Применение Пифагоровых троек в задачах

Сведения об авторе

Автор – Антонова Валерия , ученица 10 класса ;
Руководитель - Барабанова Светлана Викторовна,
Тел. 89606568507,e-mail: bar5051@mail.ru
Адрес - Московская область ,Красногорский район, село Петрово-Дальнее, ул.Суворовская , д.1 , тел.(495)6352408, e-mail: nou-mirznaniy@mail.ru
НОУ СОШ с углубленным изучением иностранных языков «Мир знаний»

Аннотация проекта

Цель

Научиться «видеть» Пифагоровы тройки и пользоваться ими при решении задач.

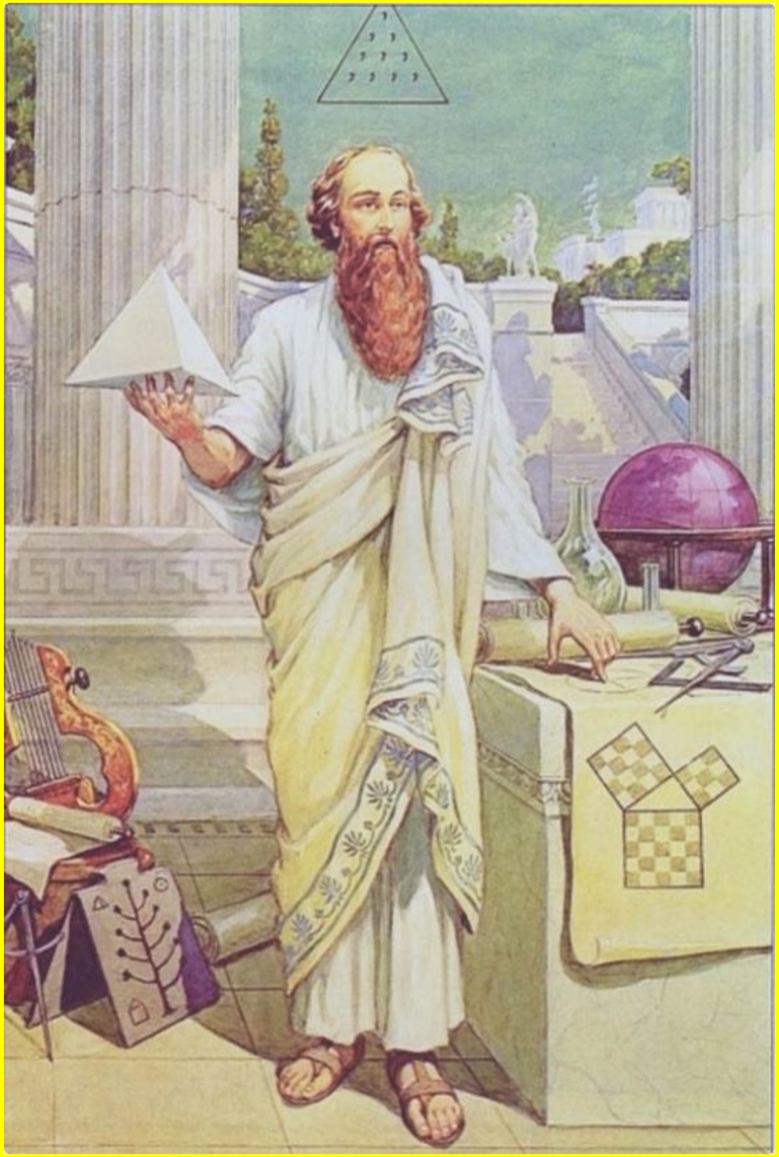
Задачи

Провести классификацию типов задач с использованием Пифагоровых троек.
Привести примеры и решения задач по каждому типу различного уровня сложности.

Краткое содержание

Немного о Пифагоре и его тройках. . Алгоритм составления задач и иллюстрация принципов, используемых при создании и поиске задач в учебниках. Задачи автора проекта, их классификация и решение с помощью Пифагоровых троек. Важность и значимость знаний Пифагоровых троек.

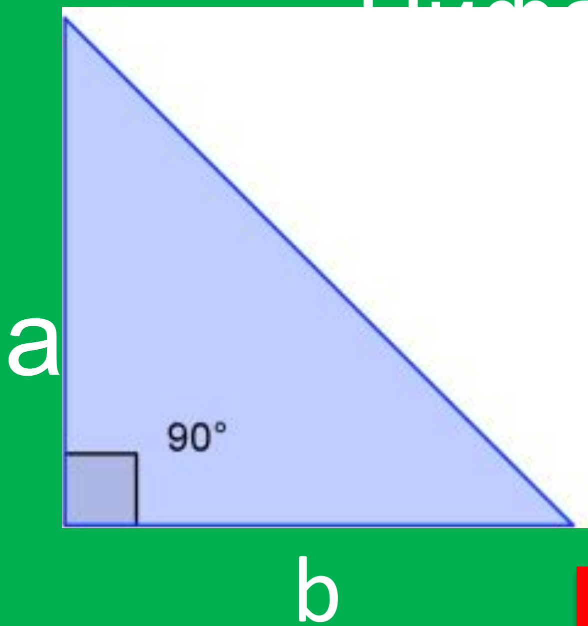
Пифагор



Не гоняйся за счастьем: оно всегда находится в тебе самом.

Пифагор Самосский (570 — 490 г г. до н. э.) — древнегреческий философ и математик, создатель религиозно-оккультной школы пифагорейцев.

Что такое Пифагоровы тройки?



$$a^2 + b^2 = c^2$$

3 **4** **5**

Пифагорова тройка

Вывод: Пифагоровы тройки – это такие тройки натуральных чисел, которые идеально подходят под теорему Пифагора.

Основные Пифагоровы Тройки

(3;4;5)
(6;8;10)
(0,6;0,8;1)
(9;12;15)
(12;16;20)
(15;20;25)

(5;12;13)
(8;15;17)
(20;21;29)
(7;24;25)

Вывод: можно заметить закономерность образования этих троек: каждая следующая больше фундаментальной тройке в n-ое количество раз.

Вопрос: как образуются тройки этого ряда?
Мы выяснили, что их можно получить с помощью диофантовых уравнений.

Диофантово уравнение

$x^n + y^n = z^n$

При $n = 2$

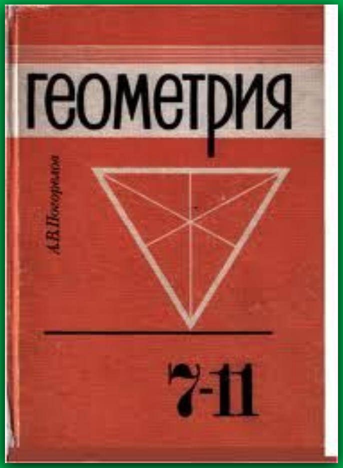
решениями

этого уравнения

являются .

Поиск информации

Были проанализирован задачный материал учебников по алгебре и геометрии 8-11 классов.



Принципы поиска задач:

1. Обнаружить в условии задачи присутствие двух чисел из Пифагоровой тройки.

2. Если в решении задачи используется теорема Пифагора, значит в ней есть возможность использования Пифагоровой тройки.

3. Если в решении задачи рассматривается прямоугольный треугольник.

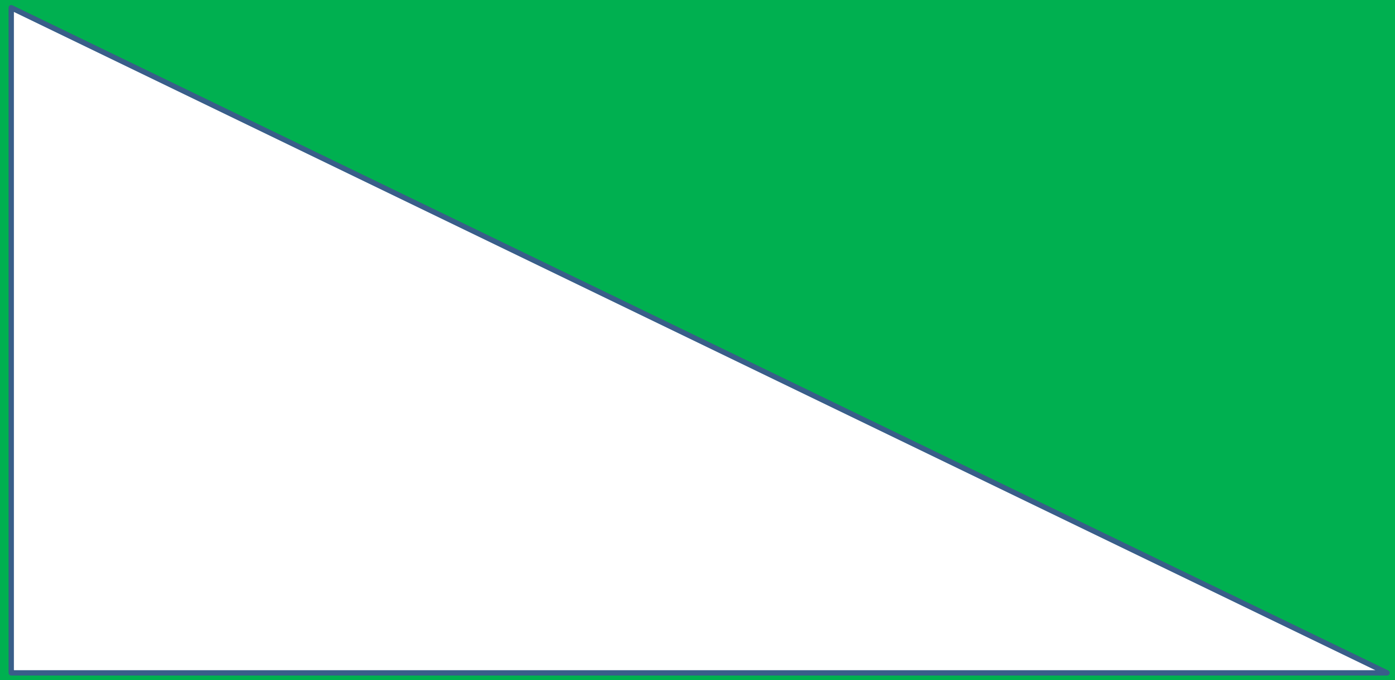
Вывод: обнаружено более сотни задач, которые можно решать с помощью Пифагоровых троек.

Классификация задач

1. Вычисление **элементов** прямоугольных треугольников.
2. Вычисление значений **тригонометрических** функций.
3. Вычисление дискриминанта при решении **квадратных** уравнений.
4. Решение задач по теме правильная **пирамида**.
5. Решение задач по теме **конус**.

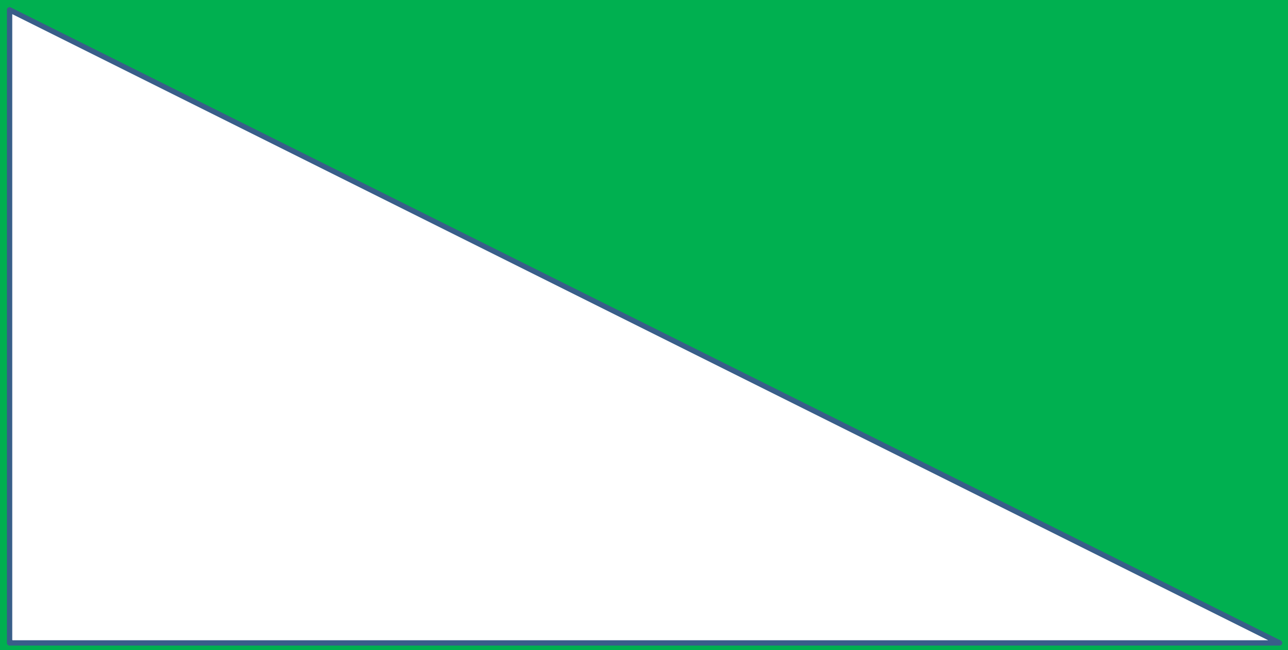
Вычисление элементов прямоугольного треугольника

Найти гипотенузу по 2 катетам: (3;4; **5**);(5; 12;**13**);(0,6;0,8;**1**)



Вычисление элементов прямоугольного треугольника

Найти катет, зная второй катет и гипотенузу:(**6**;8;10);(8; **15**;17)



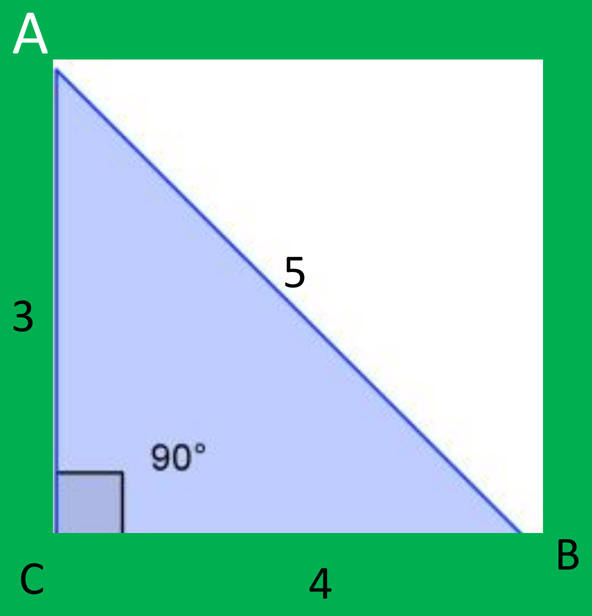
Вычисление элементов прямоугольного треугольника

Найти cos A, если sin A=0.8

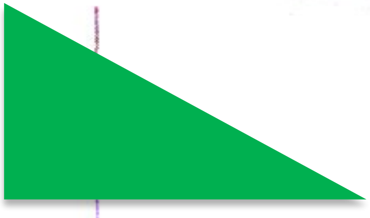
Решение:

$0{,}8 = \frac{4}{5}$

$\frac{3}{5}$



Найти значение второй тригонометрической функции

Дано:	Найти:	
Угол α находится в первой четверти		
а) $\cos\alpha = \frac{4}{5}$;	$\sin\alpha = \frac{3}{5}$;	(3;4;5)
б) $\sin\alpha = \frac{5}{13}$;	$\cos\alpha = \frac{12}{13}$;	(5;12;13)
в) $\cos\alpha = 0{,}6$;	$\sin\alpha = 0{,}8$;	(0,6;0,8;1)
г) $\sin\alpha = \frac{15}{17}$;	$\cos\alpha = \frac{8}{17}$.	(8;15;17)

Вывод: Если в числителе одно значение Пифагоровой тройки – это один из катетов прямоугольного треугольника, то в ответе остается то же значение знаменателя – гипотенузы, а в числителе будет второе число из Пифагоровой тройки.

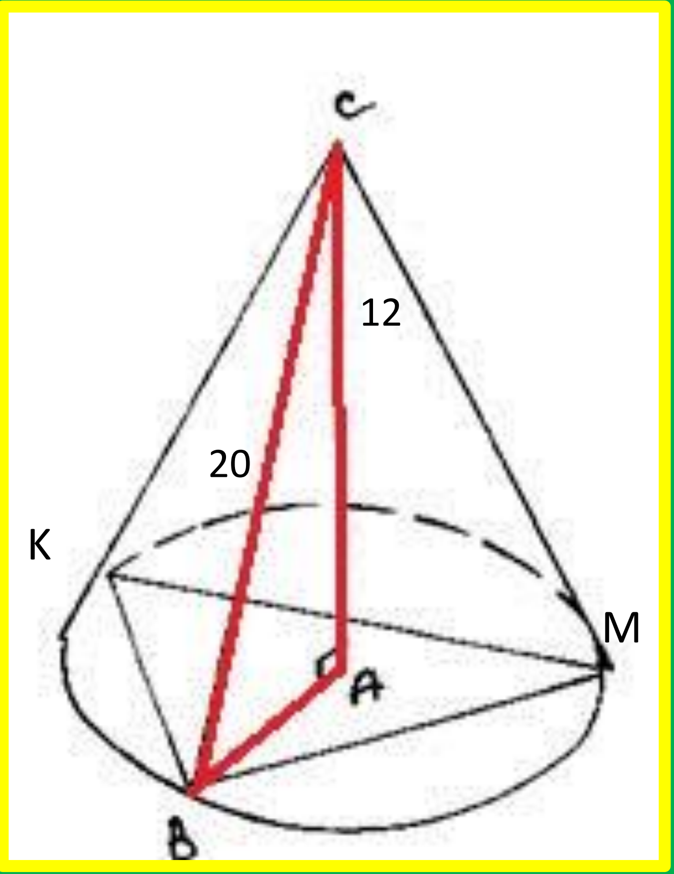
Решения квадратных уравнений

а) $x^2+3x-4=0$;		(3;4;5)
б) $3x^2+8x-3=0$;	$D=8^2+6^2=10^2$; $x_1=\frac{1}{3}$; $x_2=-3$;	(6;8;10)
в) $4x^2+5x-9=0$;	$D=5^2+12^2=13^2$; $x_1=1$; $x_2=-\frac{9}{4}$;	(5;12;13)
г) $4x^2+15x-4=0$;	$D=15^2+8^2=17^2$; $x_1=\frac{1}{4}$; $x_2=-4$;	(8;15;17)

Вывод: при вычислении дискриминанта прослеживается закономерность: значение коэффициента **b** - это одно из чисел Пифагоровой тройки, а второе число из неё должно быть одним из множителей произведения 4ас.

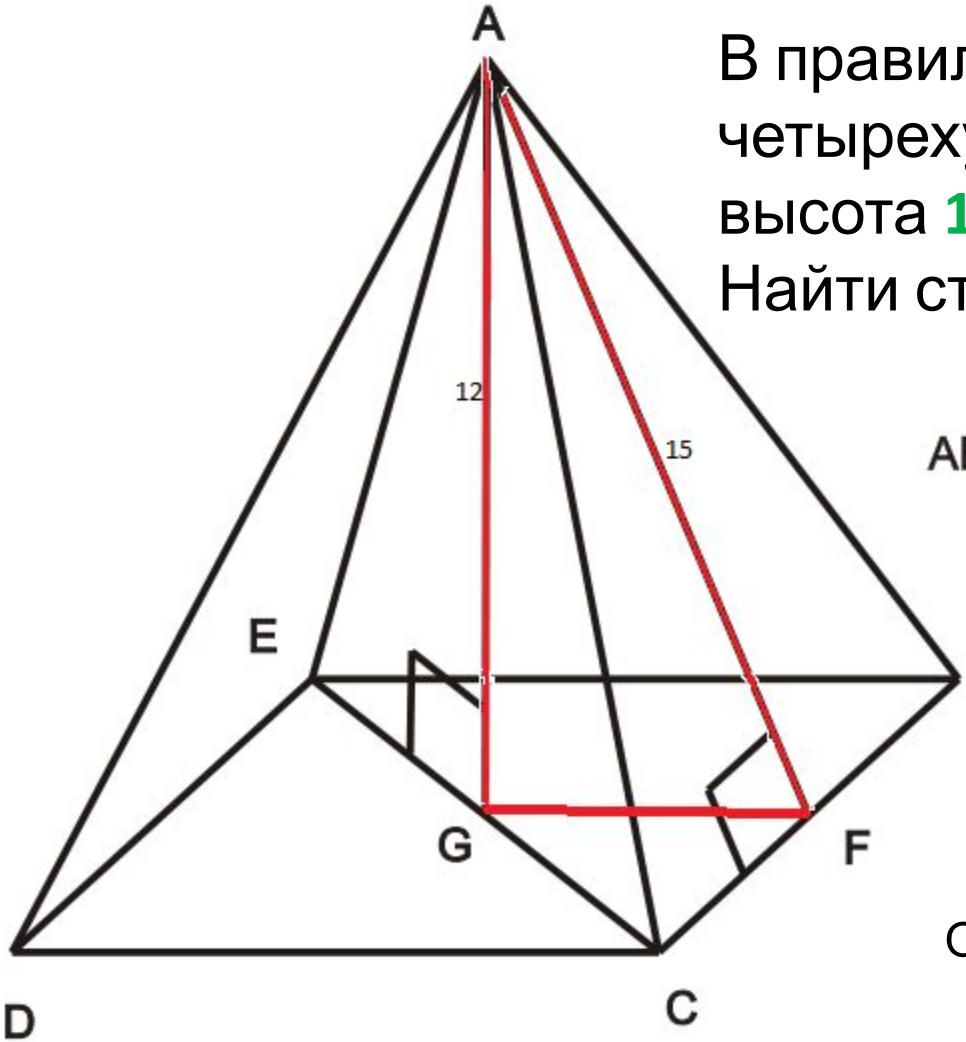
Задачи по теме «Пирамида»

- Точка С находится на расстоянии 12 см от плоскости равностороннего треугольника ВМК и 20 см от его вершин. Найти радиус окружности описанной вокруг основания.
  (12;16;20)
- В правильной четырехугольной пирамиде высота 12,а апофема 15.Найти сторону основания.
  (9;12;15)
- Основание пирамиды прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8.Высота пирамиды 12.Найти ее боковое ребро.
  (6;8;10) и (5;12;13)



Точка С находится на расстоянии **12** см от плоскости равностороннего треугольника ВМК и **20** см от его вершин. Найти радиус окружности описанной вокруг основания.

(12;16;20)



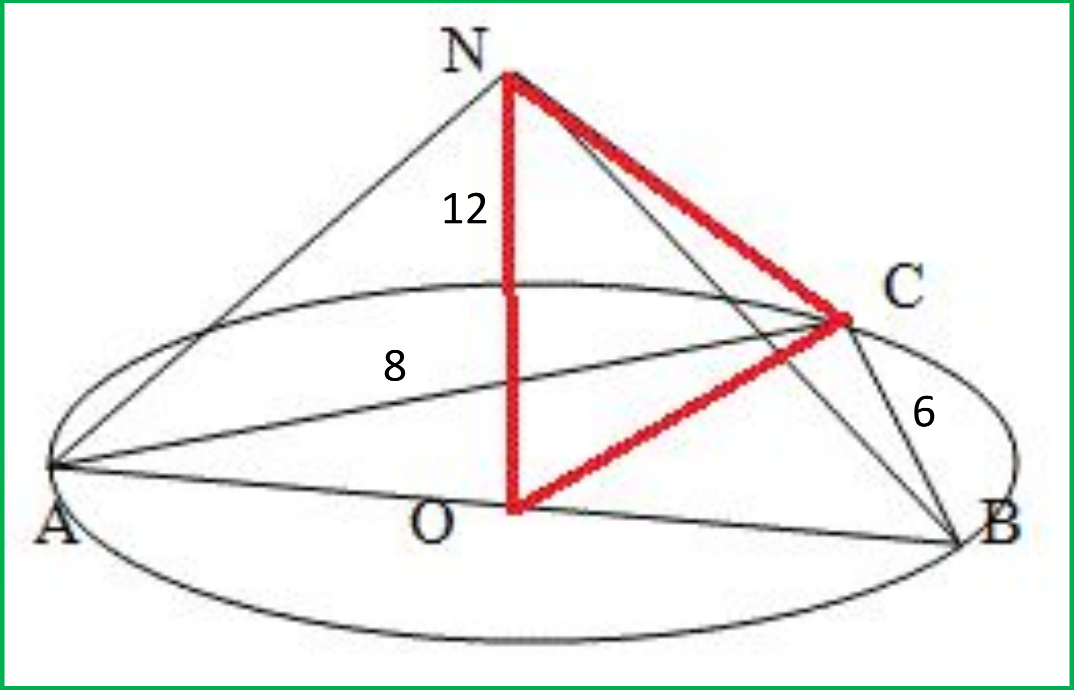
В правильной четырехугольной пирамиде высота 12,а апофема 15. Найти сторону основания.

AG – высота;
AF – апофема;
AEC – диагональное сечение.

(9;12;15)

Ответ: 18

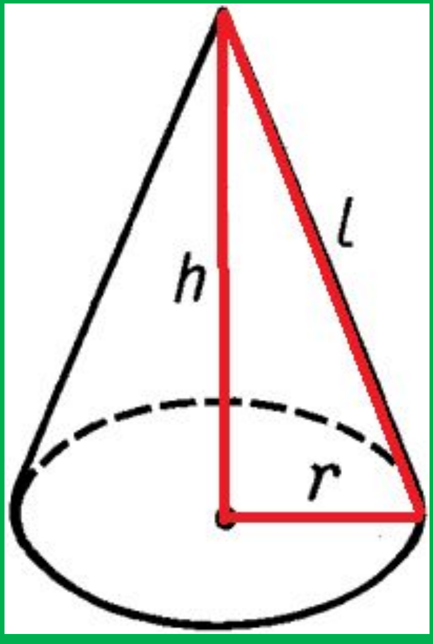
Основание пирамиды - прямоугольный треугольник АВС с катетами **6** и **8** см . Основание высоты, точка О, совпадает с серединой гипотенузы треугольника .Высота пирамиды **12** . Найти её боковое ребро .



(6;8;10)

(5;12;13)

- Найти высоту конуса ,если его образующая равна ,а радиус основания . **(8;15;17)**
- Найти образующую конуса если его высота ,а радиус основания . **(3;4;5)**
- Найти диаметр основания конуса, если образующая равна , а высота .**(9;12;15)**



Для чего нужны знания Пифагоровых троек

1.Значительно увеличивается скорость решения задач.
2.Большую роль играют при сдаче экзамена по математике.
3.Знания Пифагоровых троек позволяют самим учиться сочинять задачи.

Список использованных информационных ресурсов:

1. Учебник издательство «Просвещение» ,2009, Л.С. Атанасян, Геометрия 7-9
2. Учебник издательство «Просвещение», 2009,Л.С.Атанасян,Геометрия 10-11
3. Математика,Тематические тренировочные задания ЕГЭ-2010, издательство «Эксмо»,2010 под редакцией В.В. Кочагина.