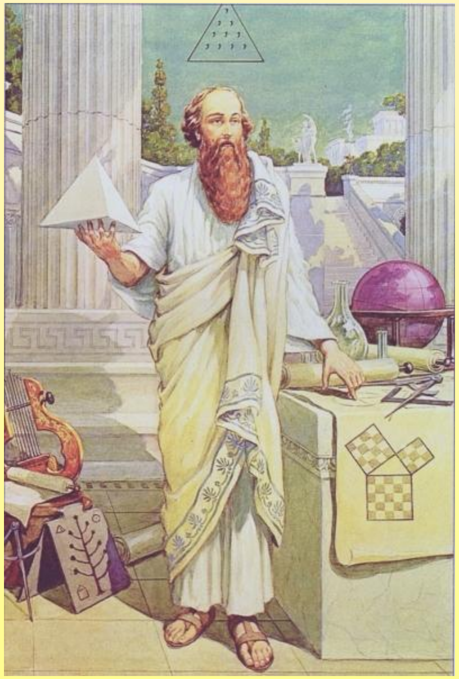
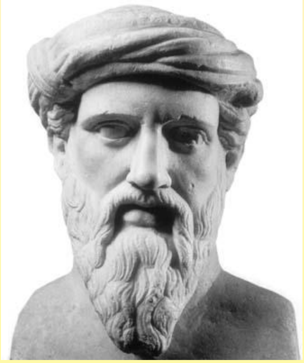
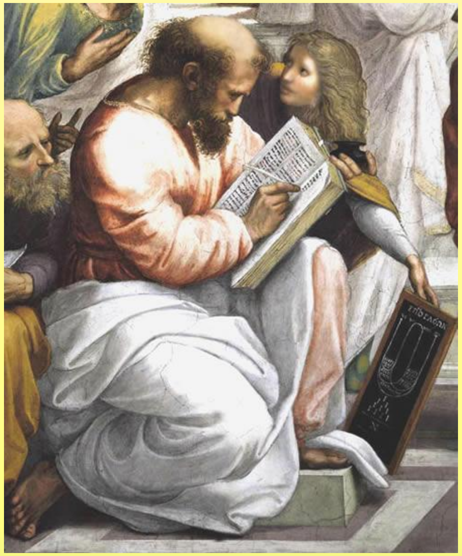
Пифагор.
Теорема Пифагора.
Способы её доказательства.

Пышкова Ольга
МАОУ СОШ № 30
г. Калининград

Пифагор – древнегреческий философ, математик и мистик. Историю жизни Пифагора трудно отделить от легенд, представляющих его в качестве совершенного мудреца. Античные авторы нашей эры отдают Пифагору авторство известной теоремы: квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов.







Такое мнение основывается на сведениях Аполлорда-исчислителя и на стихотворных строках:
«В день, когда Пифагор открыл свой чертёж знаменитый,
Славную он за него жертву быками воздвиг»

Пифагор — древнегреческий ученый (VI в. до н. э.)

Алгебраическая формулировка теоремы:

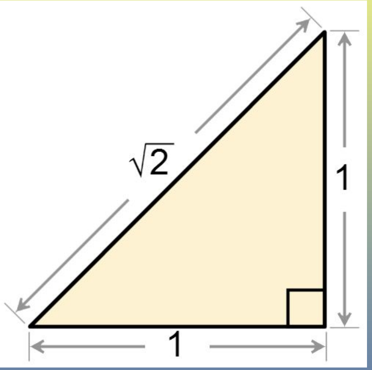
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Геометрическая формулировка теоремы:

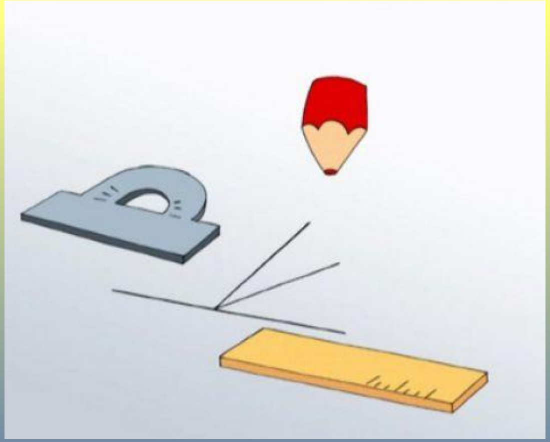
В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.

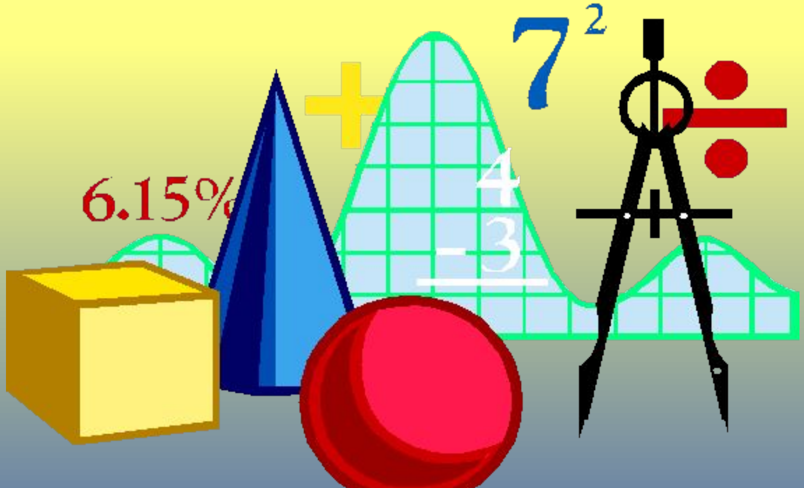
Теорема, обратная теореме Пифагора:

*Для всякой тройки положительных чисел a, b и c, такой, что (a*a)+(b*b)=c*c существует прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c.*



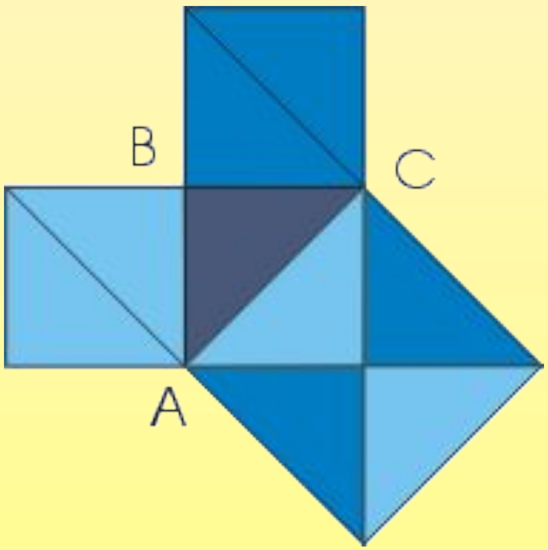
Существует около 500 различных способов доказательства теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д) Рассмотри некоторые из них.





Простейшее доказательство.

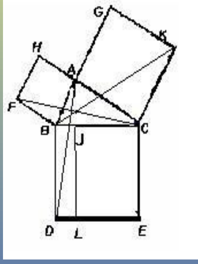
Простейшее доказательство теоремы получается в простейшем случае равнобедренного прямоугольного треугольника. В самом деле, достаточно просто посмотреть на мозаику равнобедренных прямоугольных треугольников, чтобы убедиться в справедливости теоремы. Например, для треугольника ABC: квадрат, построенный на гипотенузе AC, содержит 4 исходных треугольника, а квадраты, построенные на катетах, по два.
Теорема доказана.



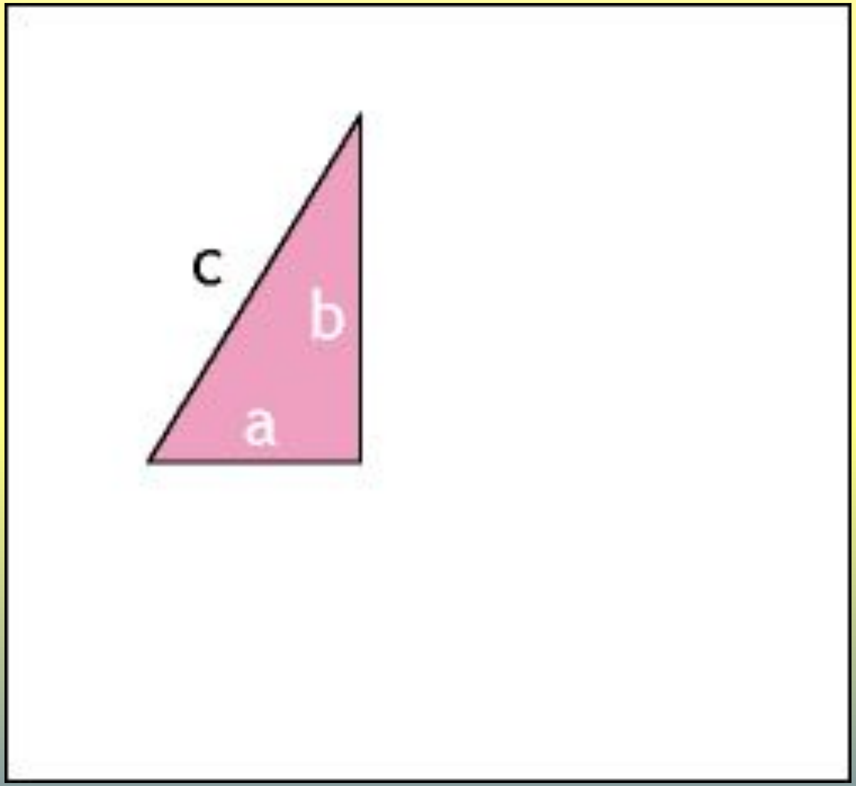
Доказательство Евклида:

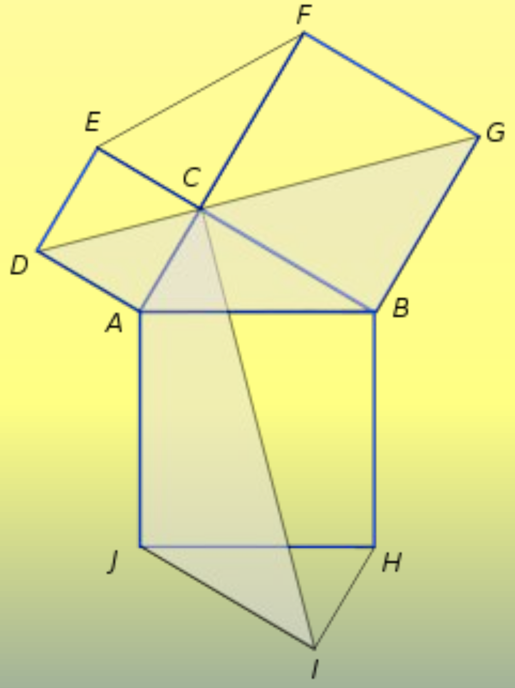
Данное доказательство приведено в предложении 47 первой книги «Начал». На гипотенузе и катетах прямоугольного треугольника ABC строятся соответствующие квадраты и доказывается, что прямоугольник BJLD равновелик квадрату ABFH, а прямоугольник ICEL — квадрату AC КС. Тогда сумма квадратов на катетах будет равна квадрату на гипотенузе.

В самом деле, затушеванные на рисунке треугольники ABD и BFC равны по двум сторонам и углу между ними: FB=AB, BC==BD и ∠FBC=d+∠ABC=∠ABD. Но SABD=1/2 SBJLD, так как у треугольника ABD и прямоугольника BJLD общее основание BD и общая высота LD. Аналогично SFBC=1\2 SABFH (BF—общее основание, AB—общая высота). Отсюда, учитывая, что SABD=SFBC , имеем SBJLD= SABFH. Аналогично, используя равенство треугольников ВСК. и АСЕ, доказывается, что SJCEL=SACKG. Итак, SABFH+SACKG=SBJLD+SJCEL= SBCED , что и требовалось доказать. Доказательство Евклида в сравнении с древнекитайским или древнеиндийским выглядит чрезмерно сложным. По этой причине его нередко называли «ходульным» и «надуманным».



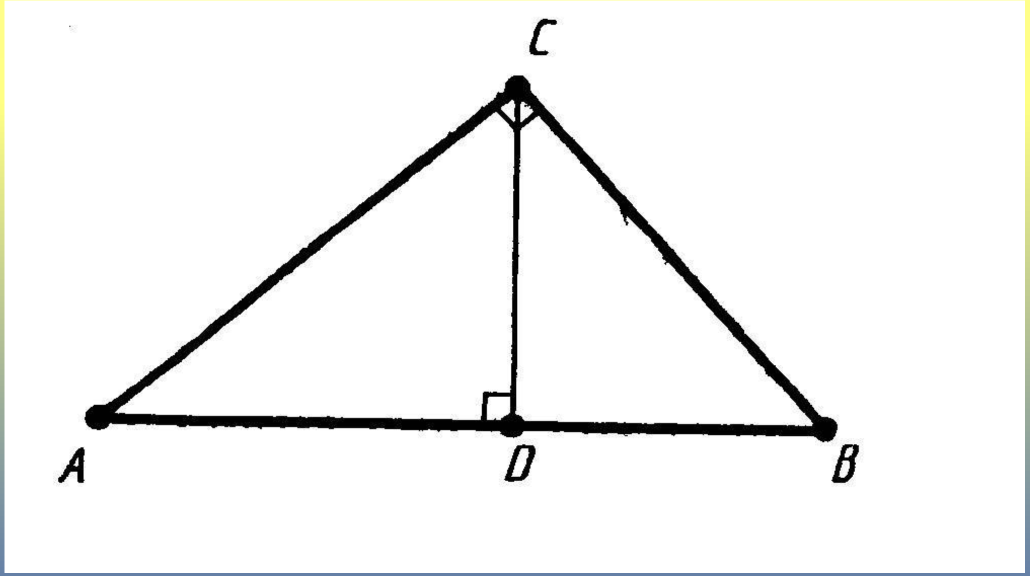
Для алгебраического доказательство теоремы прямоугольный треугольник с катетами a, b и гипотенузой c, достраивается до квадрата со стороной c.



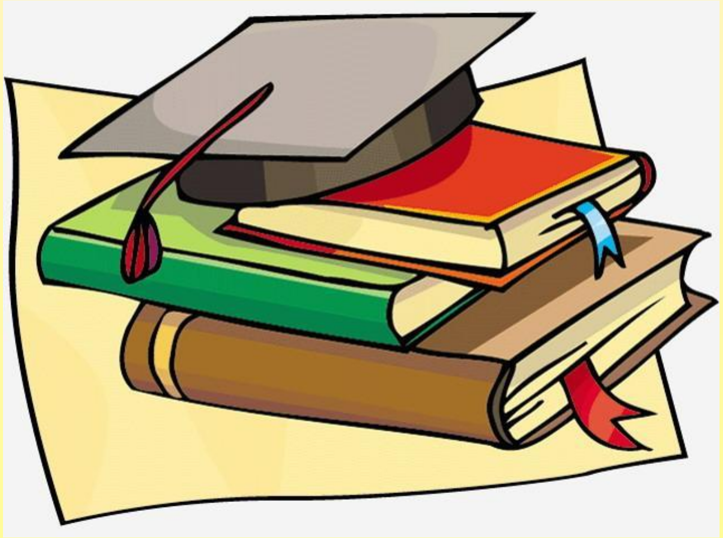


ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА ЧЕРЕЗ КОСИНУС УГЛА:

Пусть ABC — данный прямоугольный треугольник с прямым углом C. Проведем высоту CD из вершины прямого угла C (рис. 4).
*По определению косинуса угла (Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе) cosA=AD/AC=AC/AB. Отсюда AB*AD=AC2. Аналогично cosB=BD/BC=BC/AB. Отсюда AB*BD=BC2. Складывая полученные равенства почленно и замечая, что AD+DB=AB, получим: AC2+BC2=AB(AD + DB)=AB2.*
Теорема доказана.



Тест 1



Тест 2