

Математический строй музыки

Исследованию музыки посвящали свои работы многие величайшие математики: Рене Декарт, Готфрид Лейбниц, Христиан Гольдбах, Жан д'Аламбер, Леонард Эйлер, Даниил Бернулли. Первый труд Рене Декарта - "Compendium Musicae" ("Трактат о музыке"); первая крупная работа Леонарда Эйлера - "Диссертация о звуке".

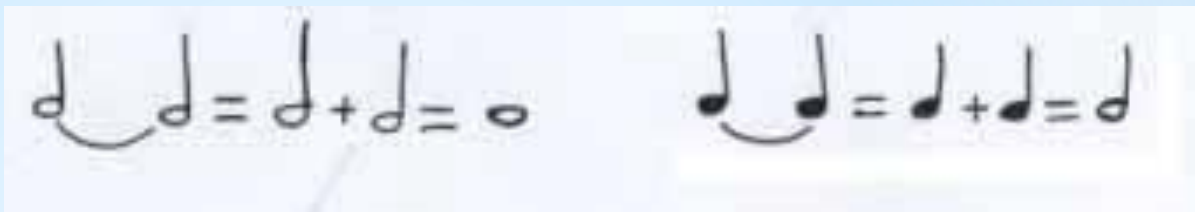


На первых же уроках сольфеджио ученики музыкальных школ сразу же сталкиваются с математикой.

Так в 5-6 лет ребята, которые занимаются музыкой, узнают, что ноты могут делиться. А ведь деление школьники начинают изучать только в 8-9 лет, в конце второго класса.

У истоков музыкальной грамотности стоял великий математик Пифагор. И не случайно!



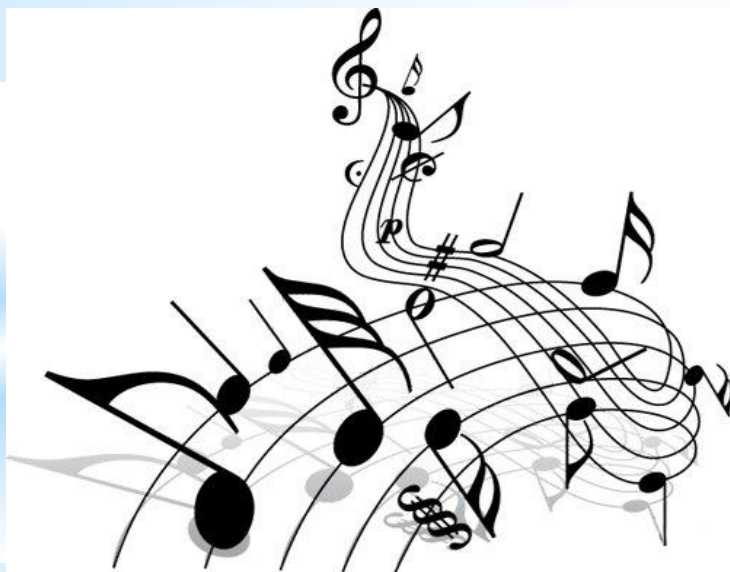


При записи мелодии, звуки имеют свою длину (длительность).

Здесь происходит сопоставление целого числа и целой длительности, дробного числа и длительности коротких нот, записываемых при помощи дроби.

Пифагор и пифагорейское учение о музыке

*Музыка, математика – сколь
родственны они.
Имре Мадач (венгерский писатель)*

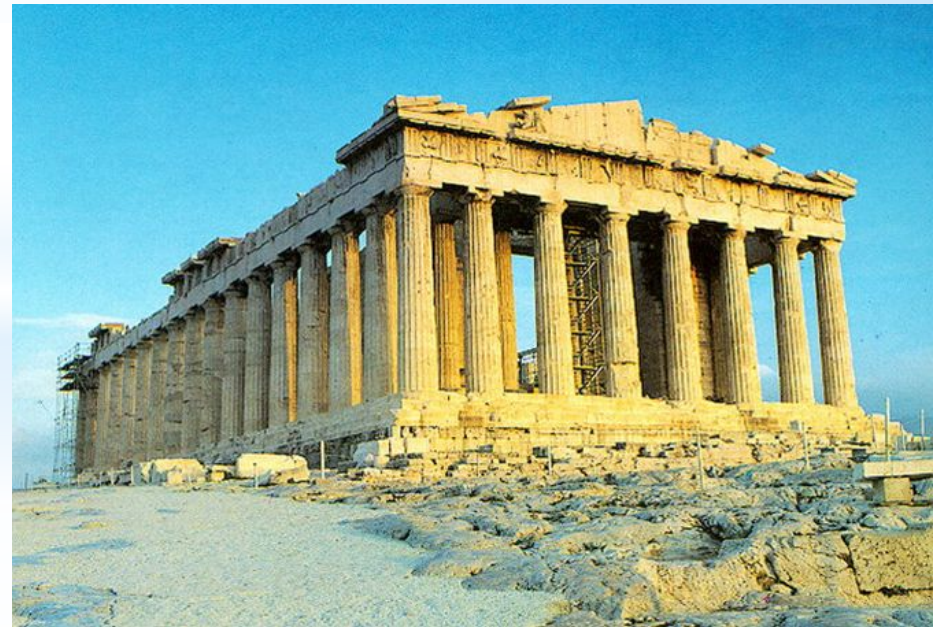




Музыка - величайшая сила. Она может заставить человека любить и ненавидеть, прощать и убивать.

Пифагор.

Известно открытие Пифагора в области теории музыки. Необычность его в том, что сочетание звуков, издаваемых струнами, наиболее благозвучно, если длины струн музыкального инструмента находятся в правильном численном отношении друг к другу.



ПИФАГОРЕЙСКОЕ УЧЕНИЕ

Отправным пунктом в пифагорейском учении о числе была музыка. Именно в музыке была впервые обнаружена таинственная направляющая роль чисел в природе. По преданию, сам Пифагор установил, что приятные слуху созвучия получаются лишь в том случае, когда длины струн, издающих эти звуки, относятся как целые числа первой четверки: 1:2, 2:3, 3:4. Это открытие потрясло Пифагора и долго вдохновляло его учеников на поиски новых числовых закономерностей в природе.



ПИФАГОРЕЙСКОЕ УЧЕНИЕ

С этого времени музыка, точнее теория музыки или учение о гармонии, занимает почетное место в пифагорейской системе знаний. «Музыкантов»-пифагорейцев интересовало не столько музыкальное искусство, сколько те математические пропорции и соотношения, которые, как считалось, лежат в основе музыки.

Идея музыкальных соотношений настолько увлекла пифагорейцев, что они пытались обнаружить их всюду.



ПИФАГОРЕЙСКИЙ ЗВУКОРЯД

Гаммой, или звукорядом, называется последовательность звуков некоторой музыкальной системы, расположенных, начиная от основного звука, в восходящем или нисходящем порядке.

Важнейшей характеристикой музыкального звука является его высота, представляющая отражение в сознании частоты колебания звучащего тела, например струны. Чем больше частота колебаний струны, тем «выше» представляется нам звук.



ПИФАГОРОВ ЗВУКОРЯД

Согласованное сочетание двух звуков называется *консонансом*, а несогласованное – *диссонансом*.

Ладом называется приятная для слуха взаимосвязь музыкальных звуков, определяемая зависимостью неустойчивых звуков от устойчивых, и прежде всего от основного устойчивого звука – тоники, и имеющая определенный характер звучания – наклонение.



ЗАКОНЫ ПИФАГОРА-АРХИТА

1. Высота тона (частота колебаний f) звучащей струны обратно пропорциональна ее длине l .
2. Две звучащие струны дают консонанс лишь тогда, когда их длины относятся как целые числа, составляющие треугольное число $10=1+2+3+4$, т. е. как 1:2, 2:3, 3:4.
3. Если в качестве цены деления шкалы монохорда взять отрезок l , равный $1/12$ длины струны монохорда l_1 , то вместе со всей струной монохорда длины $l_1 = 12l$ будут созвучны ее части длины $l_2 = 6l$ — звук на октаву выше ($l_2/l_1 = 1/2$), $l_3 = 9l$ — звук на квинту выше ($l_3/l_1=2/3$) и $l_4 = 8l$ — звук на кварту выше ($l_4/l_1=3/4$). Это созвучие и определяющие его числа 6, 8, 9, 12 назывались *тетрада* (четверка).



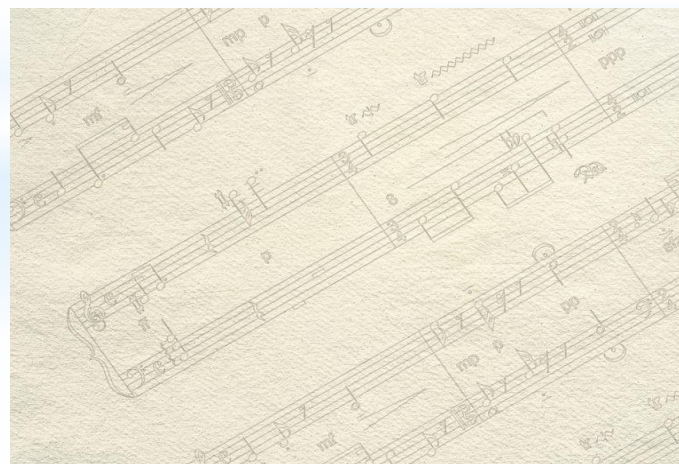
АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ



К 1700 г. немецкий органист Андреас Веркмейстер осуществил смелое и гениально простое решение: он отказался от совершенных и несовершенных консонансов — квинт, кварт и терций, оставив в первозданной консонантной красе лишь одну октаву, и попросту разделил ее геометрически на 12 равных частей. Так в музыке восторжествовала *темперация* (лат. соразмерность), а новый двенадцатизвуковой строй был назван *равномерно-темперированным*.

АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ

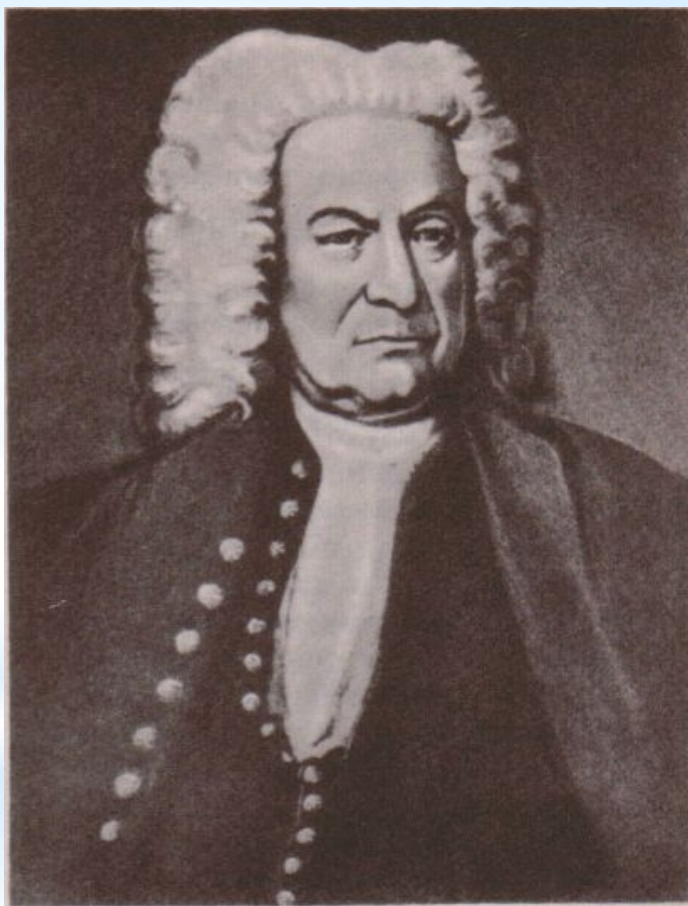
Вначале, разумеется, были попытки улучшить чистый строй, который сохранял главный недостаток пифагорова строя: невозможность безболезненного перехода из тональности в тональность. Естественным желанием при решении этой проблемы было увеличить количество звуков в октаве.



АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ

Конечно, и в век Просвещения новое не всеми воспринималось восторженно. Выдающийся немецкий композитор Георг Фридрих Гендель не принял новшества. Отказ от совершенных консонансов возмущал его. К счастью, равномерная темперация нашла сторонника в лице сверстника Генделя, великого немецкого композитора и органиста Иоганна Себастьяна Баха.

ИОГАНН СЕБАСТЬЯН БАХ



**Спасибо
за
внимание!**