Построение графиков функций с модулем

Понятие абсолютной величины числа

- *Абсолютной величиной числа х, или его модулем называется само число, если оно неотрицательно, и – ему противоположное, если число отрицательное*

$$|x| = \begin{cases} x, если\ x \geq 0, \\ -x, если\ x < 0. \end{cases}$$

Функции, содержащие знак модуля

- $y=f(|x|)$
- $y=|f(x)|$
- $y=|f(|x|)|$

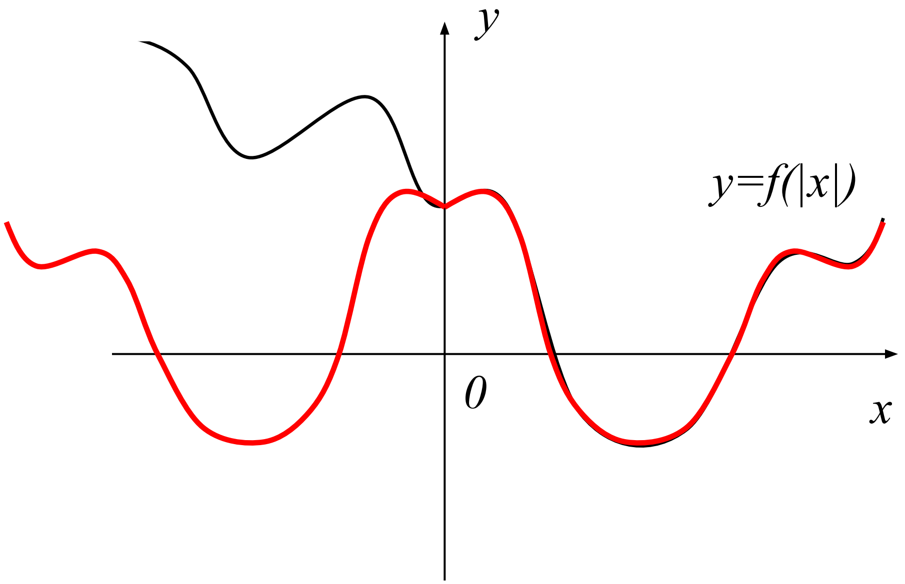
$$y=f(|x|)$$

$$y=f(|x|)=\begin{cases} f(x), если\ x \geq 0, \\ f(-x), если\ x < 0. \end{cases}$$

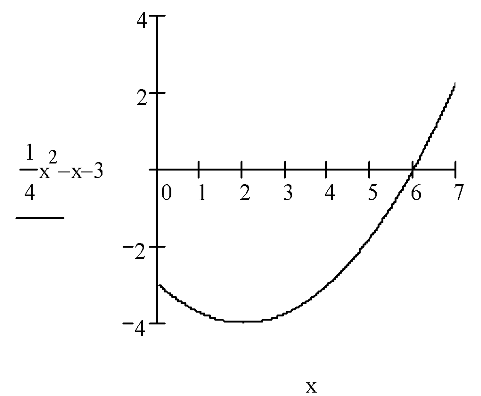
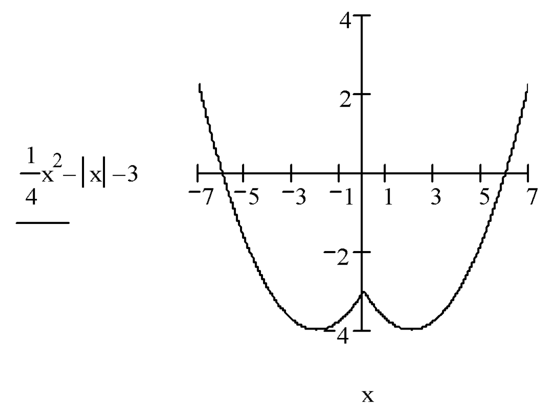
так как $|x|=|-x|$, то $f(|-x|)=f(|x|)$

Правило построения графика функции *y=f(|x|)*

- *Функция y=f(|x|) – чётная, поэтому для построения её графика достаточно построить график функции y=f(x) для всех x≥0 из области определения и отразить полученную часть симметрично оси 0y*



$$y = \frac{1}{4} \cdot x^2 - |x| - 3$$

Для *x≥0* строим график функции $$y = \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 3$$	
Достраиваем для *x<0* часть графика (левую половину), симметричную построенной (правой части) относительно оси ординат	

Для самостоятельного построения

$$y = \left(|x| - 2\right)^2$$

$$y = \log_2 |x|$$

$$y = \frac{|x| + 2}{|x| - 1}$$

$$y = \sin |x|$$

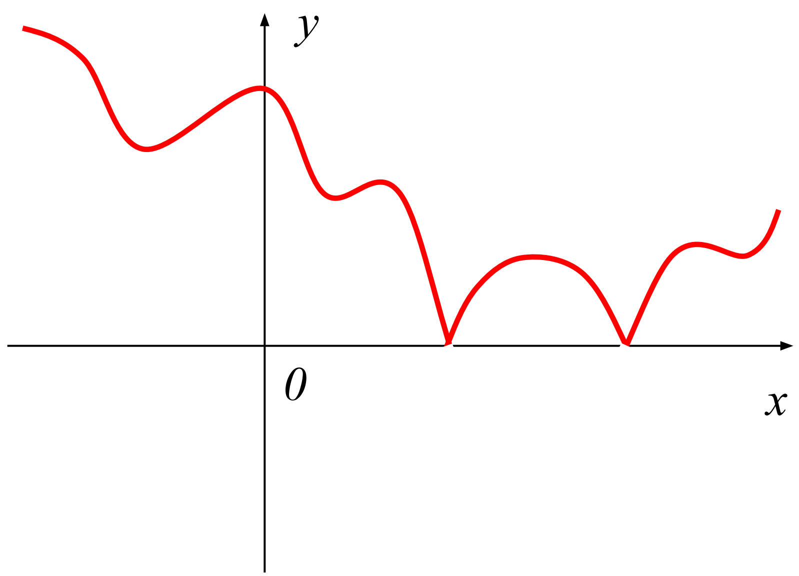
$$y=|f(x)|$$

$$y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases} f\left(x\right), где\ f\left(x\right)\geq 0, \\ -f\left(x\right), где\ f\left(x\right)<0. \end{cases}$$

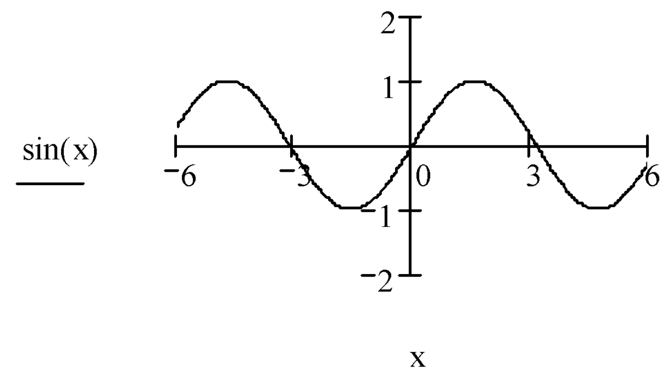
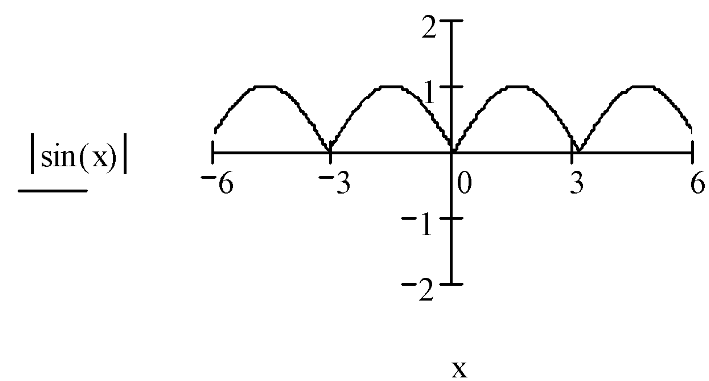
- График данной функции расположен только в верхней полуплоскости

Правило построения графика функции $y=|f(x)|$

- *Для построения графика функции для всех x из области определения, надо ту часть графика функции y=f(x), которая располагается ниже оси абсцисс (f(x)<0), отразить симметрично этой оси*



$$y = |\sin x|$$

Строим график функции $y = \sin x$	
Участки графика, где , $\sin x < 0$ преобразовываем вверх	

Для самостоятельного построения

$$y = \left| x^2 - 4 \right|$$

$$y = \left| \log_2 x \right|$$

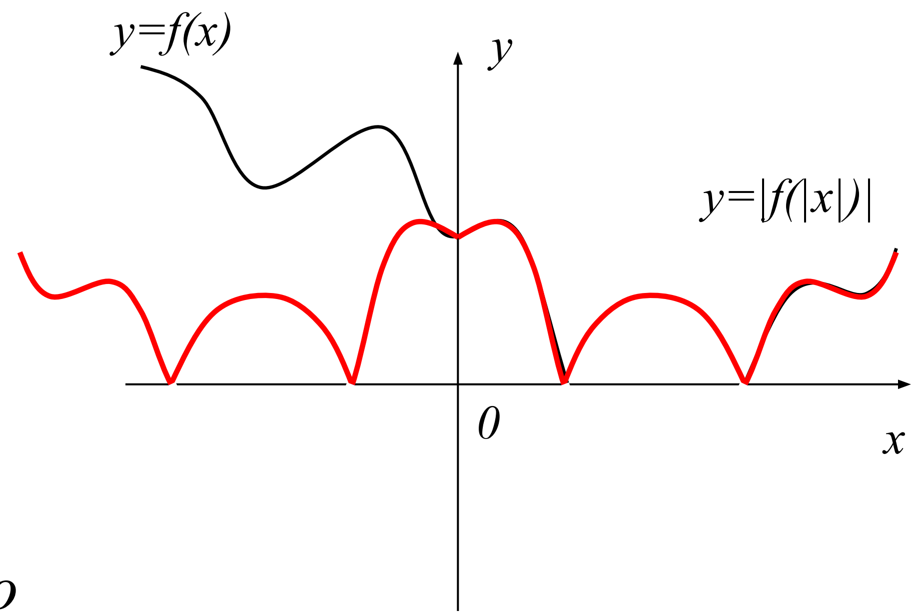
$$y = \left| 2^x - 1 \right|$$

$$y = \left| \frac{x+2}{x-1} \right|$$

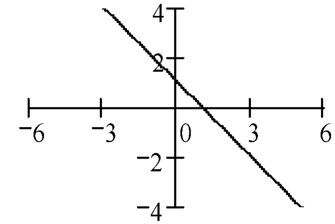
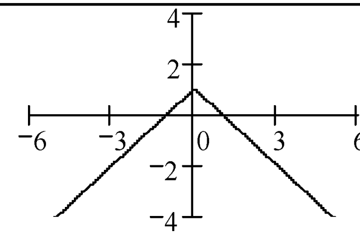
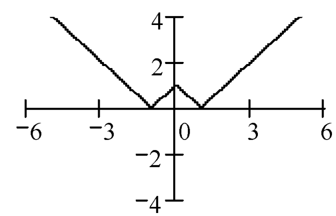
$y=|f(|x|)|$

Алгоритм построения графика данной функции:

- *строим график функции $y=f(x)$, для $x\geq 0$*
- *строим график функции $y=f(-x)$, для $x<0$*
- *участки графика, расположенные в нижней полуплоскости, преобразовываем на верхнюю полуплоскость симметрично оси абсцисс*



$$y = \left|1 - |x|\right|$$

Строим график функции $y = 1 - x$ при $x \geq 0$	
Строим график функции $y = 1 - \|x\|$	
Строим график функции $y = \left\|1 - \|x\|\right\|$	

Для самостоятельного построения

$$y=\left|x^2-5\cdot|x|\right|$$

$$y=\left|2^{|x|-1}-1\right|$$

$$y=\left|\frac{|x|+2}{|x|-1}\right|$$

$$y=\left|\log_2|x|\right|$$

$$y=\left|\cos|x|\right|$$

Раскрытие знака модуль

- Найти значения *x*, при которых выражения, стоящие под знаком модуля равны нулю
- Определить знаки выражений под знаком модуля на полученных промежутках
- Раскрыть модуль на этих промежутках

$y=|x-2|$

- $x-2=0$, отсюда $x=2$
- Будем рассматривать два интервала $(-\infty;2]$ и $[2;\infty)$
- При $x<2$, $y=2-x$

  При $x\geq2$, $y=x-2$
- График исходной функции состоит из

двух частей.

$y=x^2-3|x|+2$

- $x=0$
- Будем рассматривать следующие интервала $(-\infty;0]$ и $[0;\infty)$
- При $x<0$, $y=x^2+3x+2$

  При $x\geq 0$, $y=x^2-3x+2$
- График исходной функции состоит из

двух частей

Построение графика суммы модулей

1) на основе точек перелома:

- $|x\text{-}x_1|=0,\ldots,|x\text{-}x_n|=0$;
- данную функцию рассматривают на тех промежутках, на которые разбивают числовую прямую точки перелома, и на них по частям строят график.

2) путём сложения ординат графиков функций

$$y = |x - x_1|,\ y = |x - x_2|, \ldots$$

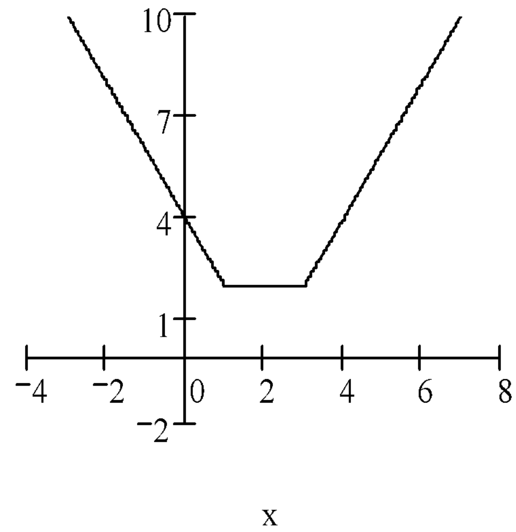
$$y = |x - x_n|$$

соответствующих одним и тем же абсциссам.

$y=|x-1|+|x-3|$ *(1 способ)*

- Из условий $|x-1|=0$ *и* $|x-3|=0$

находим абсциссы точек перелома графика: $x_1=1$ и $x_2=3$. Рассматриваем на три промежутка: $(-\infty;1]$, $[1;3]$ и $[3;\infty)$ и на них по частям строить график.



При $x<1$: $y=1-x+3-x=4-2x$

При $1\le x<3$: $y=x-1+3-x=2$

При $x\ge 3$: $y=x-1+x-3=2x-4$

$y=|x-1|+|x-3|$ *(2 способ)*

Строим графики $y_1=|x-1|$ и $y_2=|x-3|$

- при $x=1$: $y_1=0$, $y=y_2=2$ (точка A);
- при $x=3$: $y_2=0$, $y=y_1=2$ (точка B);
- при $x=4$: $y_1=3$, $y_2=1$, $y=4$ (точка C);
- при $x=0$: $y_1=1$, $y_2=3$, $y=4$ (точка D);