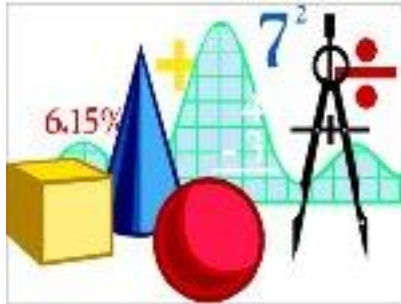


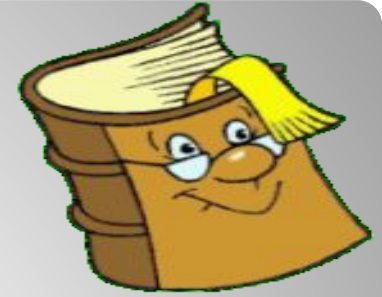
ГККП «Музыкальный колледж имени
Курмангазы»

***Параллельные прямые в пространстве.
Признак параллельности прямых. Признак
параллельности прямой и плоскости.
Признак параллельности плоскостей.
Существование плоскости, параллельной
данной плоскости.***



Выполнила:
Катаева Сагира Насибулловна
учитель математики

Западно – Қазақстанская область
Уральск
2014 г.



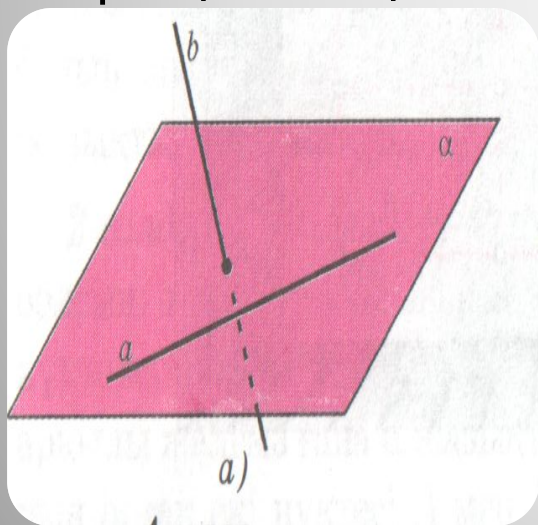
- : **Развивающие:** создать условия для развития познавательной активности учащихся, познавательного интереса к предмету; развивать навыки самостоятельной деятельности учащихся; развивать навыки самоконтроля; развивать активность учащихся, формировать учебно-познавательные действия, коммуникативные, исследовательские навыки учащихся, умение анализировать и устанавливать связь между элементами темы.
- **Воспитывающие:** создать условия успешности ученика на уроке; воспитывать культуру умственного труда; способность к самоанализу, рефлексии; развивать умение рецензировать и корректировать ответы товарищей. воспитывать умение критически относиться к результатам деятельности; обеспечить гуманистический характер Цели обучения;

Цели урока:

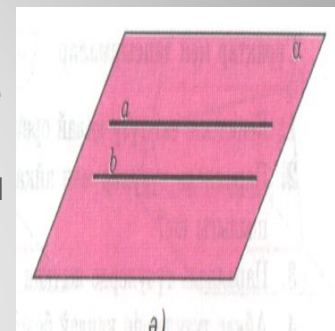
Взаимное расположение двух прямых на плоскости :

Определение:

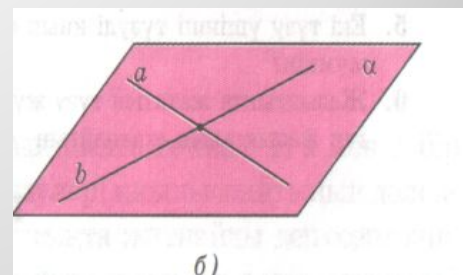
Прямые, которые не пересекаются и не лежат в одной плоскости, называются скрещивающимися



Определение: Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются

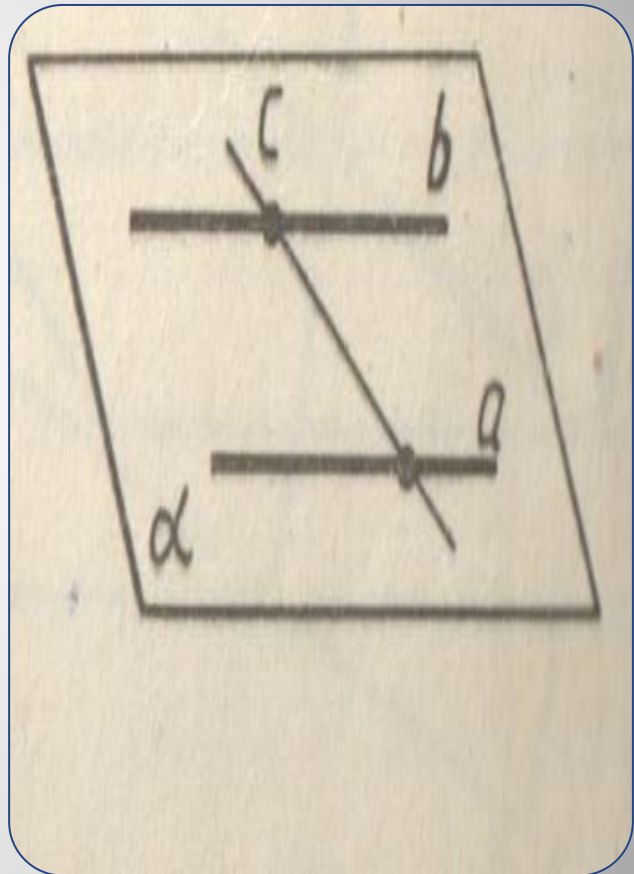


Определение. Если прямые имеют одну общую точку и лежат в одной плоскости, то они пересекаются.



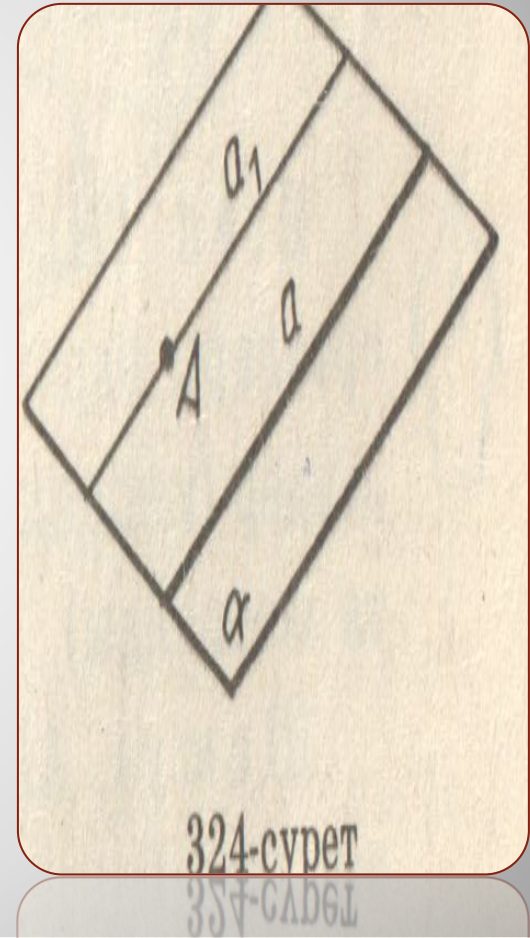
- **Задача (3).** Докажите, что все прямые, пересекающие две данные параллельные прямые, лежат в одной плоскости.
- **Решение.** Так как данные прямые a и b параллельны, то через них можно провести плоскость (рис. 323). Обозначим ее α . Прямая c , пересекающая данные параллельные прямые, имеет с плоскостью две общие точки — точки пересечения с данными прямыми. По теореме 15.2 эта прямая лежит в плоскости α . Итак, все прямые, пересекающие две данные параллельные прямые, лежат в одной плоскости — плоскости α .

Параллельные прямые в пространстве



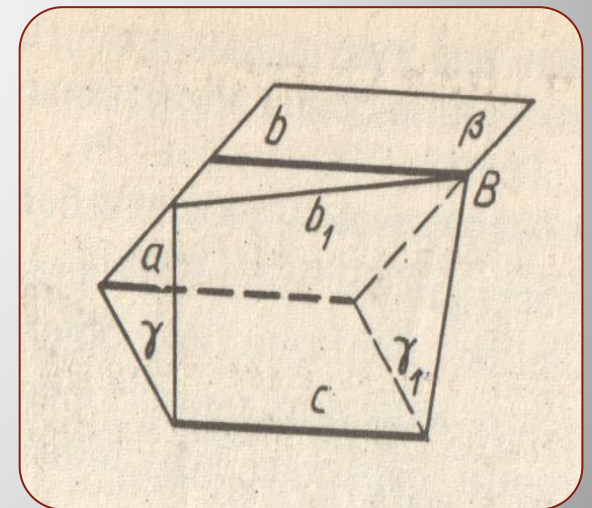
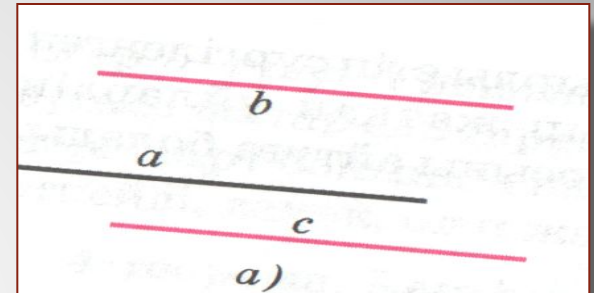
- **16.1. Через точку вне данной прямой можно провести прямую, параллельную этой прямой, и притом только одну.**
- Замечание. Утверждение единственности в теореме 16.1 не является простым следствием аксиомы параллельных, так как этой аксиомой утверждается единственность прямой, параллельной данной в данной плоскости. Поэтому она требует доказательства.
- Доказательство. Пусть a — данная прямая и A — точка, не лежащая на этой прямой (рис. 324). Проведем через прямую a и точку A плоскость α . Проведем через точку A в плоскости α прямую a_1 , параллельную a . Докажем, что прямая a_1 , параллельная a , единственна.
- Допустим, что существует другая прямая a_2 , проходящая через точку A и параллельная прямой a .
- Через прямые a и a_2 можно провести плоскость α_2 . Плоскость α_2 проходит через прямую a и точку A , следовательно, по теореме 15.1 она совпадает с α . Теперь по аксиоме параллельных прямые a_1 и a_2 совпадают. Теорема доказана.

Параллельные прямые в пространстве



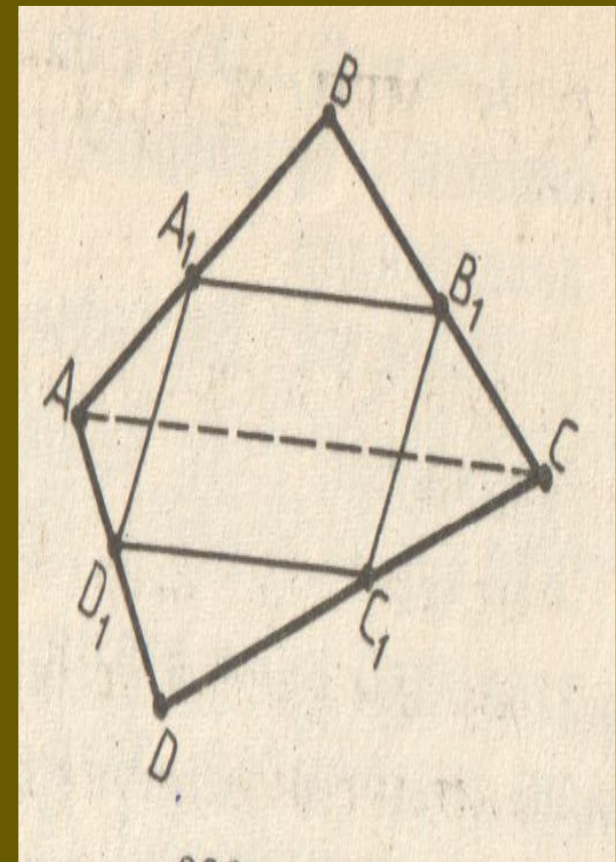
- **Теорема 16.2. Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны.**
- **Доказательство.** Пусть прямые b и c параллельны прямой a . Докажем, что прямые b и c параллельны. Случай, когда прямые a , b , c лежат в одной плоскости, был рассмотрен в планиметрии. Поэтому предположим, что наши прямые не лежат в одной плоскости. Пусть α — плоскость, в которой лежат прямые a и b , а γ — плоскость, в которой лежат прямые a и c . Плоскости α и γ различны. Отметим на прямой b какую-нибудь точку B и проведем плоскость β через прямую c и точку B . Она пересечет плоскость α по прямой b_1 . Прямая b_1 не пересекает плоскость γ . Действительно, точка пересечения должна принадлежать прямой a , так как прямая b_1 лежит в плоскости α с другой стороны, она должна лежать и на прямой c , так как прямая b_1 лежит в плоскости β . Но прямые a и c как параллельные не пересекаются. Так как прямая b_1 лежит в плоскости α и не пересекает прямую a , то она параллельна a , а значит, совпадает с b по аксиоме параллельных. Таким образом, прямая b , совпадая с прямой b_1 , лежит в одной плоскости с прямой c (в плоскости β) и не пересекает ее. Значит, прямые b и c параллельны. Теорема доказана.

Признак параллельности прямых



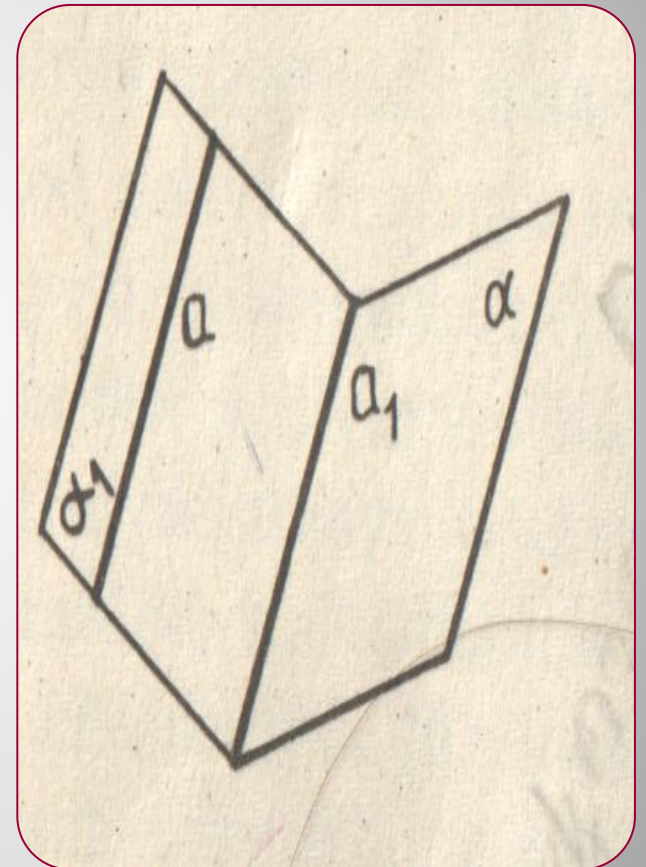
- **Задача (11). Докажите, что середины сторон пространственного четырехугольника являются вершинами параллелограмма (вершины пространственного четырехугольника не лежат в одной плоскости).**
- **Решение. Пусть $ABCD$ — данный пространственный четырехугольник (рис. 326). Пусть A_1, B_1, C_1, D_1 — середины его сторон. Тогда A_1B_1 — средняя линия треугольника ABC , параллельная стороне AC , C_1D_1 — средняя линия треугольника ACD , тоже параллельная стороне AC . По теореме 16.2 прямые A_1B_1 и C_1D_1 параллельны, а значит, лежат в одной плоскости. Точно так же доказывается параллельность прямых A_1D_1 и B_1C_1 . Итак, четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$ лежит в одной плоскости и его противоположные стороны параллельны. Следовательно, он параллелограмм.**
- **138. Признак параллельности прямой плоскости**
- **Прямая и плоскость называются параллельными, если они не пересекаются**

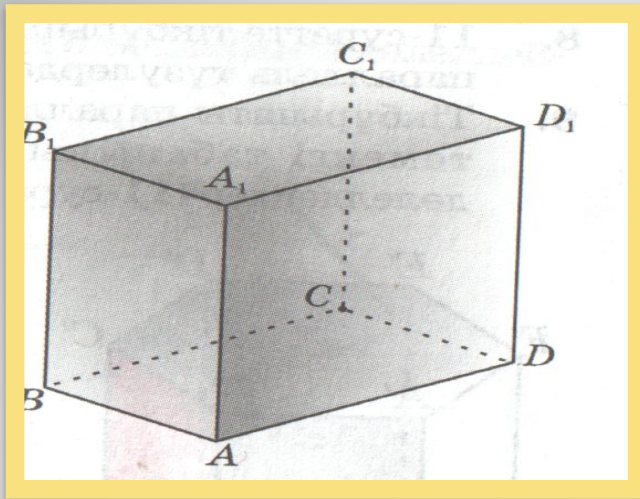
Признак параллельности прямой и плоскости



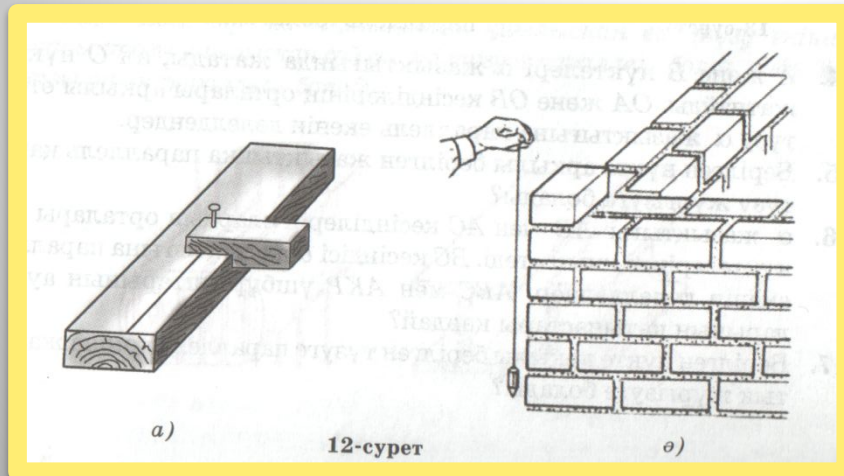
- **Теорема 16.3. Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой плоскости, то она параллельна и самой плоскости.**
- Доказательство. Пусть α — плоскость, a — не лежащая в ней прямая и a_1 — прямая в плоскости α , параллельная прямой a . Проведем плоскость α_1 через прямые a и a_1
- Плоскости α и α_1 пересекаются по прямой a_1 . Если бы прямая a пересекала плоскость α , то точка пересечения принадлежала бы прямой a_1 . Но это невозможно, так как прямые a и a_1 параллельны.
- Итак, прямая a не пересекает плоскость α , а значит, параллельна
- плоскости α . Теорема доказана.

Параллельность прямой и плоскости.





**Параллельность
прямой и плоскости.**



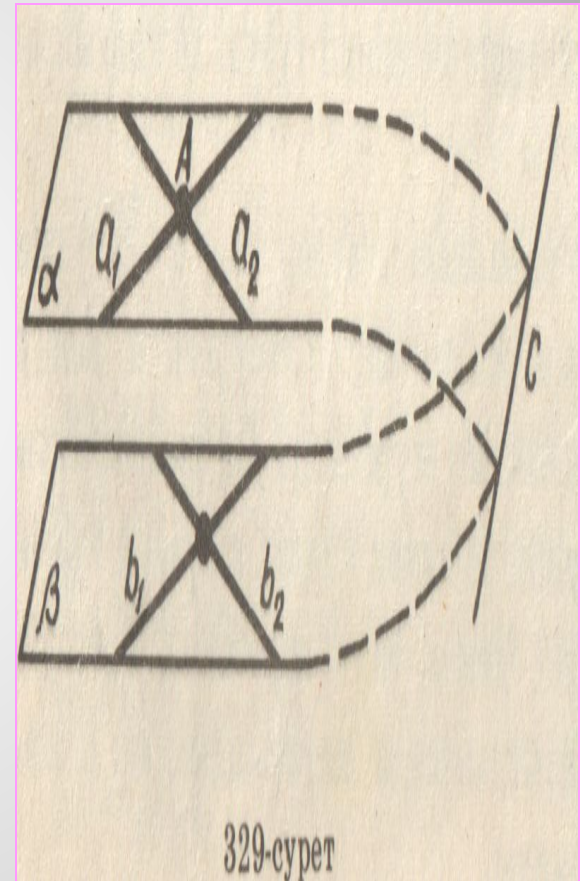
а)

12-сурет

б)

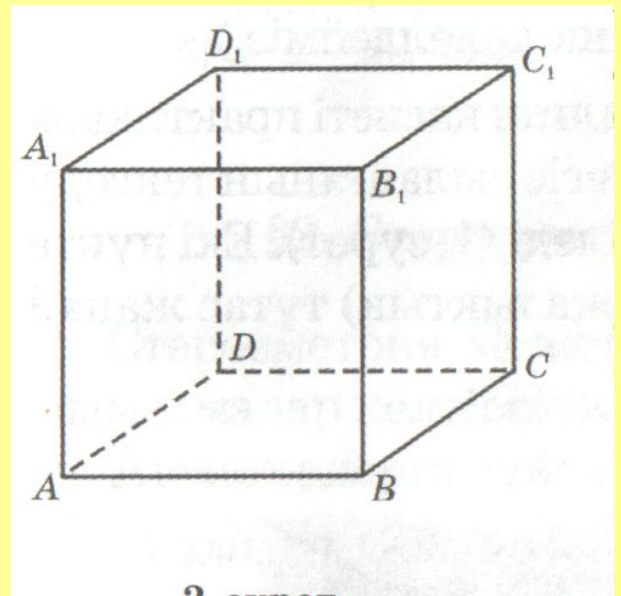
- **Две плоскости называются**
- **параллельными, если они не пересекаются.**
- **Теорема 16.4. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.**
- **Доказательство.** Пусть α и β данные плоскости, a_2 и a_1 — прямые в плоскости α , пересекающиеся в точке A , b_1 и b_2 — соответственно параллельные им прямые в плоскости β . Допустим, что плоскости α и β не параллельны, т. е. пересекаются по некоторой прямой c . По теореме 16.3 прямые a_2 и a_1 , как параллельные прямым b_1 и b_2 » параллельны плоскости β , и поэтому они не пересекают лежащую в этой плоскости прямую c . Таким образом, в плоскости α через точку A проходят две прямые (a_2 и a_1), параллельные прямой c . Но это невозможно по аксиоме параллельных. Мы пришли к противоречию. Теорема доказана.

Признак параллельности плоскостей



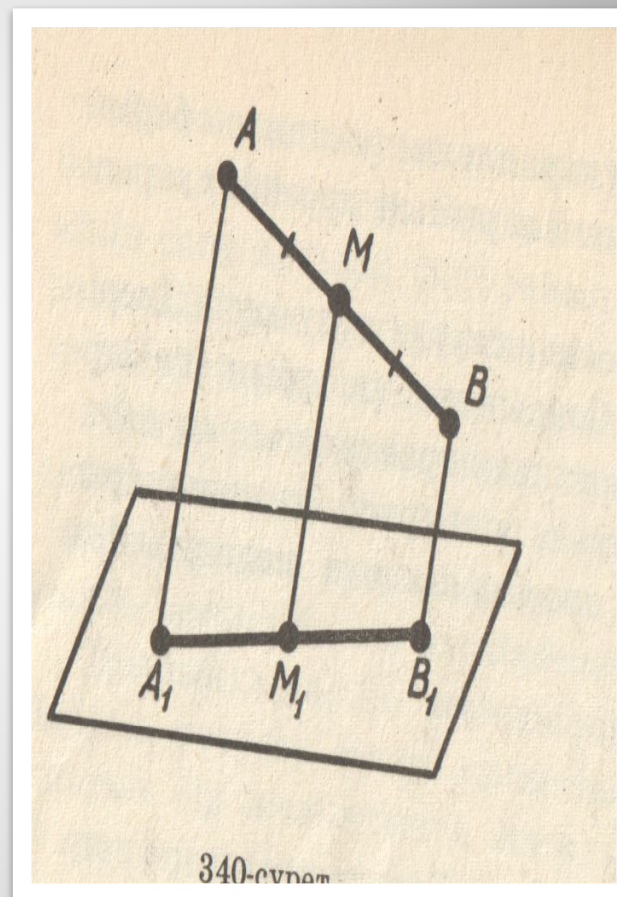
- №6
- Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
А) Укажите параллельные ребры куба. Сколько параллельных ребер с одним ребром ? Б) Укажите скрещивающиеся ребры. Сколько скрещивающихся ребер с одним ребром.

Признак параллельности плоскостей



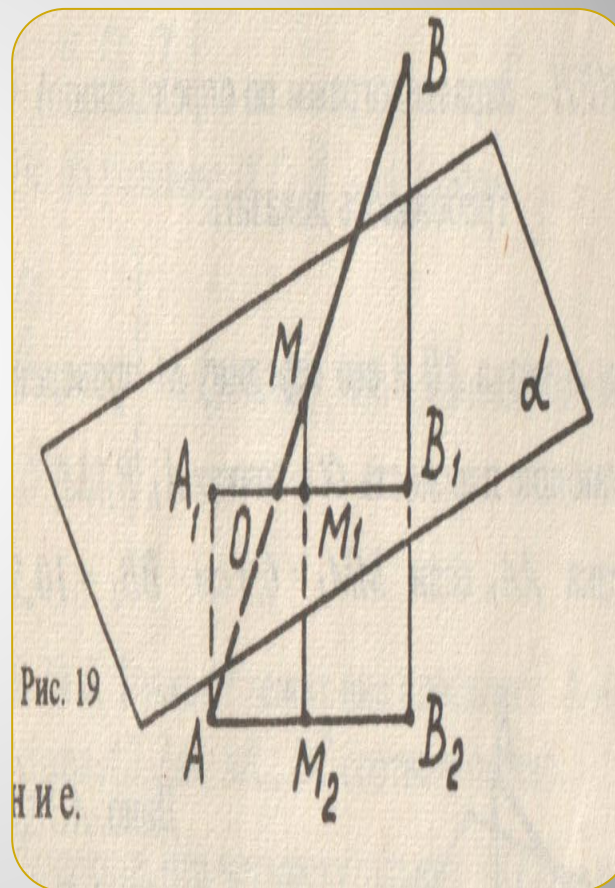
- №5. Через концы отрезка AB и его середину M проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1, M_1 . Найдите длину отрезка MM_1 если :
 - 1) $AA_1 = 3\text{м}$, $BB_1 = 7\text{м}$,
 - 2) $AA_1 = 3,6\text{дм}$, $BB_1 = 4,8\text{дм}$,
 - 3) $AA_1 = 8,3\text{м}$, $BB_1 = 4,1\text{см}$,
 - 4) $AA_1 = a$, $BB_1 = b$.

Признак параллельности прямой и плоскости



- №6*. Отрезок AB пересекает плоскость α . Через концы отрезка в его середину M проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1, M_1 . Найдите длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 5,7$ см, $BB_1 = 8,5$ см.
- Жауабы. 7,1 см

Признак параллельности прямой и плоскости



- №7. Через конец A отрезка проведена плоскость. Через конец B и точку C этого отрезка проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость в точках B_1 и C_1 . Найдите длину отрезка BB_1 :
- 1) $CC_1 = 15\text{ м}$, $AC:BC = 2:3$; 2) $CC_1 = 8,1\text{ см}$, $AB:AC = 11:9$; 3) $AB = 6\text{ см}$, $AC:CC_1 = 2:5$;
- 4) $AC = a$, $BC = b$, $CC_1 = c$.

Признак параллельности прямой и плоскости.

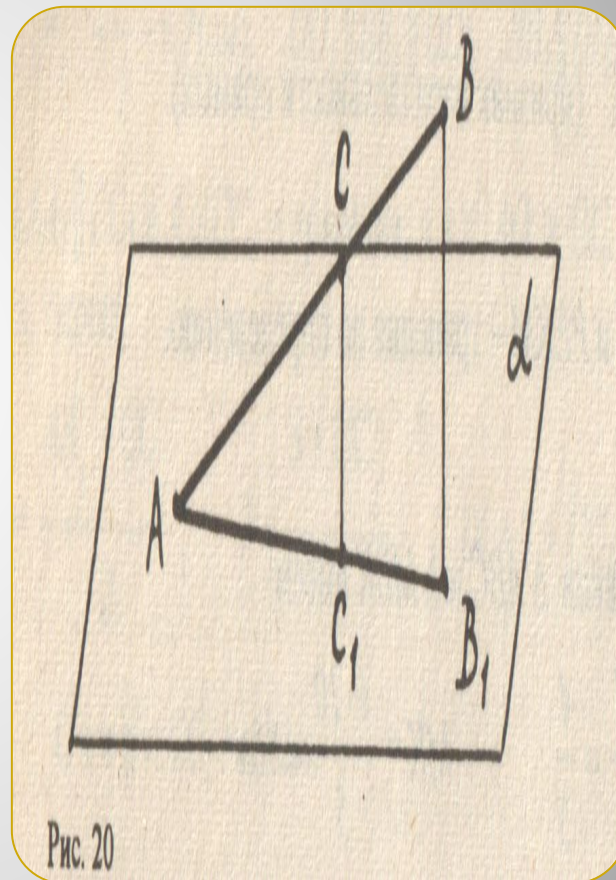
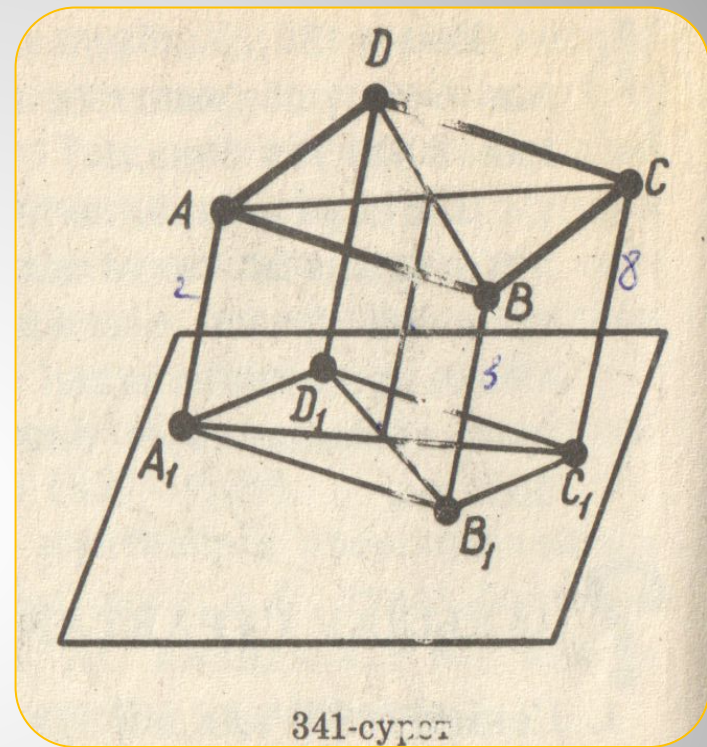


Рис. 20

- №8*. Даны ABCD параллелограмм и не пересекающая его плоскость. Через вершины параллелограмма проведены параллельные прямые, пересекающие данную плоскость в точках A_1, B_1, C_1, D_1 . Найдите длину отрезка DD_1 , если:
 - $AA_1 = 2\text{м}$ $BB_1 = 3\text{м}$, $CC_1 = 8\text{м}$
 - $AA_1 = 4\text{м}$ $BB_1 = 3\text{м}$, $CC_1 = 1\text{м}$
 - $AA_1 = a$, $BB_1 = b$, $CC_1 = c$

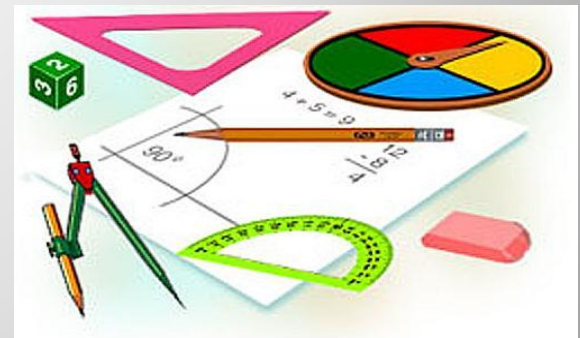


ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.



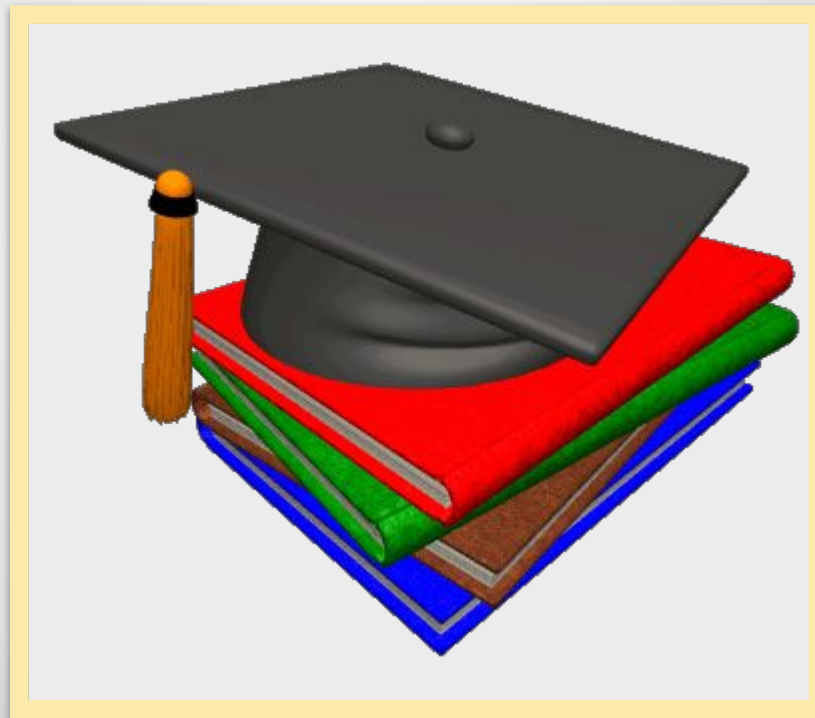
Домашнее задание

- П. 136, 137, 138, 139;
- №7 Основание пирамиды $SABCD$ – квадрат. Точки K, M, N, P, R – середины сторон AS, DS, AD, SB, AB . а) $KM \parallel BC$; б) $PR \parallel MN$.
- Приведите примеры на параллельные прямые в пространстве.



Библиография

- ❖ А.В. Погорелов
«Геометрия, 7-11», М., Алматы: Рауан, 1997





СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

