

# *Параллельность прямых в пространстве.*

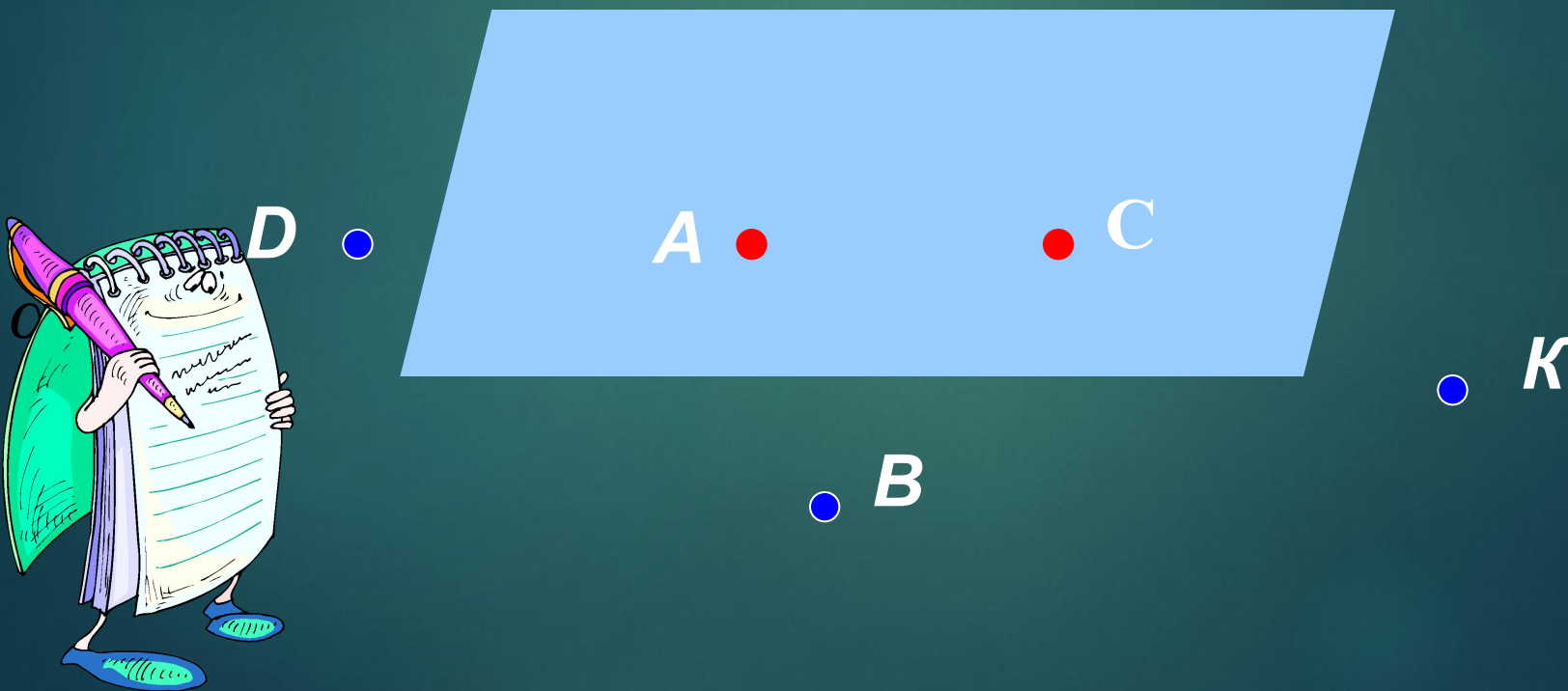


*Смирнова Елена Васильевна ,учитель  
математики МБОУСОШ №18 г Твери*



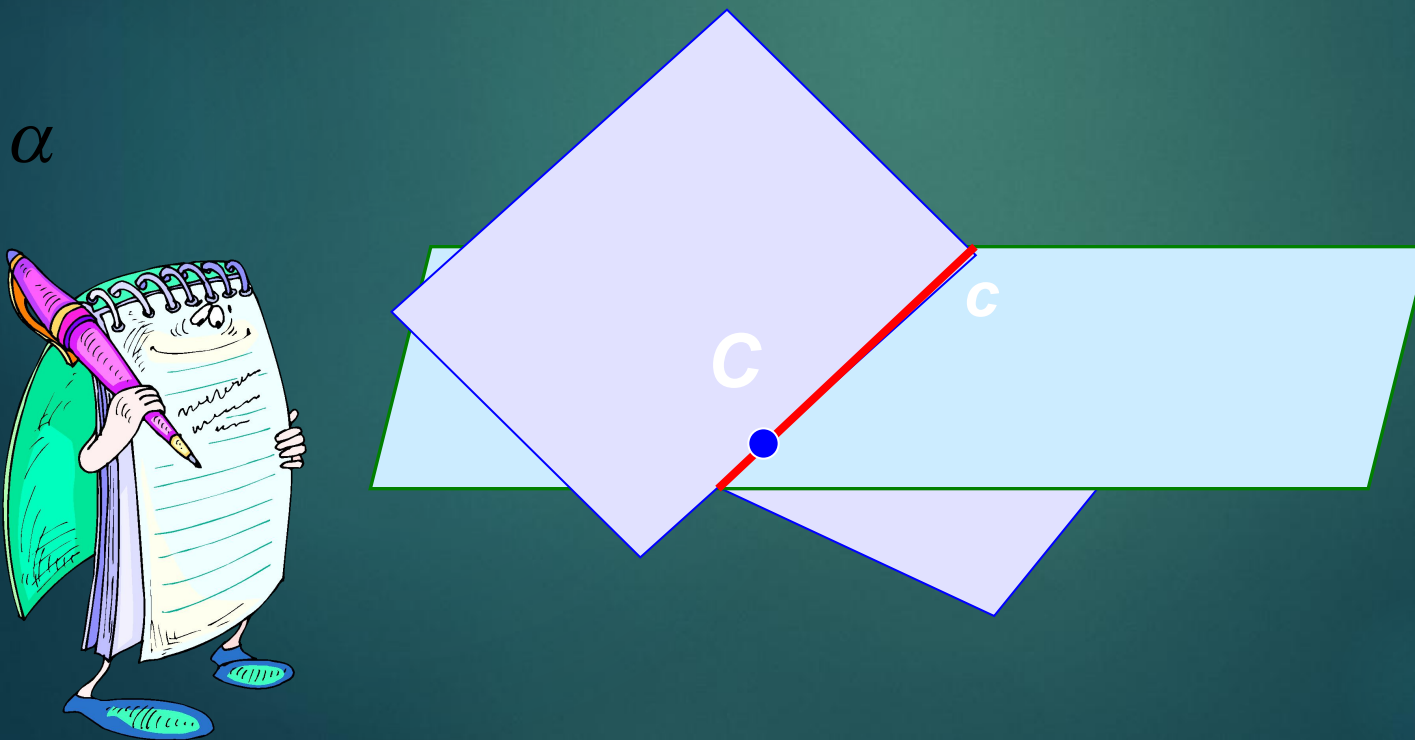
# Аксиома

*Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.*



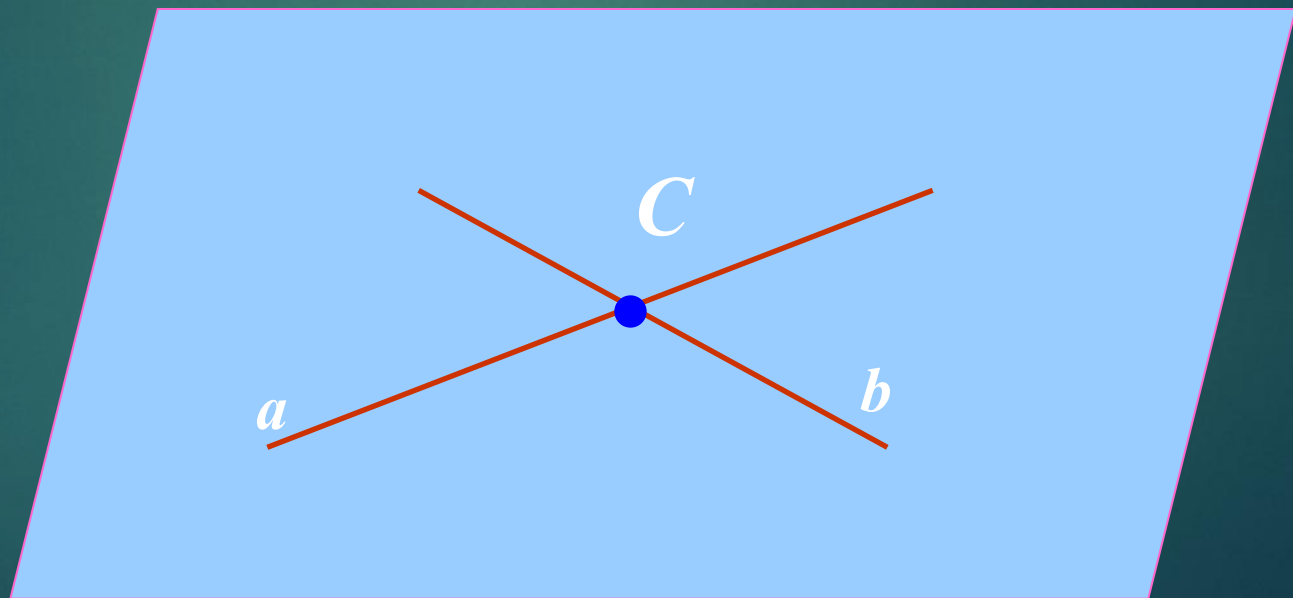
# Аксиома

*Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.*



# Аксиома

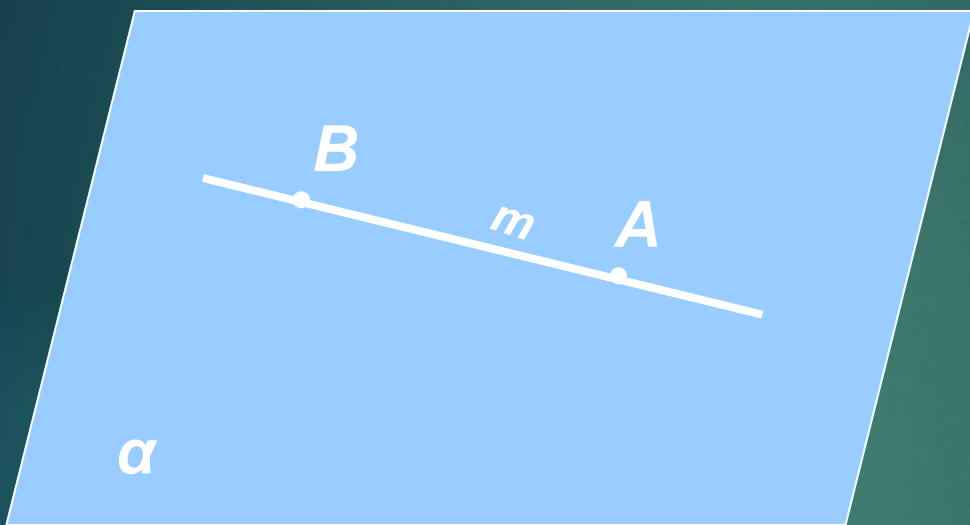
*Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом только одну.*



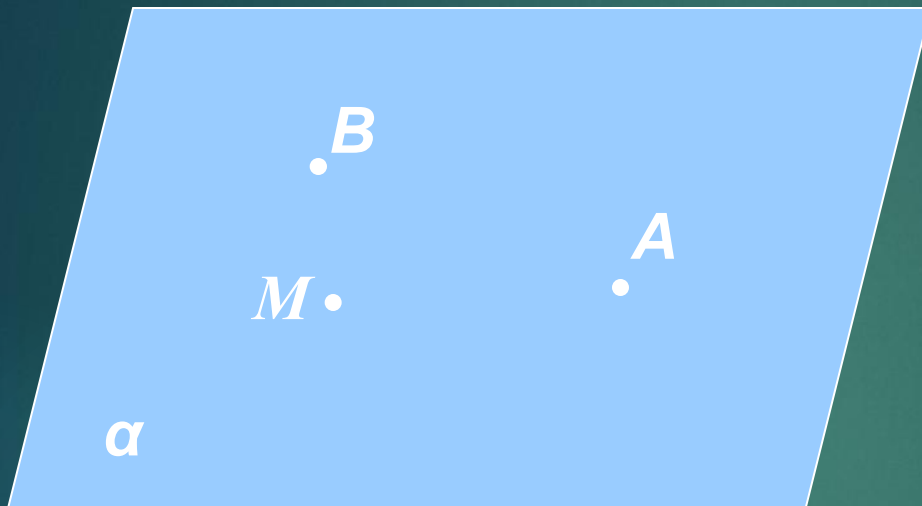
# Следствия из аксиом



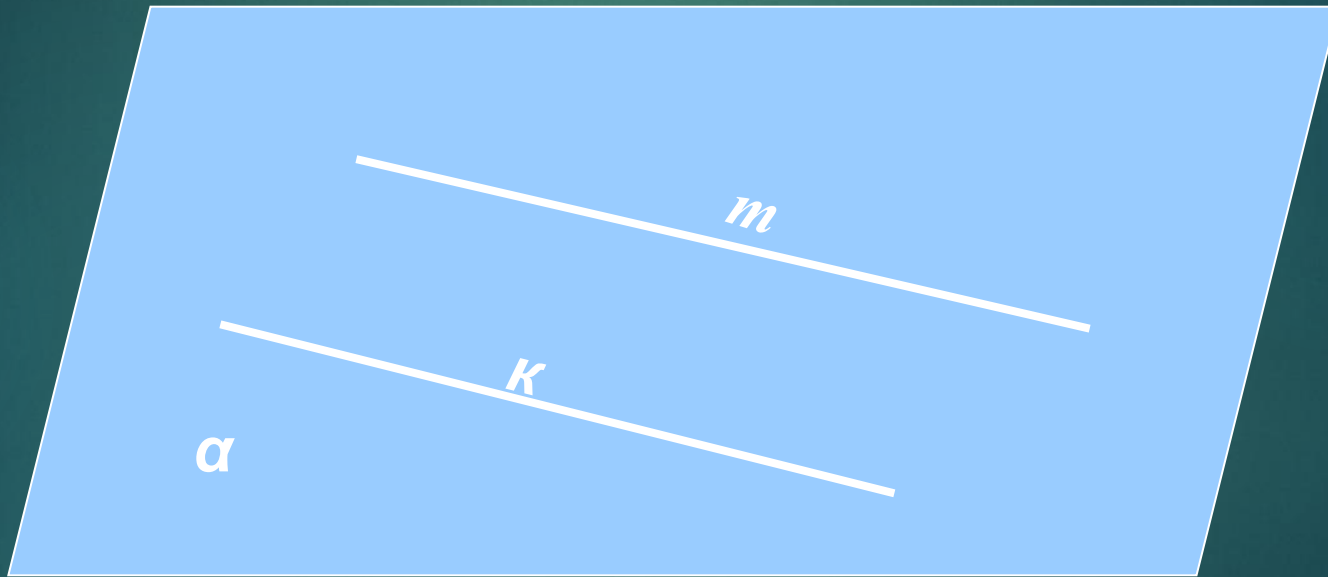
# Следствия из аксиом



# Следствия из аксиом







# Следствие





# Вывод

*Как в пространстве можно однозначно задать плоскость?*

<i>Способы задания плоскостей</i>	<i>Рисунок</i>
1. По трем точкам	
2. По прямой и не принадлежащей ей точке.	
3. По двум пересекающимся прямым.	
4. По двум параллельным прямым.	

Дано: ABCD-параллелограмм

$A, B, C \in \alpha$

Доказать:  $D \in \alpha$

Доказательство:

$A, B \in AB, C, D \in CD,$

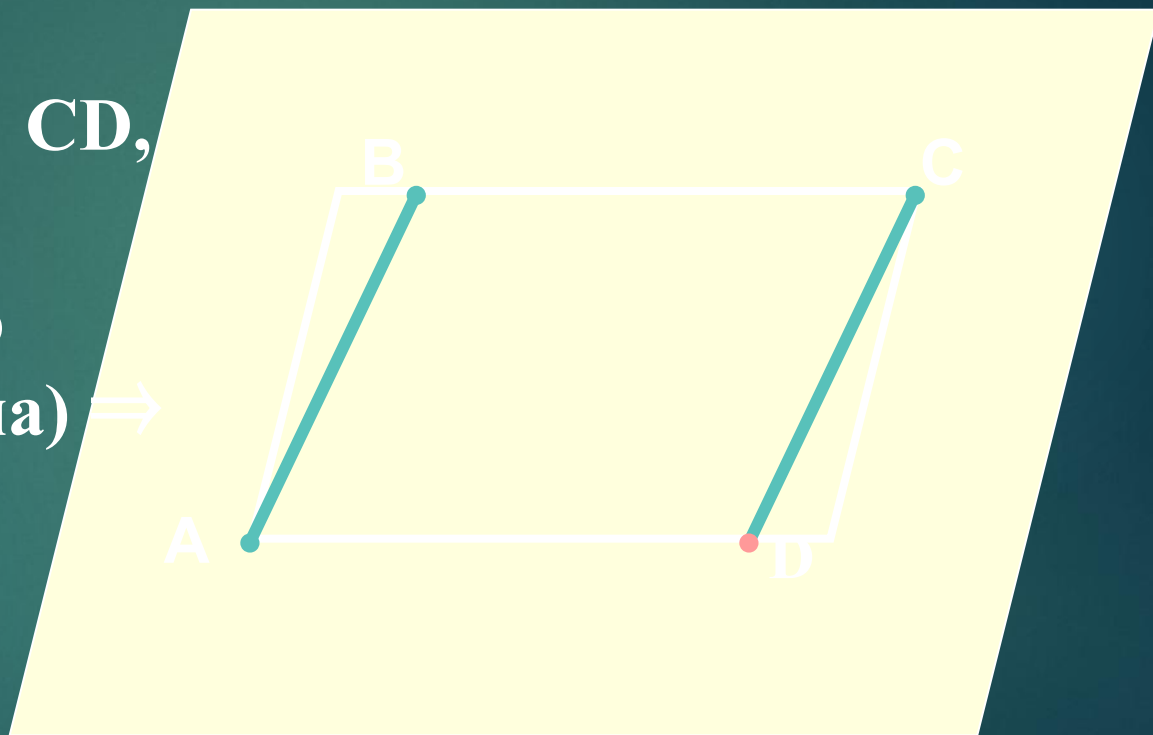
$AB \parallel CD$

(по определению

параллелограмма)  $\Rightarrow$

$AB, CD \subset \alpha \Rightarrow$

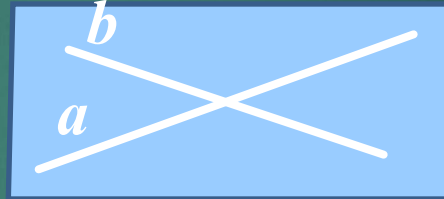
$D \in \alpha$



# Взаимное расположение прямых в пространстве.

Лежат в одной  
плоскости

пересекаются

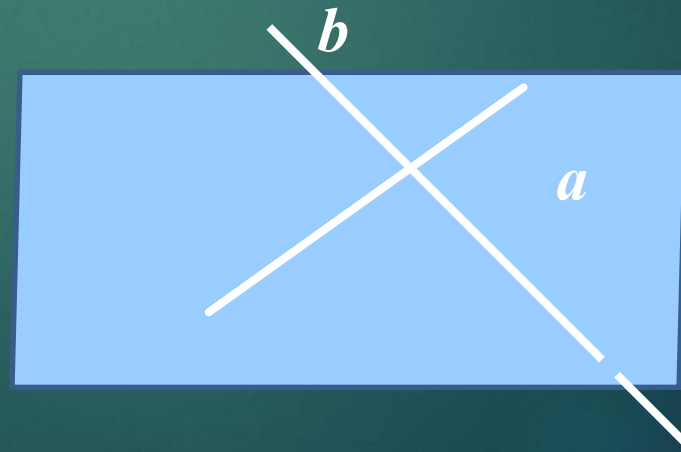


параллельны

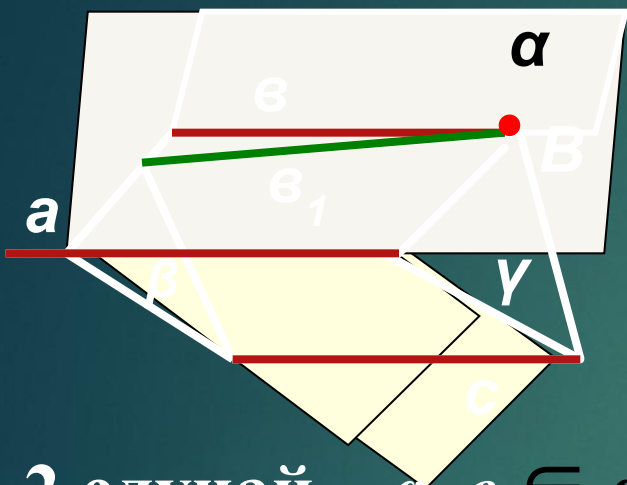


Не лежат в одной  
плоскости

скрещиваются



# Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны



Доказательство:

1 случай.  $a, v, c \in \alpha$  рассмотрен в планиметрии

2 случай.  $a, v \in \alpha; a, c \in \beta$

1. Возьмем т.В,  $V \in v$

Через т.В и  $c$  проведем плоскость  $\gamma$   $\gamma \cap \alpha = v_1$

2. Если  $v_1 \cap \beta = X, \Rightarrow \underline{X \in a}, v_1 \in \alpha,$

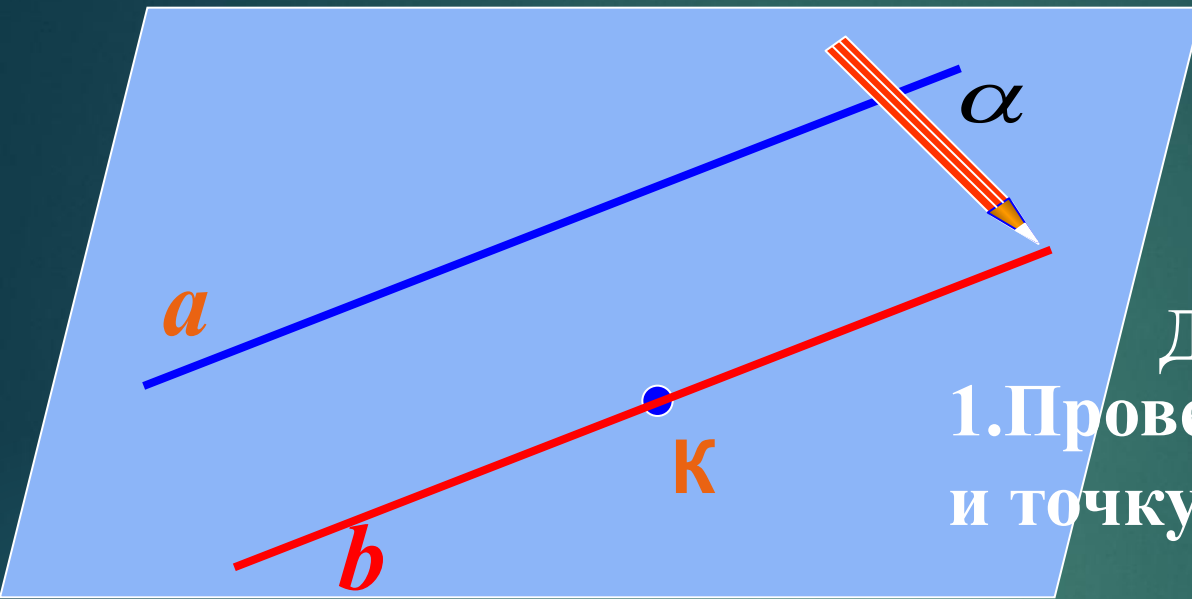
но  $\underline{X \in c},$  т.к.  $v_1 \in \gamma,$  а т.к.  $a \parallel c \Rightarrow v_1 \cap \beta$

3.  $v_1 \in \alpha, v_1 \cap a \Rightarrow v_1 \parallel a \Rightarrow v_1 = v$  (А параллельных прямых)

4.  $\Rightarrow v \parallel c$

Теорема доказана.

# Теорема о параллельных прямых.



Дано:  $K \notin a$

Доказать:

$\exists ! b: K \in b, b \parallel a$

Доказательство:

1. Проведем через прямую  $a$  и точку  $K$  плоскость  $\alpha$ .

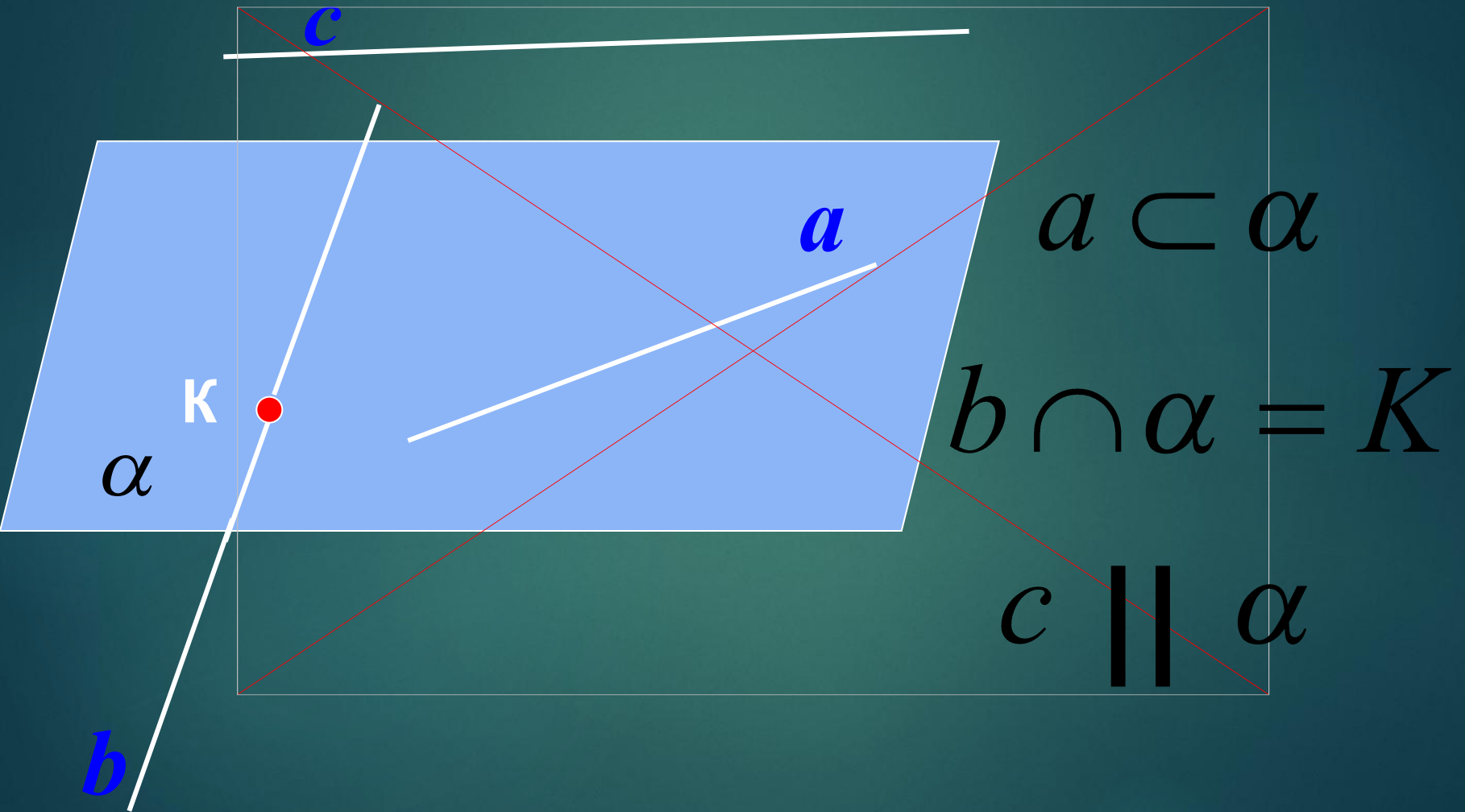
2. Проведем через т.  $K \in \alpha$  прямую  $b, b \parallel a$ . (А планиметрии)  
Единственность (от противного)

1. Пусть  $\exists b_1: K \in b_1, b_1 \parallel a$ . Через прямые  $a$  и  $b_1$  можно провести плоскость  $\alpha_1$ .

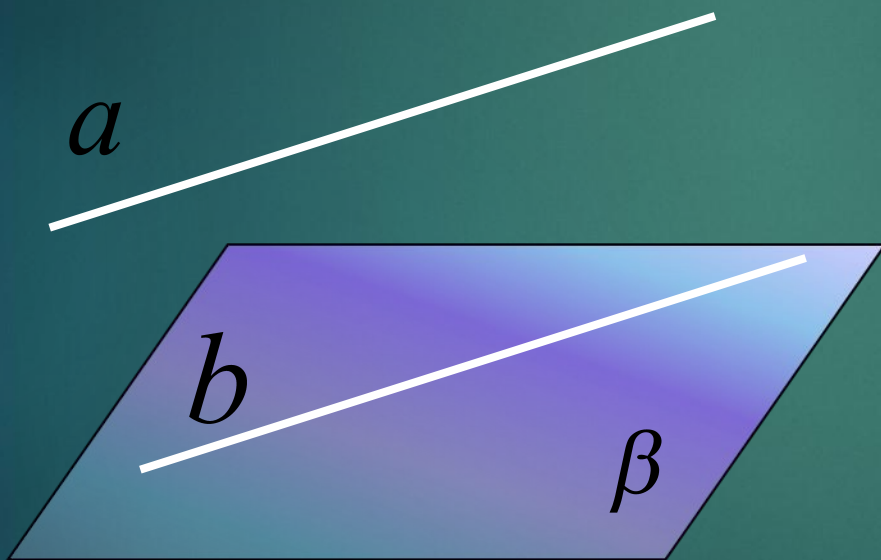
2.  $a, K \in \alpha_1; \Rightarrow \alpha_1$  и  $\alpha$  (Т о точке и прямой в пространстве).

3.  $\Rightarrow b = b_1$  (А параллельных прямых). Теорема доказана.

# Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.



Если прямая, не лежащая в данной плоскости,  
параллельна какой-нибудь прямой,  
лежащей в этой плоскости, то  
*она параллельна и самой плоскости.*



Дано:

$$a \not\subset \beta$$

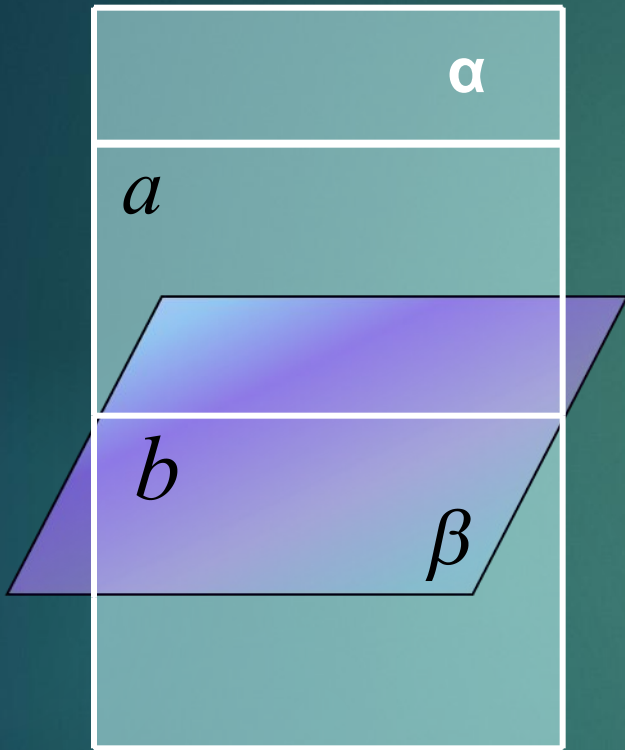
$$a \parallel b$$

$$b \subset \beta$$

Доказать:

$$a \parallel \beta$$

Пусть  $a \not\subset \beta$ ,  $b \subset \beta$ ,  $a \parallel b$



1. Через прямые  $a$  и  $b$  проведем плоскость  $\alpha$

2.  $\alpha \cap \beta = b$

Если  $a \cap \beta = X$ , то  $X \in b$ , это невозможно, т.к.  $a \parallel b$

$\Rightarrow a \not\cap \beta$

$\Rightarrow a \parallel \beta$

Теорема доказана.



# Спасибо за просмотр.

- ▶ Материал взят:
- ▶ [dic.academic.ru](http://dic.academic.ru)
- ▶ [e-science.ru](http://e-science.ru)
- ▶ [cleverstudents.ru](http://cleverstudents.ru)