СОШ № 3

Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля

СОШ №3

По определению модуля $|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$

Перечислим некоторые полезные свойства модуля, вытекающие из его определения и справедливые для значений x и y:

1) $|x| \geq 0$ 2) $|x|^2 = x^2$ 3) $\sqrt{x^2} = |x|$ 4) $|-x| = |x|$ 5) $-|x| \leq x \leq |x|$ 6) $|x + y| \leq |x| + |y|$

7) $|x\, y| = |x| \cdot |y|$ 8) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ $(y \neq 0)$

СОШ №3

- При решении уравнений, содержащих модули, используются определение модуля и его свойства или метод интервалов.

$f(x) = a$, если $a > 0$ или $f(x) = 0$, если $a = 0$

1) $|f(x)| = a \Leftrightarrow$ $f(x) = -a$

В случае, когда, $a < 0$ уравнение $f|(x)| = a$ корней не имеет.

$f(x) = a$, если $x \geq 0$,

2) $f|(x)| = a$

$\Leftrightarrow f(-x) = a$, если $x < 0$

$f(x) \geq 0$ $f(x) < 0$,

3) $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow$ или

$f(x) = g(x)$ $-f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$

4) $|f(x)| = |g\ x| \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x) \Leftrightarrow f^2(x)\ g^2(x) = 0 \Leftrightarrow$

$f(x) = g(x)$

СОШ №3

- 5) $|f_1(x)|+|f_2(x)|+\ldots|f_к(x)|=g(x)$ решают методом интервалов, который будет проиллюстрирован на примере
- Пример 1. $|x| + 3x=4$

По определению модуля:

$\begin{cases} x\geq 0 \\ X=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x<0, \\ x=2 \end{cases}$ – посторонний корень, т.к. $2>0$ или

Следовательно, $x=1$ – корень уравнения.

Пример 2. Сумма корней уравнения $|x+1|=2\,|x-2|$ равна:

1)4 2)5 3)-2 4)6 5)7.

Решение $|x+1|=2\,|x-2| \Leftrightarrow (x+1)^2=4(x2)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-x=0, \\ 3x-3=0, \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=5 \\ x_2=1 \end{array}\right.$

Сумма корней уравнения равна: $x_1+x_2=5+1=6$, ответ: 4

СОШ №3

- <u>Пример 3.</u> Найти число целых корней уравнения

|3x²+3x+2|+|x33|=3x+2x+35 на отрезке [30;35].

Решение. Решаем уравнение методом интервалов:

1)Находим нули функции, стоящих под знаком модуля. Имеем |3x²+3x+2|= 3x²+3x+2 при x € R. Далее x=33. Полученной точкой разбиваем ОДЗ (x € R) на два промежутка

33

2)используя определение модуля на каждом промежутке, получаем:

а) $\begin{cases} x<3 \\ 3x^2+3x+2-x+33-3x^2-2x-35=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<33 \\ 0=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<33 \\ x \in R \end{cases}$ $x<33$

б) $\begin{cases} x\geq 33 \\ 3x^2+3x+2-x+33-3x^2-2x-35 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 33 \\ 2x-66=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 33 \\ x=33 \end{cases}$ $x=33$

Объединяя решения, имеем x ≥ 33. Целыми корнями на отрезке [30;35] являются: 30, 31, 32, 33. Их количество равно 4.

СОШ №3

Задачи

1) $|x-3|=5$

2) $|6-2x|=3x+1$

3) $x^2+|3x-3|=7x$

4) $|3x-1|+|x+1|=3$

5) $|x|+3x=4$

6) $x^2+5|x|=0$

7) $|x|^2-|2x-1|=1$

8) $||3x-1|+|1-x||=5x-4$

9) $|2x^2-3x+4|=|3x-2|+2x^2+2$

СОШ №3

Домашнее задание!!!

- $|x-2|+x-4=0$
- $x^2-5|x|+6=0$
- $|x^2|-5|x-1|+5=0$
- 4) $|x+1|=2x-2|$
- 5) $|2x-3+|x-4||=x+4$
- 6) $|x-1|=7-x$
- 7) $|x+2|=x^2$
- 8) $|x-|4-x||-2x=4$
- 10) $|x^2-3x|=8-x$

СОШ №3

ЖЕЛАЮ УДАЧИ

СОШ №3

СОШ №3

Презентацию составила учитель математики СОШ №3

Мельникова Н.Г.