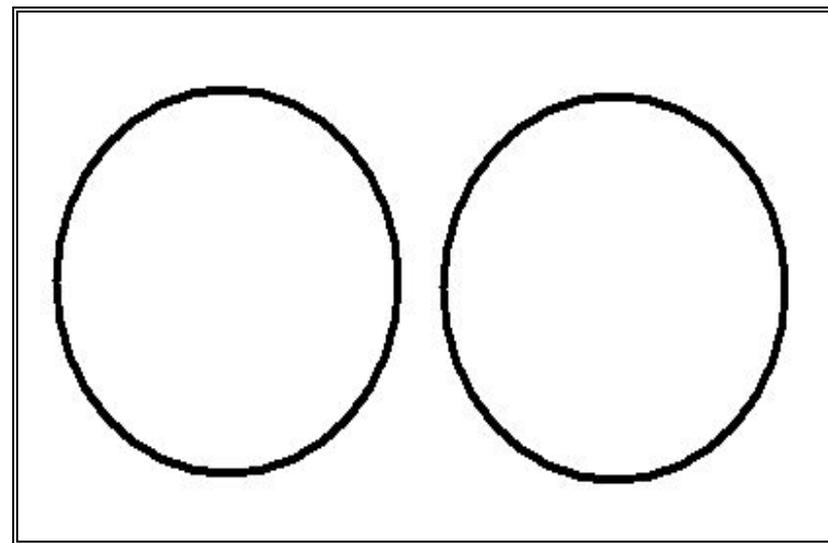
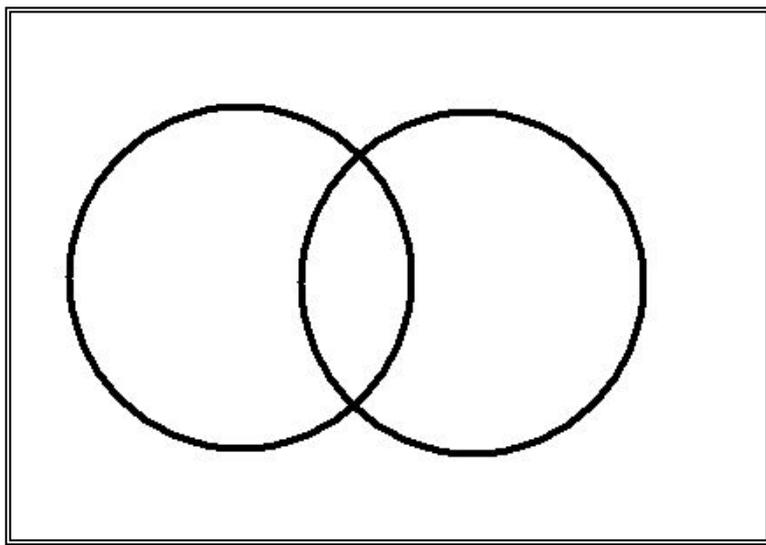
Охарактеризуйте множество A :

а) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$;

б) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$;

в) $A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$;

Отношения между множествами



Множество B , каждый элемент которого принадлежит множеству A , называется **ПОДМНОЖЕСТВОМ** множества A .

Например, множество всех чётных чисел является подмножеством множества всех целых чисел.

*Говорят, что множество A включает в себя множество B и обозначают $A \supset B$ или **$B \subset A$***

Даны множества:

$$A = \{10\}, B = \{10, 15\},$$

$$C = \{5, 10, 15\},$$

$$D = \{5, 10, 15, 20\}.$$

**Поставьте вместо ... знак включения (\subset или \supset) так,
чтобы получилось верное утверждение:**

а) $A \dots D$; б) $A \dots B$; в) $C \dots A$; г) $C \dots B$.



Даны три множества

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 37\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, \dots\},$$

$$C = \{4, 8, 12, 16, \dots, 36\}.$$

Верно ли, что:

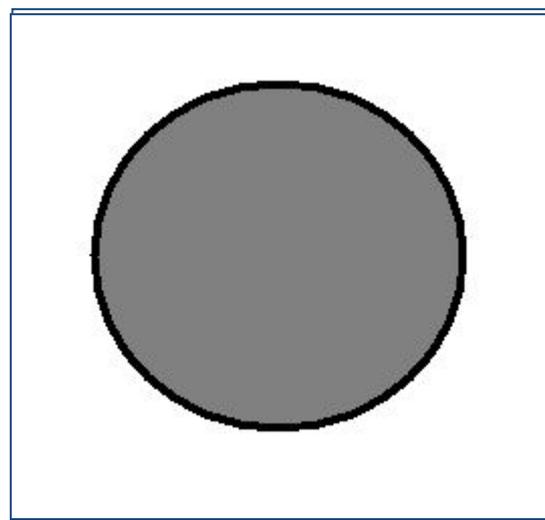
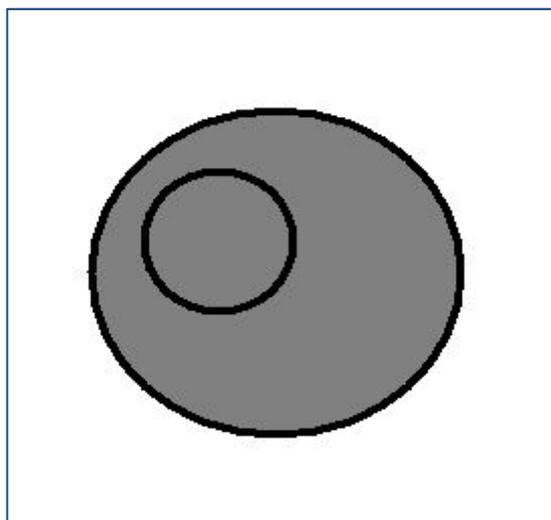
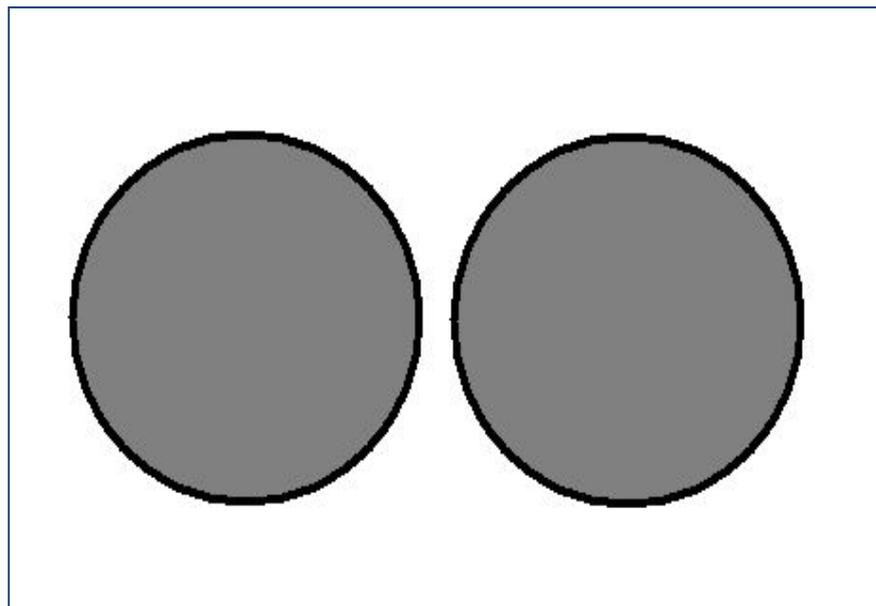
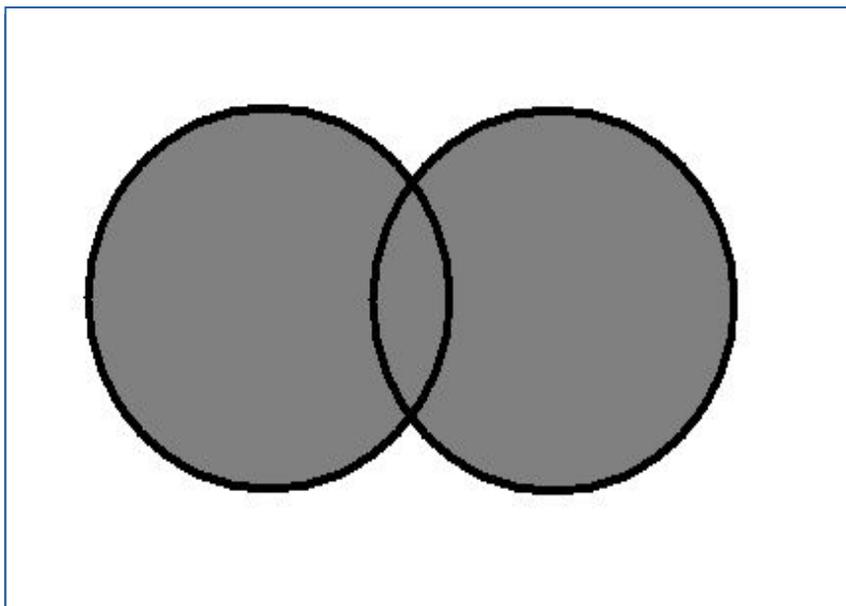
~~а) $A \subset B$; б) $B \subset C$; в) $C \subset A$; г) $C \subset B$?~~

Суммой, или объединением множеств А и В называется множество, состоящее из элементов, которые принадлежат **хотя бы одному из множеств** А или В.

Объединение множеств обозначается \cup

Пример: $\{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$.

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

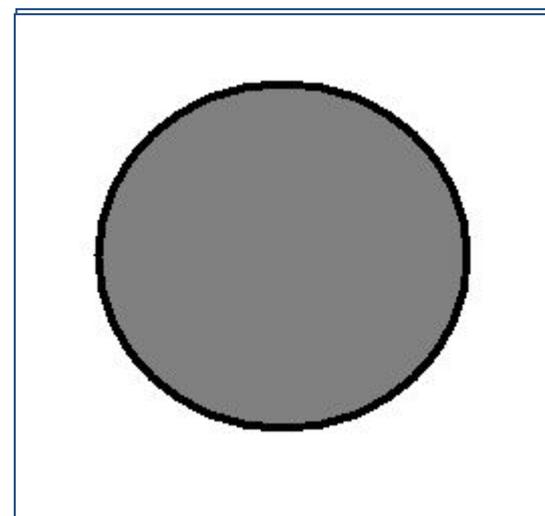
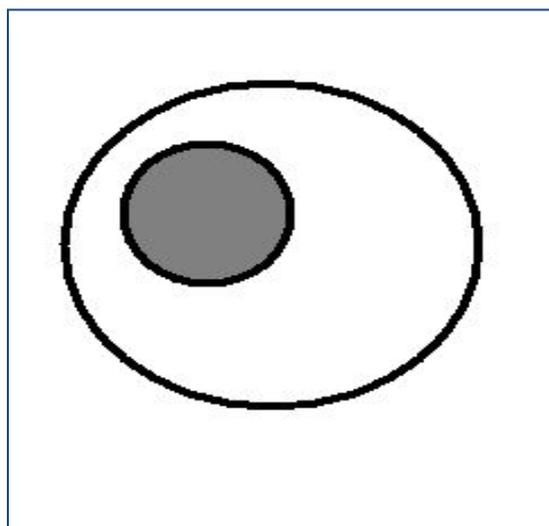
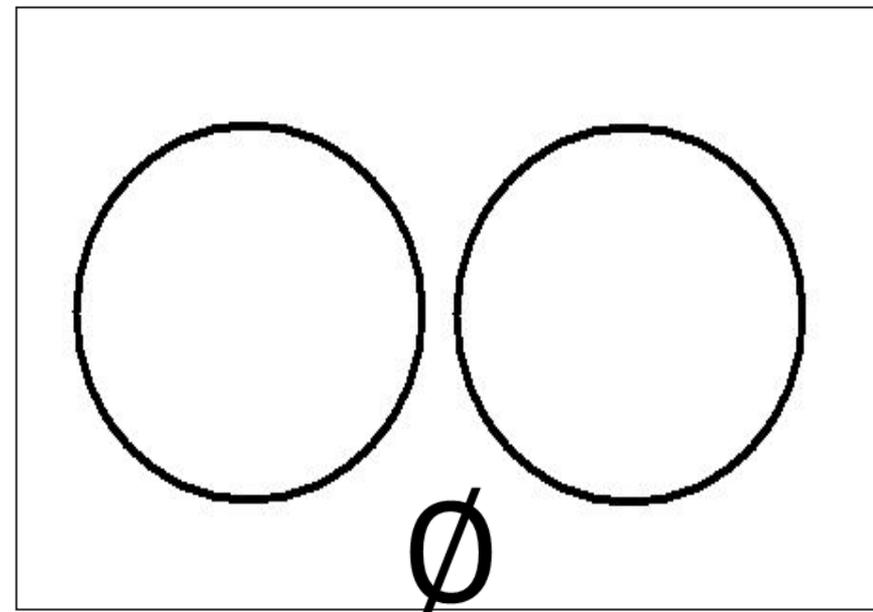
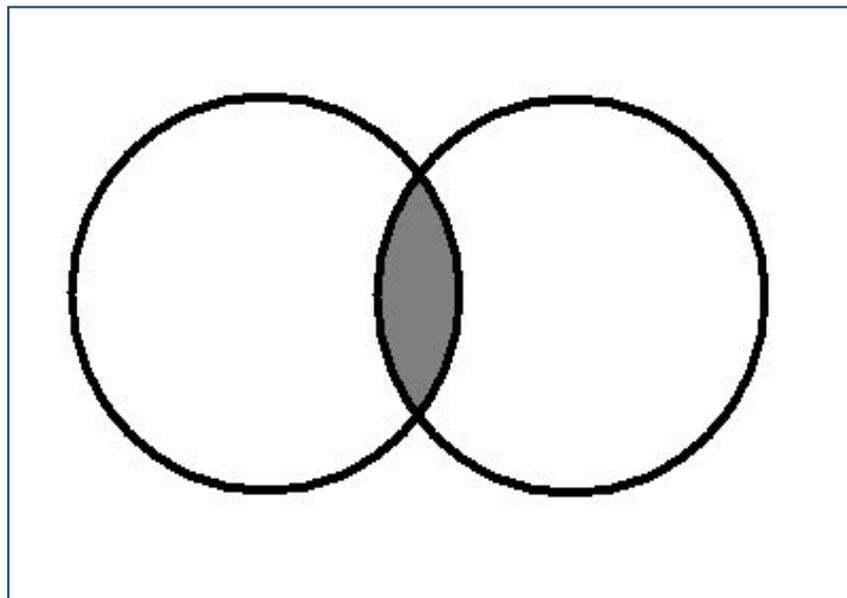


Пересечением любого конечного или бесконечного множества множеств называется **множество**, состоящее **из тех и только тех элементов**, которые принадлежат этим **множествам одновременно**.

Пересечение множеств обозначается \cap

Пример: $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ



Даны множества:

$$A = \{2; 3; 8\},$$

$$B = \{2; 3; 8; 11\},$$

$$C = \{5; 11\}.$$

Найдите: 1) $A \cup B$; 2) $A \cup C$; 3) $C \cup B$.

Даны множества:

$$A = \{a, b, c, d\},$$

$$B = \{c, d, e, f\},$$

$$C = \{c, e, g, k\}.$$

Найдите: $(A \cup B) \cup C$.

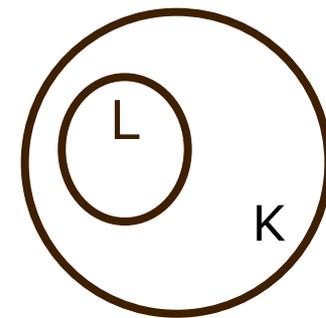
Даны множества:

**A - множество всех натуральных чисел,
кратных 10,**

B = {1; 2; 3; ..., 41}.

Найдите $A \cap B$.

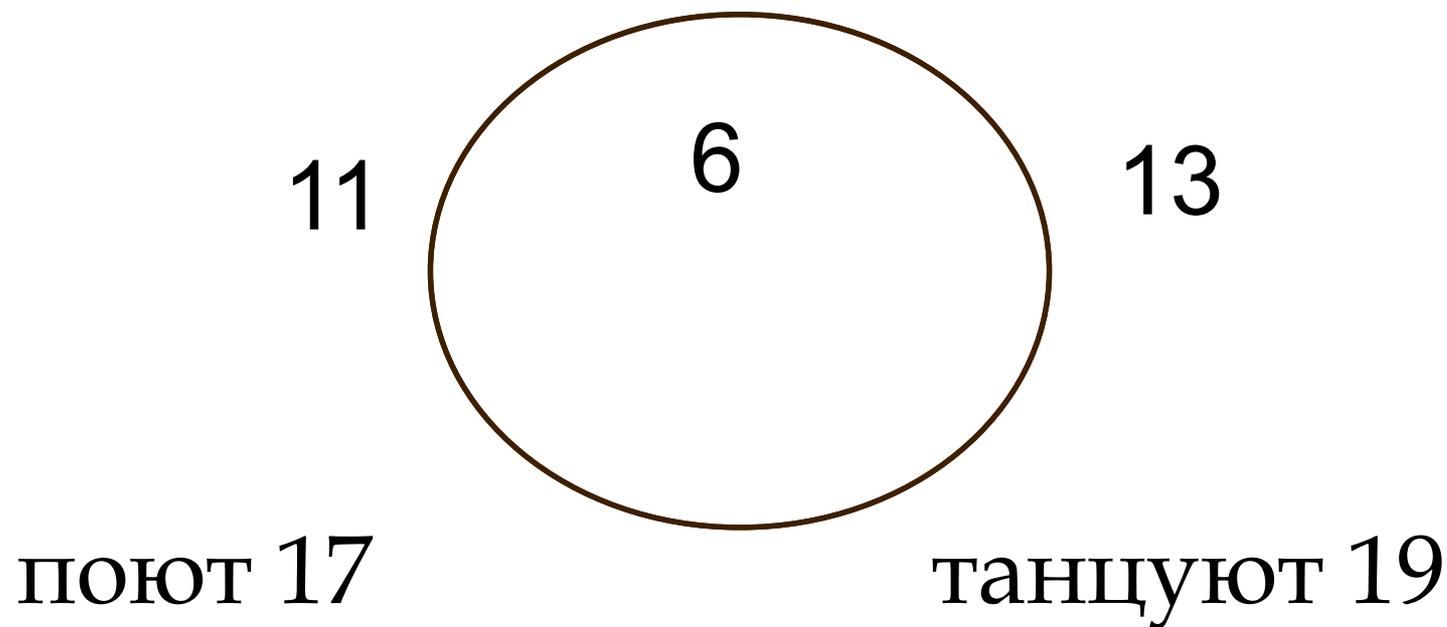
Решение задачи с помощью кругов Эйлера



Леонард Эйлер — швейцарский, немецкий и российский математик, внёсший значительный вклад в развитие математики, а также механики, физики, астрономии и ряда прикладных наук.

В классе 30 человек, каждый из которых поёт или танцует. Известно, что поют 17 человек, а танцевать умеют 19 человек. Сколько человек поёт и танцует одновременно?

Всего 30



$$17+19=36, \text{ всего } 30$$

$$36-30=6$$

На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка. Сколько человек в фирме не знают ни английского, ни немецкого языков?

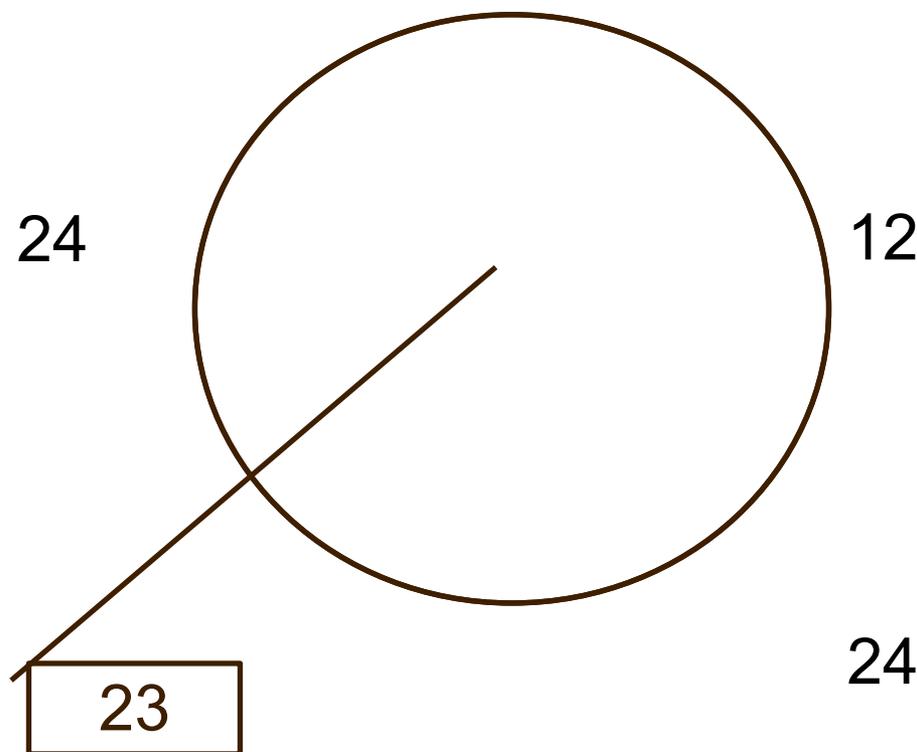
Английский 47

Всего 67

Немецкий 35

$$47 - 23 = 24$$

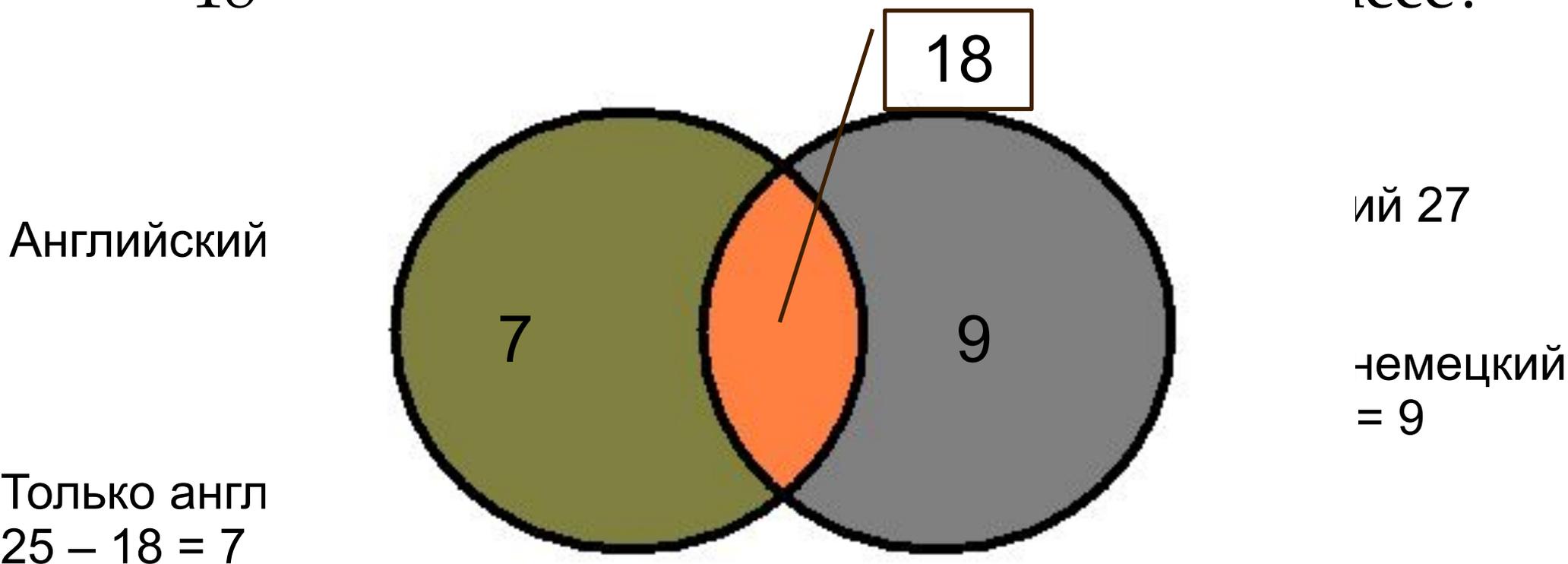
$$35 - 23 = 12$$



$$24 + 12 + 23 = 59$$

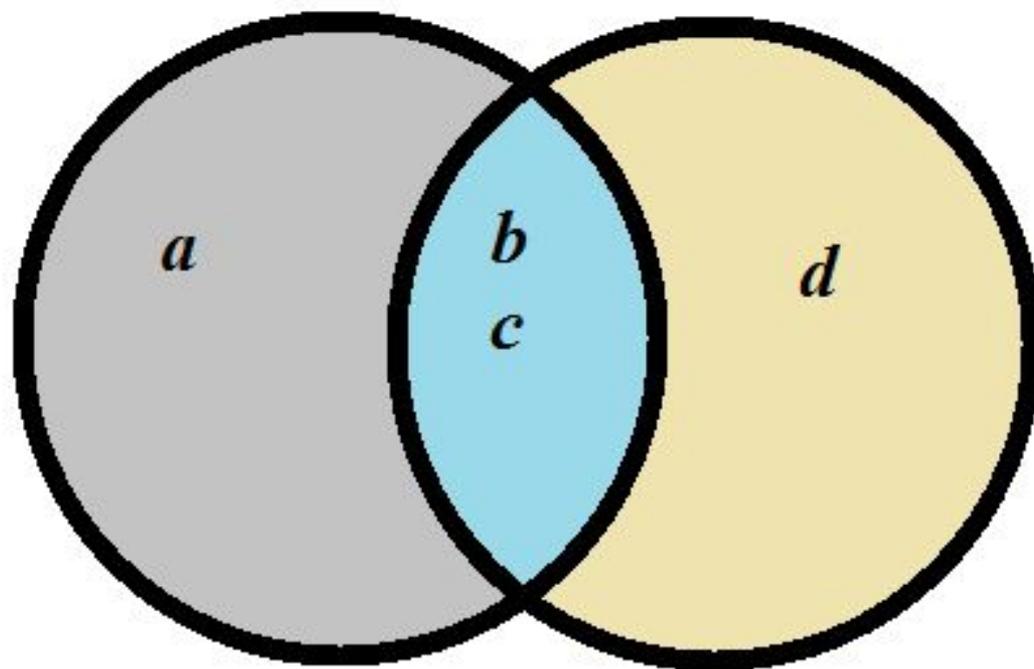
$$67 - 59 = 8$$

Каждый учащийся в классе изучает английский или французский язык. Английский язык изучают 25 учащихся, французский – 27 учащихся, а два языка – 18 учащихся. Сколько учащихся в классе?

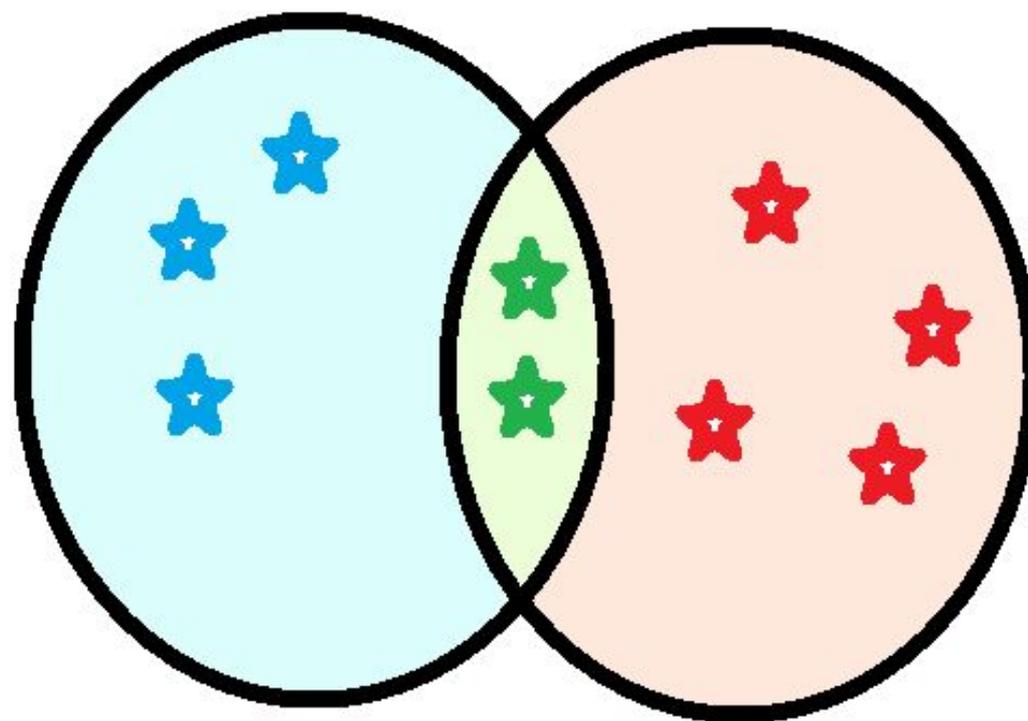


Ответ: в классе 34 ученика

Расположите 4 элемента в двух множествах так, чтобы в каждом из них было по 3 элемента.



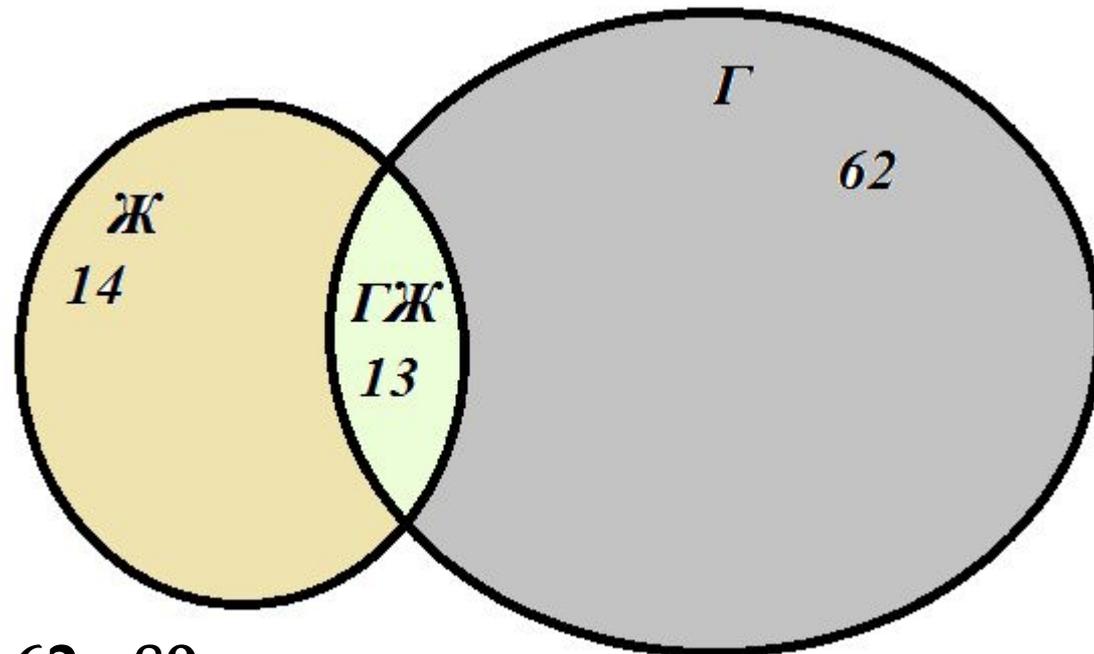
Множества A и B содержат соответственно 5 и 6 элементов, а множество $A \cap B$ - 2 элемента. Сколько элементов в множестве $A \cup B$?



Объединение содержит 9 элементов

Каждая семья, живущая в нашем доме, выписывает или газету, или журнал, или и то и другое вместе.

75 семей выписывают газету, а 27 семей выписывают журнал и лишь 13 семей выписывают и журнал, и газету. Сколько семей живет в н



Всего: $14 + 13 + 62 = 89$

Задачи

для самостоятельного решения

На школьной спартакиаде каждый из 25 учеников 9 -го класса выполнил норматив или по бегу, или по прыжкам в высоту.

Оба норматива выполнили 7 человек, а 11 учеников выполнили норматив по бегу, но не выполнили норматив по прыжкам в высоту.

Сколько учеников выполнили норматив:

а) по бегу;

б) по прыжкам в высоту;

в) по прыжкам при условии, что не выполнен норматив по бегу?

Из 52 школьников 23 собирают значки, 35 собирают марки, а 16 – и значки, и марки. Остальные не увлекаются коллекционированием.

Сколько школьников не увлекаются коллекционированием?

В воскресенье 19 учеников нашего класса побывали в планетарии, 10 – в цирке и 6 – на стадионе. Планетарий и цирк посетили 5 учеников; планетарий и стадион – 3; цирк и стадион – 1.

Сколько учеников в нашем классе, если никто не успел посетить все три места, а три ученика не посетили ни одного места?