

# Построение графиков функций с модулем

# Понятие абсолютной величины числа

- *Абсолютной величиной числа  $x$ , или его модулем называется само число, если оно неотрицательно, и  $-$  ему противоположное, если число отрицательное*

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

# Функции, содержащие знак модуля

- $y=f(|x|)$
- $y=|f(x)|$
- $y=|f(|x|)|$

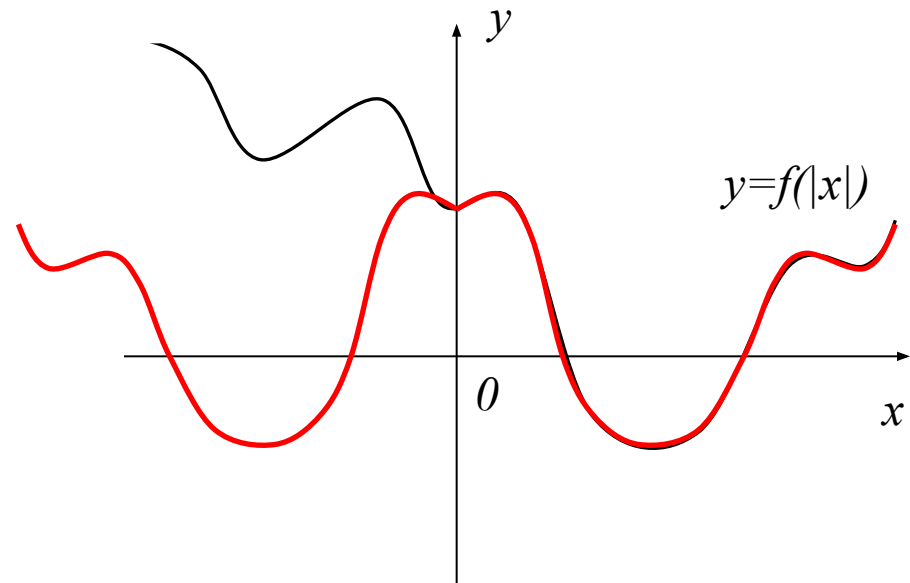

$$y=f(|x|)$$

$$y=f(|x|) = \begin{cases} f(x), \text{ если } x \geq 0, \\ f(-x), \text{ если } x < 0. \end{cases}$$

ТАК КАК  $|x| = |-x|$ , ТО  $f(|-x|) = f(|x|)$

# Правило построения графика функции $y=f(|x|)$

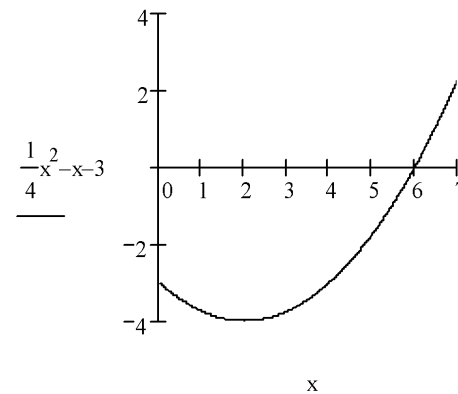
- *Функция  $y=f(|x|)$  – чётная, поэтому для построения её графика достаточно построить график функции  $y=f(x)$  для всех  $x \geq 0$  из области определения и отразить полученную часть симметрично оси  $Oy$*



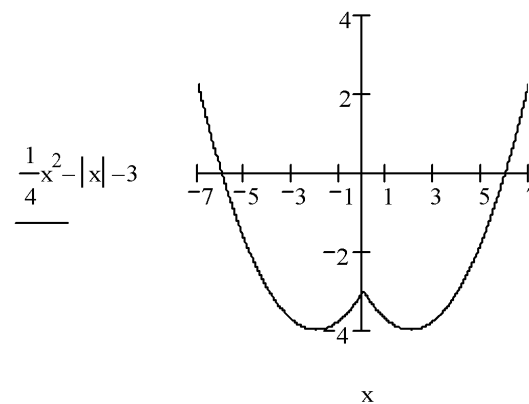
$$y = \frac{1}{4} \cdot x^2 - |x| - 3$$

Для  $x \geq 0$  строим график функции

$$y = \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 3$$



Достраиваем для  $x < 0$  часть графика (левую половину), симметричную построенной (правой части) относительно оси ординат



# Для самостоятельного построения

$$y = (|x| - 2)^2$$

$$y = \log_2 |x|$$

$$y = \frac{|x| + 2}{|x| - 1}$$

$$y = \sin|x|$$

$$y = |f(x)|$$

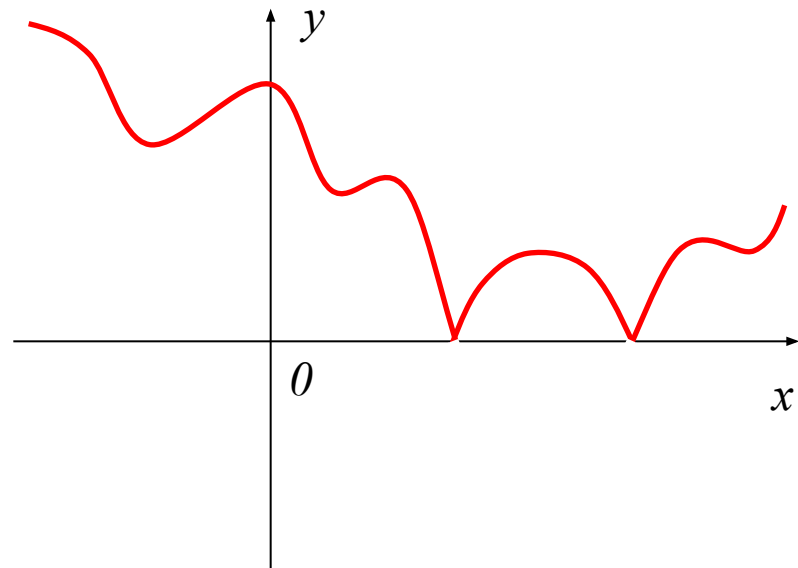
$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{где } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{где } f(x) < 0. \end{cases}$$

- График данной функции расположен только в верхней полуплоскости



# Правило построения графика функции $y=|f(x)|$

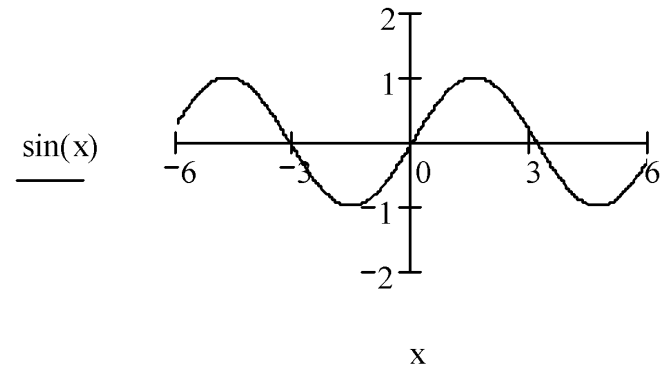
- Для построения графика функции для всех  $x$  из области определения, надо ту часть графика функции  $y=f(x)$ , которая располагается ниже оси абсцисс ( $f(x)<0$ ), отразить симметрично этой оси



$$y = |\sin x|$$

Строим график функции

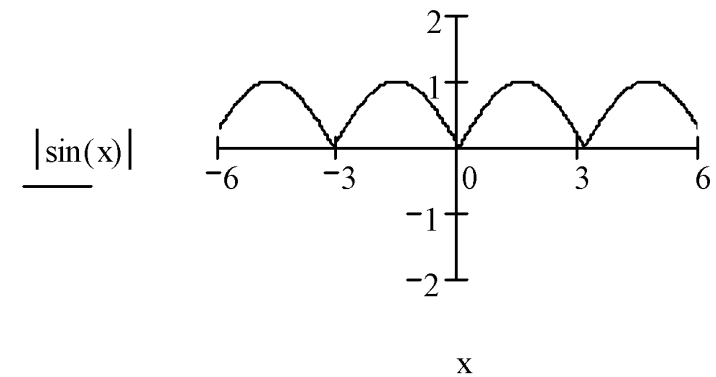
$$y = \sin x$$



Участки графика, где ,

$$\sin x < 0$$

преобразовываем вверх



# Для самостоятельного построения

$$y = |x^2 - 4|$$

$$y = |\log_2 x|$$

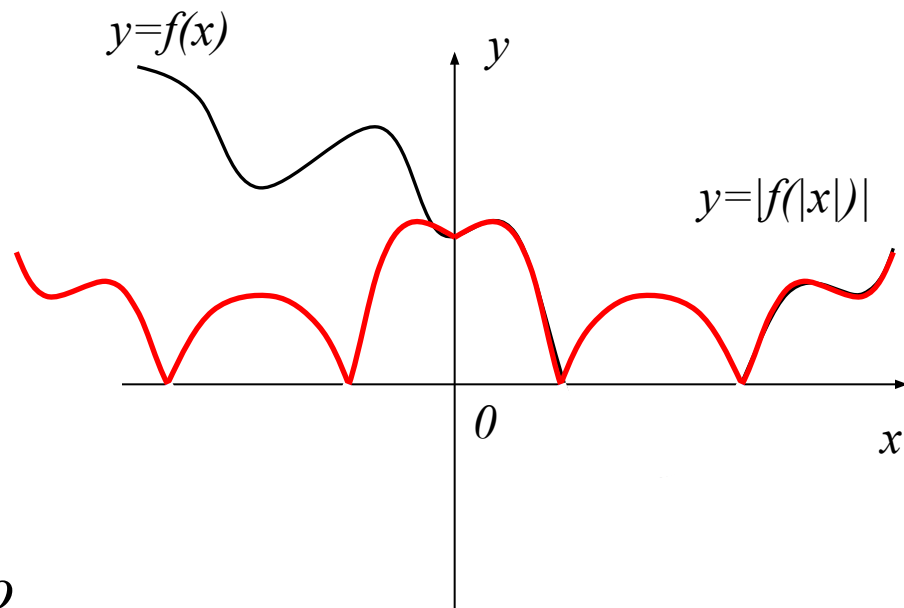
$$y = \left| \frac{x+2}{x-1} \right|$$

$$y = |2^x - 1|$$

$$y = |f(|x|)|$$

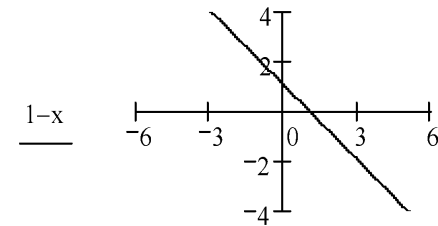
*Алгоритм построения графика  
данной функции:*

- *строим график функции  $y=f(x)$ , для  $x \geq 0$*
- *строим график функции  $y=f(-x)$ , для  $x < 0$*
- *участки графика, расположенные в нижней полуплоскости, преобразовываем на верхнюю полуплоскость симметрично оси абсцисс*

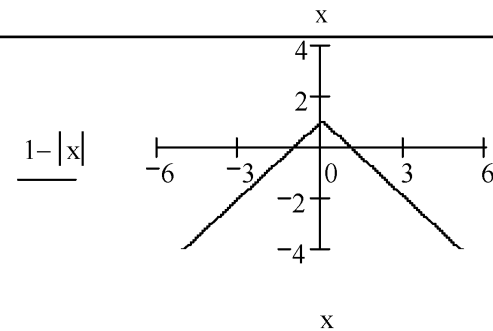


$$y = |1 - |x||$$

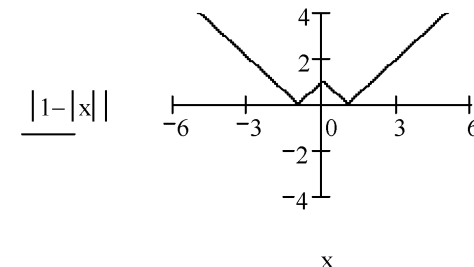
Строим график функции  
 $y = 1 - x$  при  $x \geq 0$



Строим график функции  
 $y = 1 - |x|$



Строим график функции  
 $y = |1 - |x||$



# Для самостоятельного построения

$$y = |x^2 - 5 \cdot |x||$$

$$y = |2^{|x|-1} - 1|$$

$$y = \left| \frac{|x| + 2}{|x| - 1} \right|$$

$$y = |\log_2 |x||$$

$$y = |\cos|x||$$

# Раскрытие знака модуль

- Найти значения  $x$ , при которых выражения, стоящие под знаком модуля равны нулю
- Определить знаки выражений под знаком модуля на полученных промежутках
- Раскрыть модуль на этих промежутках

$$y=|x-2|$$

- $x-2=0$ , отсюда  $x=2$
- Будем рассматривать два интервала  $(-\infty;2]$  и  $[2;\infty)$
- При  $x<2$ ,  $y=2-x$   
При  $x\geq 2$ ,  $y=x-2$
- График исходной функции состоит из двух частей.



$$y = x^2 - 3|x| + 2$$

- $x=0$
- Будем рассматривать следующие интервала  $(-\infty; 0]$  и  $[0; \infty)$
- При  $x < 0$ ,  $y = x^2 + 3x + 2$   
При  $x \geq 0$ ,  $y = x^2 - 3x + 2$
- График исходной функции состоит из двух частей

# Построение графика суммы модулей

1) на основе точек перелома:

- $|x-x_1|=0, \dots, |x-x_n|=0$ ;
- данную функцию рассматривают на тех промежутках, на которые разбивают числовую прямую точки перелома, и на них по частям строят график.

2) путём сложения ординат графиков функций

$$y = |x - x_1|, y = |x - x_2|, \dots$$

$$y = |x - x_n|$$

соответствующих одним и тем же абсциссам.

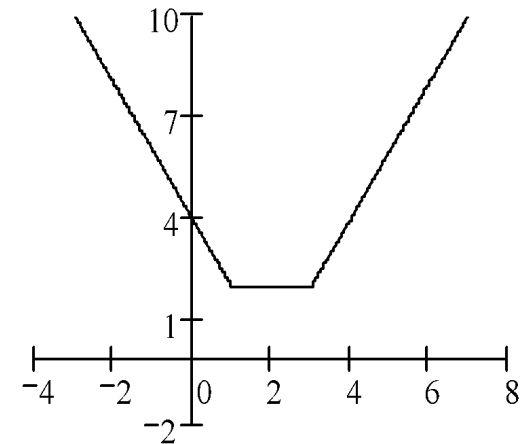
$$y = |x-1| + |x-3| \quad (1 \text{ способ})$$

■ Из условий  $|x-1|=0$  и  $|x-3|=0$  находим абсциссы точек перелома графика:  $x_1=1$  и  $x_2=3$ .  
Рассматриваем на три промежутка:  $(-\infty; 1]$ ,  $[1; 3]$  и  $[3; \infty)$  и на них по частям строить график.

$$\text{При } x < 1: y = 1 - x + 3 - x = 4 - 2x$$

$$\text{При } 1 \leq x < 3: y = x - 1 + 3 - x = 2$$

$$\text{При } x \geq 3: y = x - 1 + x - 3 = 2x - 4$$



x

$$y = |x-1| + |x-3| \quad (2 \text{ способ})$$

Строим графики  $y_1 = |x-1|$  и

$$y_2 = |x-3|$$

- при  $x=1$ :  $y_1=0$ ,  $y=y_2=2$  (точка A);
- при  $x=3$ :  $y_2=0$ ,  $y=y_1=2$  (точка B);
- при  $x=4$ :  $y_1=3$ ,  $y_2=1$ ,  $y=4$  (точка C);
- при  $x=0$ :  $y_1=1$ ,  $y_2=3$ ,  $y=4$  (точка D);

