



**Тольяттинский социально-педагогический университет**  
Преподаватель: Лихачева Е.С.

# **Учебный модуль 1**

## **ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ**

### **МНОЖЕСТВ**

**Тема 1.3. Текстовая задача и процесс ее  
решения**



## Структура текстовой задачи

- Любая задача состоит из предметной области, отношений, которые связывают объекты этой области, требования задачи и оператора (решения).
- Под предметной областью понимают множество рассмотренных в задаче объектов, которые вместе со связывающими их отношениями образуют условие задачи.
- Требование задачи – то, что необходимо найти в результате ее решения.
- Под оператором задачи понимают совокупность действий, которые необходимо выполнить в соответствии с условием задачи над ее данными





## Структура текстовой задачи

- Например: «На уроке труда использовали 25 листов бархатной бумаги и 4 листа гофрированной бумаги. Сколько всего листов бумаги использовали на уроке?»
- Предметная область данной задачи состоит из листов бархатной бумаги, листов гофрированной бумаги, из общего количества листов бумаги. Элементы этой предметной области связаны в данной задаче отношением суммы количества листов каждого вида. Известны следующие числовые характеристики предметной области: количество листов бархатной бумаги и количество листов гофрированной бумаги. Неизвестным выступает общее количество листов.







# Структура текстовой задачи

- С множествами, составляющими предметную область, их числовыми характеристиками можно проводить следующую работу:
- § Перечисли все, что известно в задаче. (Известно, что израсходовали 25 листов бархатной бумаги и 4 листа гофрированной бумаги).
- § Перечисли все, что в задаче неизвестно. (Неизвестно, сколько всего листов бумаги израсходовали).
- В начальной школе в текстовой задаче выделяют условие и требование (вопрос).





# Структура текстовой задачи

- Без вопроса задачи нет. В результате решения задачи должно быть найдено искомое число (числа), либо показано, что такого числа не может быть (задачи с некорректными данными), либо установлены связи или отношения между числами. Этот результат получается при использовании числовых данных из условия, либо, если условие задачи не содержит явных числовых данных, из анализа условия.







# Методы и способы решения текстовых задач

- Обычно используются два основных способа решения задач: арифметический и алгебраический. Однако, кроме этих способов, рассматриваются еще и способ подбора, графический способ решения, практический способ. В принципе, все эти способы решения имеют равные права на применение их при решении задач, однако, арифметический и алгебраический являются наиболее универсальными, так как не все задачи можно корректно решить остальными способами.





# Арифметический способ

- *Арифметический* способ решения задач состоит в том, чтобы найти неизвестную величину составлением числовых выражений (числовых формул) и подсчета результата. Этот способ решения задач имеет важное методическое значение. Прочное усвоение методов решения задач арифметически позволяет подготовить учащихся к осознанному решению задач составлением уравнений.
- Рассмотрим задачу: «Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Через какое время они встретятся, если расстояние между ними 60 км, а скорость 12 км/ч?»
- Арифметически эту задачу можно решить так:
  - 1. Какова скорость сближения велосипедистов?
  - $12+12 = 24(\text{км/ч})$ .
  - 2. Через какое время велосипедисты встретятся?
  - $60:24 = 2,5(\text{ч})$ .
  - Ответ: велосипедисты встретятся через 2,5 часа.





# Алгебраический способ

- Алгебраический способ основан на использовании уравнений и систем уравнений при решении текстовых задач. Известный американский педагог и математик Д. Пойа в своей книге по проблемам обучения решению задач пишет, что «составить уравнение – значит выразить математическими символами условие, сформулированное словами. Это перевод с обычного языка на язык математических формул. Трудности, которые могут встретиться при составлении уравнений, являются трудностями перевода». Это же в полной мере, на наш взгляд, можно отнести к записи решения выражением.
- В начальных классах за неизвестное обычно принимается то число, о котором спрашивается в задаче, и что уравнения решаются детьми только на основе связей компонентов и результатов арифметических





# Графический способ

- *Графический* способ решения представляет собой получение результата путем применения различных схем и геометрической интерпретации задачи.
- Решение задач графическим способом можно осуществлять и при помощи отрезков, графиков, построений.





# Практический способ

- *Практический* способ решения предусматривает манипуляции с предметами, о которых говорится в задаче или с их изображениями и позволяет дать ответ на вопрос задачи, не выполняя при этом арифметических действий.
- Например, рассмотрим задачу: « В коробке лежало 12 конфет. Мама дала дочери 2 конфеты и еще 2 конфеты сыну. Сколько конфет осталось в коробке?»
- При решении этой задачи практическим способом можно выложить на парту 12 палочек, иллюстрирующих общее количество конфет, затем удалить сначала 2 палочки (2 конфеты дочке), а потом еще 2 палочки (2 конфеты сыну). Пересчитать остаток – 8 палочек (8 конфет). Этот результат и будет ответом задачи.







# Подбор

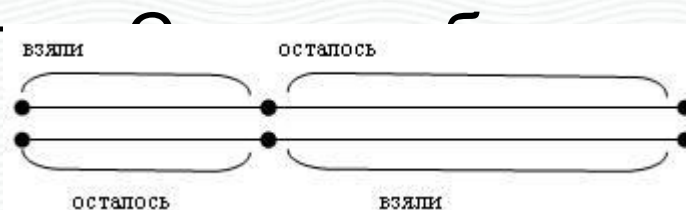
- Рассмотрим применение подбора при решении задач в начальных классах.
- Дана задача «На столе лежали 6 груш и 4 яблока. Саша взял со стола 5 фруктов. Сколько яблок и груш отдельно мог взять Саша?». При решении этой задачи можно рассуждать таким образом, основываясь на знании состава числа 5: Саша мог взять либо только яблоки, либо только груши ( $5=0+5=5+0$ ). Тогда ответ будет или 5 яблок и 0 груш, или 0 яблок и пять груш. Далее анализируются остальные случаи состава числа 5, формулируется ответ ( $5=1+4=4+1$ ;  $5=2+3=3+2$ ).





# Схематическое моделирование

- Способ решения задачи при помощи *схематического моделирования* позволяет получать решение задачи моделированием схемы отношений между данными и искомыми. Схема может выступать как способ решения задачи, так и как форма записи решения задачи
- Например: «На двух тарелках было по 18 яблок. На десерт из одной тарелки взяли несколько яблок, а из второй – столько, сколько осталось на первой тарелке?»







# Комбинированный способ решения задачи

- Кроме вышеперечисленных способов могут быть использованы различные их комбинации, т.е. комбинированный способ решения задачи.
- Например, рассмотрим следующую задачу: «Один рабочий может выполнить работу за 4 ч, а другой эту работу может выполнить за 6 ч. Какую часть всей работы выполнит каждый рабочий, если они будут работать вместе?»





# Комбинированный способ решения задачи

*Решение:*

Пусть весь объем работы составляет единицу. Тогда за 1 час первый рабочий выполнит  $1:4=1/4$  часть, а второй  $1:6=1/6$  часть всей работы. Время, за которое рабочие выполнят все задание при совместной работе, обозначим через  $x$  ч, тогда первый выполнит  $(1/4)x$  часть всей работы, а второй  $(1/6)x$  часть всей работы. Так как вся работа составляет единицу, составим уравнение:

$$1/4x + 1/6x = 1$$

$$(1/4 + 1/6)x = 1$$

$$x = 2 \frac{2}{5} \text{ (ч).}$$

Тогда первый рабочий выполнит  $1/4 \times 2 \frac{2}{5} = 3/5$ ,

а второй –  $1/6 \times 2 \frac{2}{5} = 2/5$ .

Ответ: первый рабочий выполнит  $3/5$  всей работы, а второй –  $2/5$  всей работы.

В данной задаче сначала используется алгебраический способ решения, а потом – арифметический. Таким образом, задача решена комбинированным способом.







# Этапы решения задачи и приемы их выполнения: анализ решения задачи

выделяются следующие этапы решения задачи:

- а) ознакомление с содержанием задачи, анализ содержания задачи;
- б) составление краткой записи, схемы задачи;
- в) поиск способа решения задачи, составление плана;
- г) выполнение плана решения задачи;
- д) проверка полученного решения;
- е) исследование задачи;
- ж) формулировка ответа к задаче;
- з) последующая работа над задачей.





# *Памятка по решению задачи*

- 1. Прочитай задачу, представь то, о чем говорится в задаче.
- 2. Запиши задачу кратко, если необходимо, сделай чертеж или схему.
- 3. Объясни, что показывает каждое число и назови вопрос задачи.
- 4. Подумай, какое число должно получиться в результате (например, больше или меньше, чем данные числа и т.д.)
- 5. Подумай, можно ли сразу ответить на вопрос задачи. Если нет, то почему? Что нужно узнать сначала? Что потом? Составь план решения задачи.
- 6. Выполни решение.
- 7. Проверь ответ и ответь на вопрос задачи.
- 8. Подумай, можно ли решить задачу другим способом?
- 9. Подумай, при каких условиях ответ задачи получился бы больше? Меньше?







## Решение текстовых задач различными методами и способами

- Рассмотрим задачу: «Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Через какое время они встретятся, если расстояние между ними 60 км, а скорость 12 км/ч?»



# Решение текстовых задач различными методами и способами

Её решим алгебраически, но двумя способами:

1 способ:

Примем за  $x$  ч время, через которое встретятся велосипедисты, тогда, учитывая, что они двигались навстречу друг к другу с одинаковой скоростью 12 км/ч и прошли вместе 60 км можно составить уравнение:  $(12+12)x=60$ , где  $(12+12)$  км/ч – скорость сближения.

$$(12+12)x=60$$

$$24x=60$$

$$x=60:24$$

$$x=2,5 \text{ (ч)}$$

Ответ: велосипедисты встретятся через 2,5 часа.

2 способ:

Примем за  $x$  ч время, через которое они встретятся. Тогда первый до встречи пройдет  $12x$  (км) и второй тоже  $12x$  (км). Так как вместе они прошли 60 км, то можно составить уравнение:  $12x + 12x = 60$ .

$$12x+12x=60$$

$$24x=60$$

$$x=60:24$$

$$x=2,5 \text{ (ч)}$$

Ответ: велосипедисты встретятся через 2,5 часа.







Задача. «Утром ушли в море 20 маленьких и 8 больших рыбачьих лодок, 6 лодок вернулись. Сколько лодок с рыбаками должно вернуться?»

I способ. 1.  $20+8=28$ (л.) ушли в море.

2.  $28-6=14$ (л.) должны вернуться.

Выражение.  $(20+8)-6=14$ (л.)

II способ. 1. Сколько больших лодок должно вернуться?

$20-6=14$ (л.)

2. Сколько всего лодок должно вернуться?  $14+8=22$ (л.)

Выражение.  $(20-6)+8=14$ (л.)

III способ. 1. Сколько маленьких лодок должно вернуться?

$8-6=2$ (л.)

2. Сколько всего лодок должно вернуться?

$20+2=22$ (л.)

Выражение.  $(8-6)+20=14$ (л.)

Ответ: должно ещё вернуться 22 лодки.





Задача. За 3 дня в парке посадили 30 деревьев. В первый день посадили 15 деревьев, во второй – 7 деревьев. Сколько деревьев посадили в третий день?

- *I способ:*

- 1)  $30 - 15 = 15$  (д.) – посадили деревьев во второй и третий дни.

- 2)  $15 - 7 = 8$  (д.) – посадили деревьев в третий день.

- *II способ:*

- 1)  $30 - 7 = 23$  (д.) – посадили деревьев в первый и третий дни.

- 2)  $23 - 15 = 8$  (д.) – посадили деревьев в третий день.

- *III способ:*

- 1)  $15 + 7 = 22$  (д.) – посадили деревьев в первые два дня.

- 2)  $30 - 22 = 8$  (д.) – посадили деревьев в третий день.







**Задача** (из "Арифметики" Л.Н. Толстого).

- У одного хозяина 23 овцы, а у другого на 7 больше. Сколько у них овец вместе?
- *I способ:*
  - 1)  $23 + 7 = 30$  (ов.) – столько овец у второго хозяина.
  - 2)  $23 + 30 = 53$  (ов.) – столько овец у двух хозяев.
- *II способ:*
  - 1)  $23 + 23 = 46$  (ов.) – столько овец было бы у двух хозяев, если бы у второго было столько же овец, сколько у первого.
  - 2)  $46 + 7 = 53$  (ов.) – столько овец было у двух хозяев в действительности.
- *III способ:*
  - 1)  $23 \times 2 = 46$  (ов.) – столько овец было бы у двух хозяев, если бы у второго было столько же овец, сколько у первого.
  - 2)  $46 + 7 = 53$  (ов.) – столько овец было у двух хозяев в действительности.



# Решение комбинированным способом

- Рассмотрим следующую задачу: «Когда из портфеля вынули 6 тетрадей, в нем осталось в три раза меньше тетрадей, чем было. Сколько тетрадей было в портфеле?»

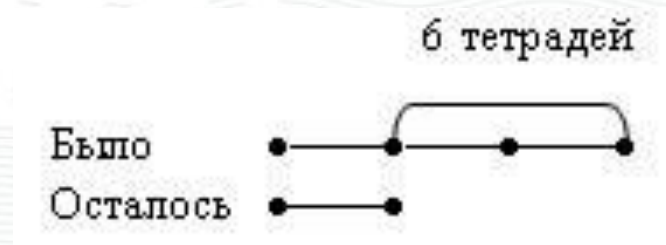
*Решение:*

1)  $6:2=3$  (т.)

2)  $3 \times 3=9$  (т.)

Ответ: было 9 тетрадей.

В данном решении комбинированы схематическое моделирование и арифметический способы решения задачи. Из модели видно, что на 6 тетрадей приходится две одинаковые части, значит можно найти, сколько приходится на одну часть, а дальше используется арифметический способ решения.







# Самостоятельная работа

- Выполнение домашней практической работы

