



Задачи на проценты

*Решение заданий
№11
по материалам
открытого банка
задач ЕГЭ по
математике*

Учитель математики

*Кознова Любовь Борисовна
г.Дзержинск, Нижегородской обл.*

1) В январе цена куртки снизилась на 4%, а в феврале повысилась на 25%. Сколько стала стоить куртка, если первоначальная цена куртки 3200 рублей?

Решение.

До января: **3200** руб. – **100%**

В январе: **x** руб. – **96%**

Откуда **x** = $3200 \cdot 96 / 100 = 3072$ руб.

В январе: **3072** руб. – **100%**

В феврале: **y** руб. – **125%**

Откуда **y** = $3072 \cdot 125 / 100 = 3840$ руб.

Ответ: 3840.

2) В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году – на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Решение.

В 2008 году: **40 000** чел. – **100%**

В 2009 году: **x** чел. – **108%**

Откуда **x** = $40\,000 \cdot 108 / 100 = 43\,200$ чел.

В 2009 году: **43 200** чел. – **100%**

В 2010 году: **y** чел. – **109%**

Откуда **y** = $43\,200 \cdot 109 / 100 = 47\,088$ чел.

Ответ: 47 088.

3) В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение.

I До понедельника: x руб. – 100%
 В понедельник: $?$ руб. – $(100 + t)\%$

Откуда $?$ = $\frac{(100 + t)x}{100}$ руб.

II В понедельник: $\frac{(100 + t)x}{100}$ руб. – 100%

Во вторник: $?$ руб. – $(100 - t)\%$

Откуда $?$ = $\frac{(100 + t)x}{100} \cdot \frac{(100 - t)}{100}$ руб.

III До понедельника: x руб. – 100%

Во вторник: $\frac{(100 + t)x}{100} \cdot \frac{(100 - t)}{100} = (100 - 4)\%$

4) В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение. (продолжение)

III До понедельника: x руб. -100%

Во вторник: $\frac{(100+t)x}{100}$ руб. $\frac{(100-t)}{100} = 96\%$

Получим уравнение:

$$100 \cdot \frac{(100+t)x}{100} \cdot \frac{(100-t)}{100} = 96x$$

$$(100^2 - t^2)x = 9600x \quad | :x$$

$$t^2 = 10000 - 9600$$

$$t^2 = 400$$

$$t = 20$$

- не удовлетворяет

Ответ: 20.

5) Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Решение.

Пусть x руб. – стоимость одной рубашки, тогда

$4x$ – 92% от стоимости куртки

x – 23% от стоимости куртки

$5x$ – 115% от стоимости куртки,
что на 15% дороже самой куртки



Ответ: 15.

6) Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение. (1 способ)

Пусть $x\%$ – составляет зарплата мужа,

$y\%$ – зарплата жены

$z\%$ – стипендия дочери, тогда общий доход семьи

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x + y + \frac{z}{3} = 96 \\ 2x + y + z = 167 \end{cases} \quad \begin{array}{l} | \\ \times 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 3x + 3y + z = 288 \\ x + \underbrace{x + y + z}_{\parallel 100} = 167 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \overset{100}{\parallel} \\ x + y + z + 2x + 2y = 288 \\ \Rightarrow x = 67\% \end{array}$$

7) Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение. (продолжение)

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 100 + 2x + 2y = 288 \\ x = 67 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 100 \\ x + y = 94 \\ x = 67 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 100 \\ y = 94 - 67 \\ x = 67 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 100 - 27 - 67 \\ y = 27 \\ x = 67 \end{cases}$$

Ответ: 27.

8) Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение. (2 способ)

Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%, то есть зарплата мужа составляет 67% дохода семьи.

Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%, то есть $\frac{2}{3}$ стипендии составляют 4% дохода семьи, а вся стипендия дочери составляет 6% дохода семьи. Таким образом, доход жены составляет

$$100\% - 67\% - 6\% = 27\% \text{ дохода семьи.}$$

Ответ: 27.

9) Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

Решение.

I Первоначальная цена: **20 000** руб. – **100%**

Через один год: **?** руб. – **(100 – t)%**

$$\text{Откуда } ? = \frac{(100 - t)20000}{100} = 200(100 - t)\%$$

II Через один год: **200(100 – t)** руб. – **100%**

Через два года: **15842** руб. – **(100 – t)%**

$$\text{Получаем уравнение: } 200(100 - t)^2 = 1584200$$

$$(100 - t)^2 = 7921$$

$$\left[\begin{array}{l} 100 - t = 89 \\ 100 - t = 111 \end{array} \right.$$

– не удовлетворяет

$$t = 11$$

Ответ: 11.

10) Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон – 42000 рублей, Гоша – 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Решение.

| | | | |
|-------------------|--------------------|---|-------------|
| Уставной капитал: | 200000 руб. | – | 100% |
| Митя: | | – | 14% |
| Гоша: | | – | 12% |
| Антон: | 42000 руб. | – | 21% |
| Борис: | остальное | – | 53% |

Антон внес: $42000 \cdot 100 / 200000 = 21\%$ уставного капитала.

Тогда Борис внес $100 - (14 + 12 + 21) = 53\%$ уставного капитала.

Таким образом, от прибыли 1 000 000 рублей Борису причитается $1000000 \cdot 53 / 100 = 530000$ рублей.

Ответ: 530 000.

11) Виноград содержит 90% влаги, а изюм – 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

Решение.

Виноград: x кг – 100%
Влага: – 90%
Сухое вещество: $?$ кг – 10%

Откуда $?$ = $10 \cdot x / 100 = 0,1x$ кг – сухого вещества в винограде

Изюм: 20 кг – 100%
Влага: – 5%
Сухое вещество: $0,1x$ кг – 95%

Откуда $0,1x \cdot 100 = 20 \cdot 95$
 $x = 190$ кг – винограда

Ответ: 190.

12) В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Весь раствор: **5 л** – **100%**

Вещество: **x л** – **12%**

Откуда **$x = 5 \cdot 12 / 100 = 0,6$ л** – вещества в растворе

Весь раствор: **$5 + 7$ л** – **100%**

Вещество: **0,6 л** – **y %**

Откуда **$y = 0,6 \cdot 100 / 12 = 5$ %**

Ответ: 5.

13) Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Первый раствор: x – 100%

Вещество: $?$ – 15%

Откуда $?$ = $15 \cdot x / 100 = 0,15x$ – вещества в I растворе

Второй раствор: x – 100%

Вещество: $?$ – 19%

Откуда $?$ = $19 \cdot x / 100 = 0,19x$ – вещества во II растворе

Третий раствор: $2x$ – 100%

Вещество: $0,15x + 0,19x$ – y %

Откуда y = $0,34x \cdot 100 / 2x = 17\%$ – концентрация нового раствора

Ответ: 17.

14) Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Первый раствор: **4 л** – **100%**

Вещество: **x л** – **15%**

Откуда **$x = 15 \cdot 4 / 100 = 0,6$ л** – вещества в I растворе

Второй раствор: **6 л** – **100%**

Вещество: **y л** – **25%**

Откуда **$y = 25 \cdot 6 / 100 = 1,5$ л** – вещества во II растворе

Третий раствор: **10 л** – **100%**

Вещество: **$0,6 + 1,5$ л** – **$z\%$**

Откуда **$z = 2,1 \cdot 100 / 10 = 21\%$** – концентрация нового раствора

Ответ: 21.

15) Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Решение.

Первый сплав: x кг – **100%**

Никель: $?$ кг – **10%**

Откуда $?$ = $10 \cdot x / 100 = 0,1x$ кг – никеля в I сплаве.

Второй сплав: $200 - x$ кг – **100%**

Никель: $?$ кг – **30%**

Откуда $?$ = $30 \cdot (200 - x) / 100 = 0,3(200 - x)$ кг – никеля во II сплаве.

Третий сплав: **200** кг – **100%**

Никель: **$0,1x + 0,3(200 - x)$** кг – **25%**

Получаем уравнение: $200 \cdot 25 = (0,1x + 0,3(200 - x)) \cdot 100$, откуда $x = 50$ кг – никеля в I сплаве; $200 - 50 = 150$ кг – масса второго сплава; значит, масса первого сплава на $150 - 50 = 100$ кг меньше.

Ответ: 100.

16) Первый сплав содержит 10% меди, второй – 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Решение.

Первый сплав: x кг – 100%

Медь: $?$ кг – 10%

Откуда $?$ = $10 \cdot x / 100 = 0,1x$ кг – меди в I сплаве.

Второй сплав: $x + 3$ кг – 100%

Медь: $?$ кг – 40%

Откуда $?$ = $40 \cdot (x + 3) / 100 = 0,4(x + 3)$ кг – меди во II сплаве.

Третий сплав: $2x + 3$ кг – 100%

Медь: $0,1x + 0,4(x + 3)$ кг – 30%

Получаем уравнение: $(2x + 3) \cdot 30 = (0,1x + 0,4(x + 3)) \cdot 100$,
откуда $x = 3$ кг – масса I сплава;

тогда $2 \cdot 3 + 3 = 9$ кг – масса третьего сплава.

Ответ: 9.

17) Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение.

Первый раствор: x кг – **100%**

Кислота: $?$ кг – **30%**

Откуда $?$ = $30 \cdot x / 100 = 0,3x$ кг – кислоты в I растворе.

Второй раствор: y кг – **100%**

Кислота: $?$ кг – **60%**

Откуда $?$ = $60 \cdot y / 100 = 0,6y$ кг – кислоты во II растворе.

Третий раствор: $x + y + 10$ кг – **100%**

Кислота: $0,3x + 0,6y$ кг – **36%**

Получаем 1-ое уравнение: $(x + y + 10) \cdot 36 = (0,3x + 0,6y) \cdot 100$.

18) Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение.

Четвертый раствор: **10** кг – **100%**

Кислота: **?** кг – **50%**

Откуда **?** = $50 \cdot 10 / 100 = 5$ кг – кислоты в IV растворе.

Пятый раствор: **$x + y + 10$** кг – **100%**

Кислота: **$0,3x + 0,6y + 5$** кг – **41%**

Получаем 2-ое уравнение: $(x + y + 10) \cdot 41 = (0,3x + 0,6y + 5) \cdot 100$.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (x + y + 10)36 = (0,3x + 0,6y)100 \\ (x + y + 10)41 = (0,3x + 0,6y + 5)100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 30 \end{cases}$$

Ответ: 60.

19) Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Решение.

Первый раствор: **30** кг – **100%**

Кислота: **?** кг – **x%**

Откуда **?** = $30 \cdot x / 100 = 0,3x$ кг – кислоты в I растворе.

Второй раствор: **20** кг – **100%**

Кислота: **?** кг – **y%**

Откуда **?** = $20 \cdot y / 100 = 0,2y$ кг – кислоты во II растворе.

Третий раствор: **50** кг – **100%**

Кислота: **$0,3x + 0,2y$** кг – **68%**

Получаем 1-ое уравнение: $(0,3x + 0,2y) \cdot 100 = 50 \cdot 68$.

20) Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Решение. (продолжение)

Для удобства возьмем каждого раствора по 10 кг:

Четвертый раствор: **20** кг – **100%**
Кислота: **0,1x + 0,1y** кг – **70%**

Получаем 2-ое уравнение: $(0,1x + 0,1y) \cdot 100 = 20 \cdot 70$.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (0,3x + 0,2y) \cdot 100 = 50 \cdot 68 \\ (0,1x + 0,1y) \cdot 100 = 20 \cdot 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 340 \\ x + y = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 80 \end{cases}$$

$0,3 \cdot 60 = 18$ кг – кислоты в первом сосуде.

Ответ: 18.

Использованы материалы:

- <http://mathege.ru/or/ege/Main.html>
- <http://reshuege.ru/>