

*Натуральное число в арифметику вошло,  
тайн немало принесло.*

Две стихии господствуют в математике - **числа и фигуры** с их бесконечным многообразием свойств и взаимосвязей.

Числа бывают натуральные, целые и дробные, положительные и отрицательные, четные и нечетные, простые и составные, ...

Еще есть числа фигурные, совершенные, дружественные и другие. «Что же это за числа?» – думали мы.

Решили: узнаем это самостоятельно.  
Так была выбрана тема проектной работы  
**«Совершенные и дружественные числа».**



**XIII районная проектно-исследовательская конференция  
школьников «Я и мир вокруг»**

**Секция «Математика в моей жизни»**

# **«Совершенные и дружественные числа»**

**Информационно-исследовательский проект  
выполнили Замарина Анастасия и Куровская Ольга  
учащиеся 6 класса МОУ «СОШ с. Лох  
Новобурасского района Саратовской области»  
Руководитель Будникова Т. А. учитель математики  
2015 год**

# ЦЕЛІ:

1. **Расширение знаний о числах;**
2. **Пополнение интеллектуального багажа;**
3. **Совершенствование навыков, необходимых при выполнении информационно-исследовательского проекта.**

# ЗАДАЧИ:

- **выяснить, знает ли старшее поколение о совершенных и дружественных числах;**
- **подобрать литературу и познакомиться с историей возникновения совершенных и дружественных чисел;**
- **узнать, что это за числа и какова их роль в математике;**
- **расширить кругозор, изучая математическую литературу и материалы интернета;**
- **составить задания по теме проекта;**
- **вырабатывать навыки в создании и защите презентации.**

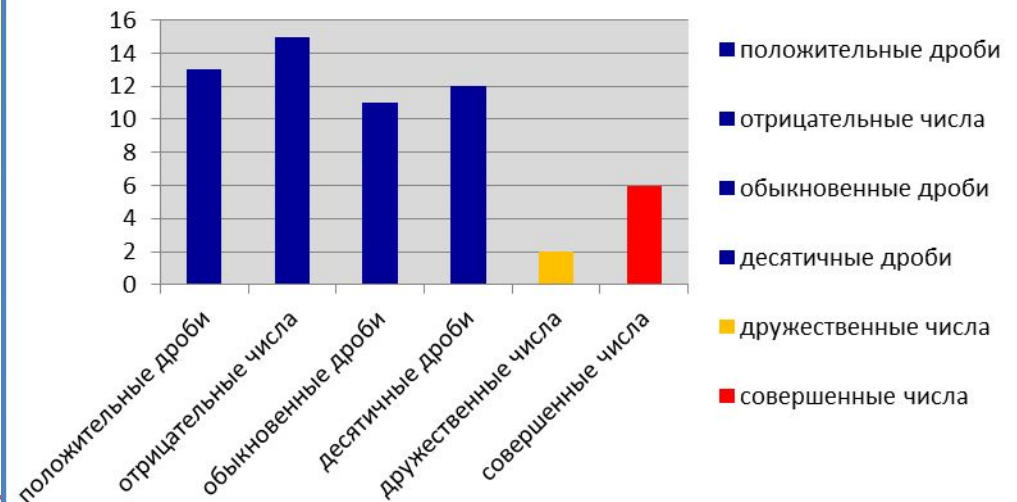
# ГИПОТЕЗА

**«Выяснить, какова роль совершенных и дружественных чисел в математике и для математиков»**

# АНКЕТИРОВАНИЕ РОДИТЕЛЕЙ

Было опрошено  
20 родителей  
учащихся 5–9 классов

## КАКИЕ ЧИСЛА ЗНАЮТ РОДИТЕЛИ



## Когда родителям нужны числа



**Вывод:** 2-е родителей, имеют представление о дружественных числах, 6 – знают, что есть совершенные числа, но никто не смог назвать ни тех, ни других.

# ОСНОВОПОЛАГАЮЩИЙ ВОПРОС

**Иль арифметика стара,  
Иль чудо перед нами.  
Понять, что, как и почему,  
Должны мы только сами.**



**ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ –**  
**числа**



**ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ –**  
**математическая литература и**  
**Википедия**

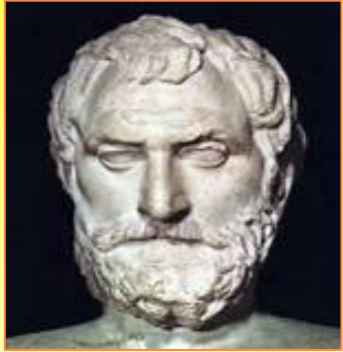


**ПРОДУКТ ПРОЕКТА –**  
**мультимедийная презентация и**  
**составленные задания по теме.**





# ЧИСЛА ПРАВЯТ МИРОМ !



Фалес

Первого греческого ученого, который начал рассуждать о математике, а не только пользоваться ею, звали **Фалес**.

А о **числах** первым начал рассуждать грек **Пифагор**, который очень много сделал для развития науки. Сначала он занялся музыкой. Ему удалось установить связь между длиной струны музыкального инструмента и издаваемым им звуком. И тогда Пифагор решил, что не только законы музыки, но и вообще все на свете можно выразить с помощью чисел.

«**Числа правят миром!**» - провозгласил он

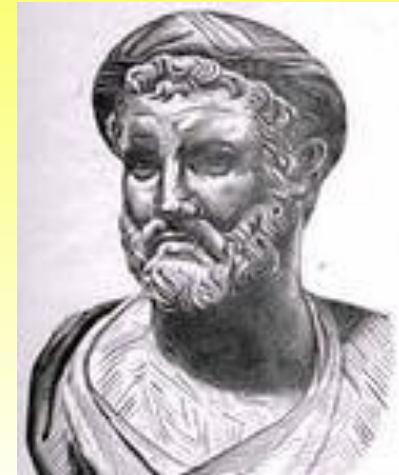


Пифагор



# ФИГУРНЫЕ ЧИСЛА

Натуральные числа бывают четные и нечетные. Это знали задолго до Пифагора. Но Пифагор стал думать о **свойствах чисел**.



Во времена Пифагора на человека, сказавшего, что неизвестное число можно обозначать буквой, посмотрели бы с удивлением.

И Пифагор придумал замечательный способ доказывать общие утверждения о числах: он стал изображать числа точками.



Доказывая свойства чисел, Пифагор строил прямоугольники из точек.

Пифагор изображал число 4 так:

....

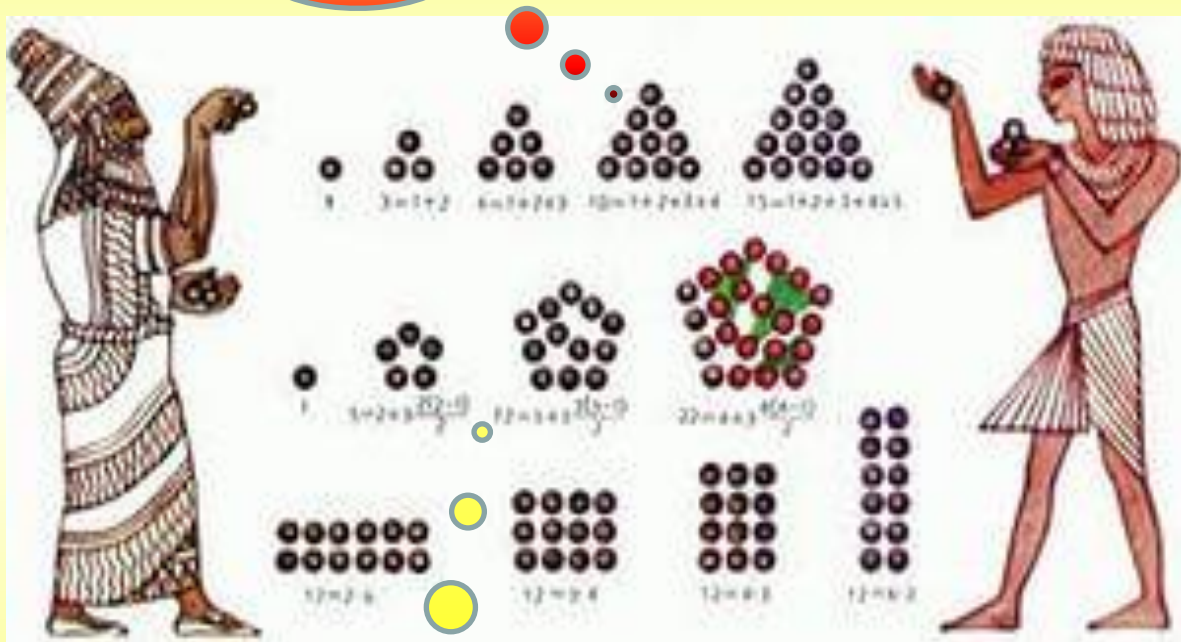
,

а число 7 так:

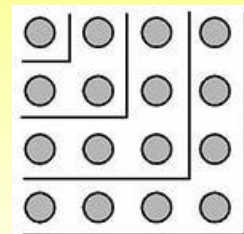
.....

# ФИГУРНЫЕ ЧИСЛА

Треугольные числа  
1; 3; 6; 10; 15; 21; ...



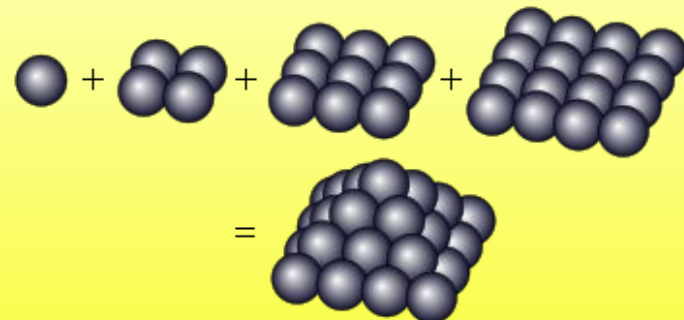
Квадратные числа  
1; 4; 9; 16; 25; 36; ...



Кубические числа



Квадратные пирамидальные числа  
1, 5, 14, 30, 55, 91, ...



Пятиугольные числа  
1; 5; 12; 22; 35; 51; ...





# СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Но фигурными числами Пифагор не удовлетворился. Ведь он провозгласил, что числа правят миром. Поэтому ему пришлось придумывать, как с помощью чисел изображать такие понятия, как **справедливость, совершенство, дружба.**

Справедливость Пифагор и его ученики изображали числом 4 – оно является первым произведением двух равных множителей:  $4 = 2 \times 2$ .





# СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

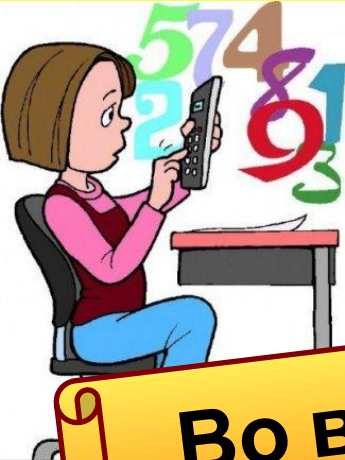
Чтобы изобразить **совершенство**, Пифагор принялся за делители чисел. Делитель числа называли правильным, если он меньше самого числа.

Все правильные делители числа Пифагор складывал.

Если сумма делителей оказывалась меньше числа, то число объявлялось недостаточным, а если больше – избыточным.

А если сумма делителей в точности равнялась числу, то число объявляли **совершенным**.

Число	Правильные делители	Сумма правильных делителей	Вид числа по Пифагору
12	1, 2, 3, 4, 6	$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12$	избыточное
15	1, 3, 5	$1 + 3 + 5 = 9 < 15$	недостаточное
6	1, 2, 3,	$1 + 2 + 3 = 6 = 6$	совершенное
28	1, 2, 4, 7, 14	$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28 = 28$	совершенное



# СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Докажем, что число 496 – совершенное

Правило

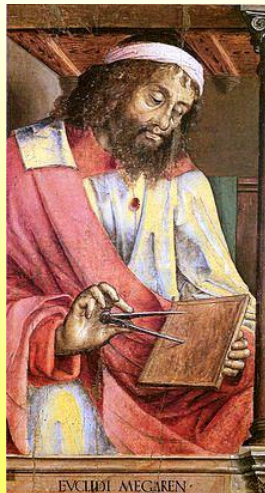
Во времена Пифагора было известно три совершенных числа: 6; 28; 496!

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 + 2048 = 496.$$

значит, число 496 – совершенное число.



Пифагореец Ямвлих: «Всё совершенное редко встречается в мире. Редко встречаются и совершенные числа».



Евклид указал формулу для вычисления четных совершенных чисел:  $2^{p-1} \cdot (2^p - 1)$ .

Ямвлих  
VI век до н.э.

Евклид  
III век до н.э.



Русский математик Л. Эйлер доказал утверждение, указанное Евклидом.

Леонард Эйлер  
(1707 – 1783 гг.)

# ИСТОРИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СОВЕРШЕННЫХ ЧИСЕЛ

№ числа	Дата	Кто открыл	Количество	Совершенные числа
№ 1	VI век до н. эры	Пифагор и его ученики	3	6
№ 2				28
№ 3				496
№ 4	I век до н. эры	Никомах Гераский	1	8128
№ 5	XV век	немецкий математик Региомонтан	1	33 550 336
№ 6	XVI век	немецкий ученый Шейбель	2	8 589 869 056
№ 7				137 438 691 328
№ 8	В начале XX века		3	2305843008139952128,
№ 9				2658455991569831744654692615953842176
№ 10				191561942608236107294793378084303638130997321548169216,
№ 11 – № 48	На февраль 2013 года		38	Известно 48 чётных совершенных чисел
	XXI век			Ведется поиск новых совершенных чисел с помощью ЭВМ

№ 8 – 2305843008139952128,

№ 9 – 2658455991569831744654692615953842176,

№ 10 – 191561942608236107294793378084303638130997321548169216, ...



# ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

Похожим образом, Пифагор и его ученики, изображали числами дружбу – два числа называли *дружественными*, если каждое из них равнялось сумме делителей другого числа. Найти пример дружественных чисел потруднее.

Проверим, что «дружат» числа 220 и 284.

Делители 220: 1; 2; 4; 5; 10; 11; 20; 22; 44; 55; 110; 220.

Сумма правильных делителей числа 220:

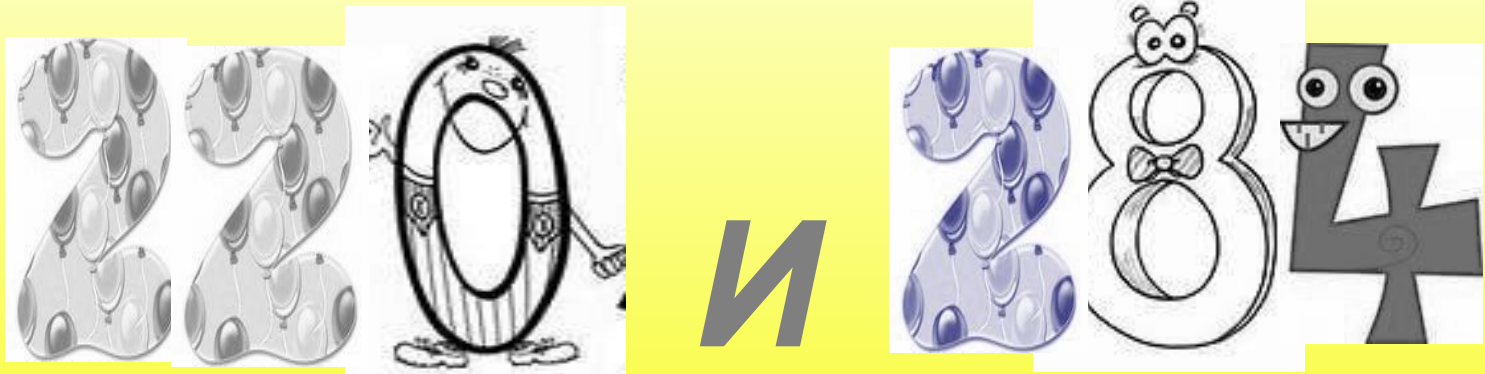
$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284.$$

Делители числа 284: 1; 2; 4; 71; 142; 284.

Сумма правильных делителей числа 284.

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.$$

Вывод: Да, 220 и 284 дружественные числа.





# ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

Дружественные числа открыли последователи Пифагора, которые, знали только одну пару таких чисел — 220 и 284.

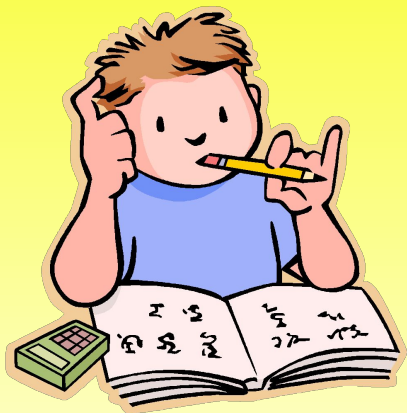
Арабский астроном и математик Сабит ибн Курра (826—901) ввел формулу, по которой нашел две новые пары дружественных чисел.

Много столетий спустя Л. Эйлер нашёл ещё 65 пар дружественных чисел. Одна из них — 17296 и 18416.

Использование ЭВМ позволило отыскать несколько сотен пар дружественных чисел. Известны два двадцатипятизначных дружественных числа.

На сентябрь 2007 года известно 11.994.387 пар дружественных чисел. Все они состоят из чисел одной чётности.

# СОСТАВЛЕННЫЕ НАМИ ЗАДАНИЯ



## КРОССНАМБЕР 3 × 3.

Наш конструктор числовой, поработай головой!

А		
Б	Г	
В		Д

*По горизонтали:* А. Число из первой пары дружественных чисел. Б. Квадрат десятого простого числа. В. Третье совершенное число.

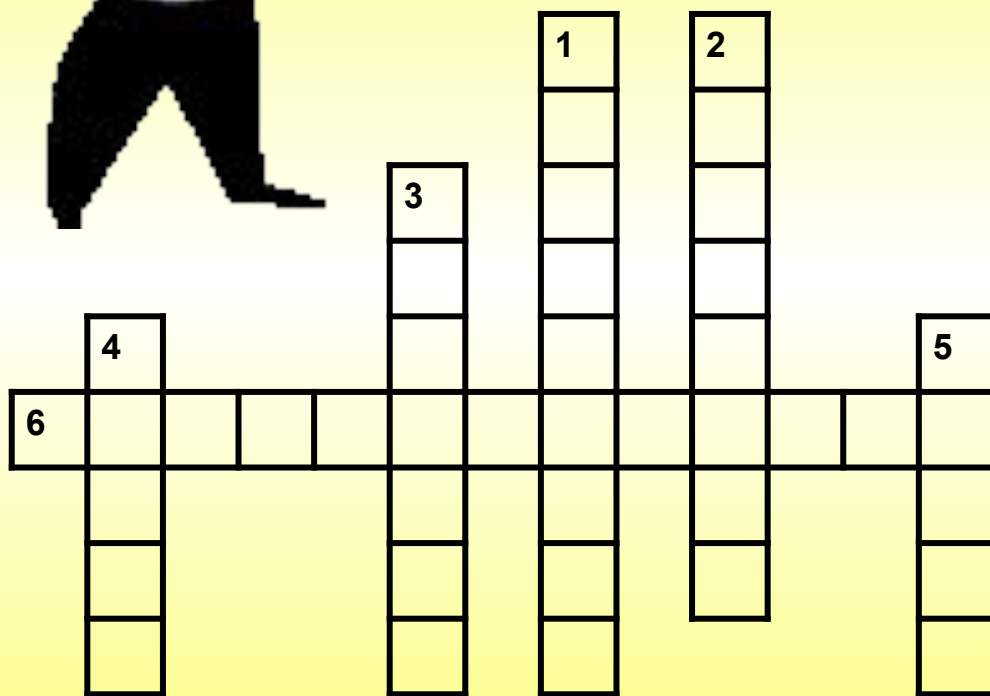
*По вертикали:* А. Другое число из первой пары дружественных чисел. Г. Квадрат четвертого простого числа. Д. Однозначное совершенное число.





# КРОССВОРД

«Числа разные нужны, числа разные важны»



## По вертикали:

1) Натуральное числа, имеющие более двух делителей. 2) Число, составленное Пифагором из точек. 3) Число, имеющие только два делителя. 4) Число, имеющие числитель и знаменатель. 5) Натуральные числа, им противоположные и число ноль называются...

## По горизонтали:

6) Два числа, равны сумме правильных делителей другого числа.

# КРОССВОРД

## «Какие бывают числа»



### По вертикали:

1) Натуральное число, имеющее более двух делителей.

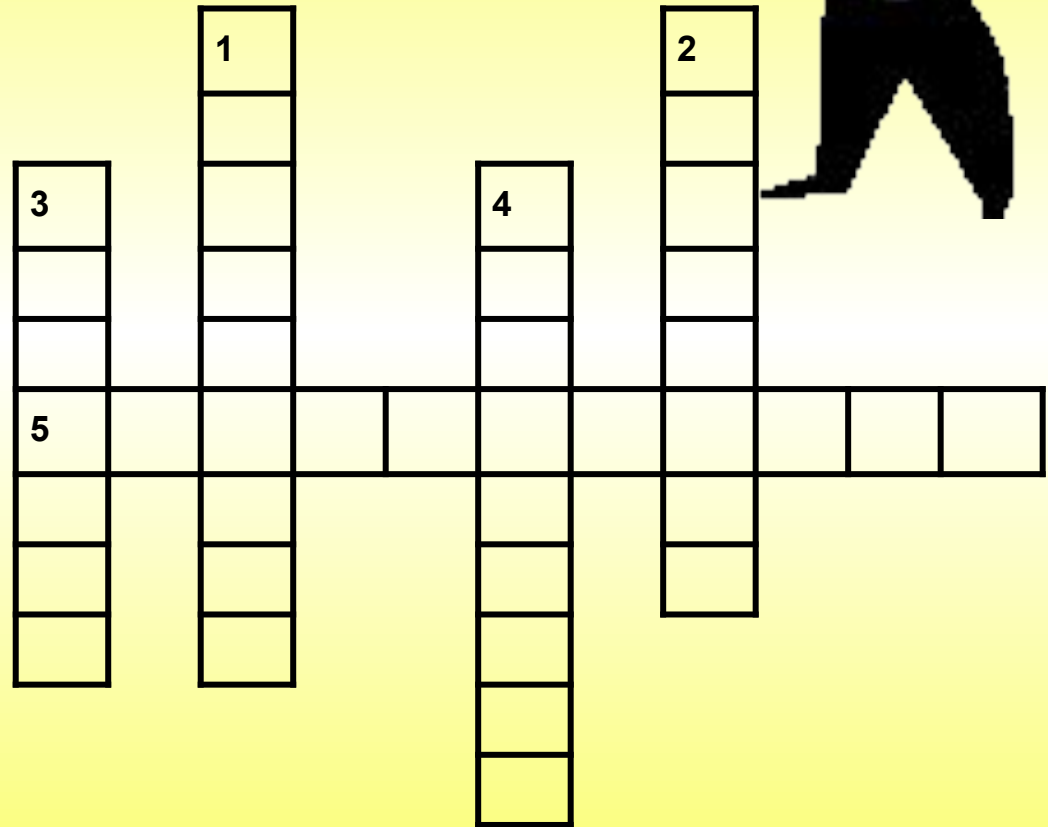
2) Целое число, которое не делится на 2.

3) Натуральное число, имеющее только два делителя.

4) Число, состоящее из целой и дробной части.

### По горизонтали:

5) Число, равное сумме своих правильных делителей.



# ВЫВОДЫ

Многим теперь занятия Пифагора кажутся ненужными забавами. Но нельзя забывать, что с этих забав началось серьёзное знакомство людей с числами. Числа стали не только применять, но и изучать. Так возник раздел математики **«Теория чисел»**.

Многие проблемы теории чисел может понять любой шестиклассник. Но решение этих проблем настолько сложно, что на них ушли столетия.

- До сих пор не известен общий способ нахождения пар дружественных чисел.
- До сих пор неизвестно ни одного нечётного совершенного числа, но и не доказано, что их не существует.

Совершенные и дружественные числа не имеют широкого применения, поэтому и не изучаются на уроках математики.

# АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОЕКТНОЙ РАБОТЫ

С темами, оставшимися за страницами учебника математики, историей развития математической науки нужно знакомить учащихся. Чтобы ученики: любили математику! интересовались математикой! уважали математику!

## ПЕРСПЕКТИВА ПРОЕКТА

Использование презентации и заданий на занятиях математического кружка и элективных курсов для расширения кругозора учащихся.

# ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ

- ❑ Виленкин Н.Я. Математика 6 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина. 2008.
- ❑ Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики. Пособие для учащихся 5-6 классов средней школы.– М.: Просвещение, 1989.
- ❑ Кордемский Б.А., Ахадов А.А. Удивительный мир чисел. Книга для учащихся. – М.: Просвещение, 1986.
- ❑ Математический энциклопедический словарь. – М.: « Советская энциклопедия», 1988.
- ❑ Математика. Справочник школьника. Филологическое общество «СЛОВО» – М.: 1995.
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Совершенные числа.](https://ru.wikipedia.org/wiki/Совершенные_числа)
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Дружественные числа.](https://ru.wikipedia.org/wiki/Дружественные_числа)
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/Фигурные числа](https://ru.wikipedia.org/wiki/Фигурные_числа)
- ❑ <https://ru.wikipedia.org/wiki/Пифагор>
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/Фалес Милетский](https://ru.wikipedia.org/wiki/Фалес_Милетский)
- ❑ <https://ru.wikipedia.org/wiki/Евклид>
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/Эйлер, Леонард](https://ru.wikipedia.org/wiki/Эйлер,_Леонард)